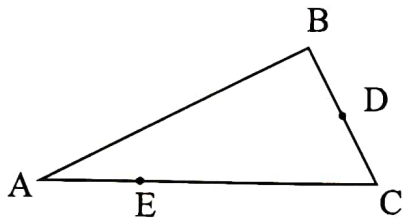


טריגונומטריה במצולעים ובמעגל - שאלות

השאלות הבאות כוללות שילוב אינטגרטיבי של משפטי הסינוסים והקוסינוסים ובחלקן נדרש שימוש בזהויות טריגונומטריות מתקדמות ובמשוואות טריגונומטריות. רשימת הזהויות המלאה מופיעה בעמודים 94-96.



1. במשולש $\triangle ABC$ נסמן: $BC = 2m$, $AC = 2BC$, $\angle ACB = 60^\circ$.

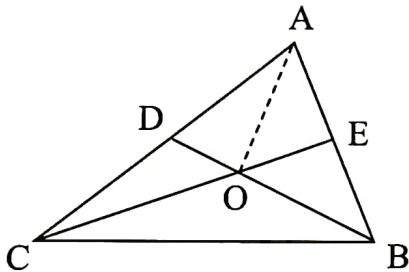
א. חשב את הזווית $\angle BAC$.

ב. הנקודה D היא אמצע BC.

הנקודה E נמצאת על AC כך ש: $CE = 3AE$.

נתון: $DE = \sqrt{7}$ ס"מ. מצא את m.

ג. חשב את שטח המרובע ABDE.



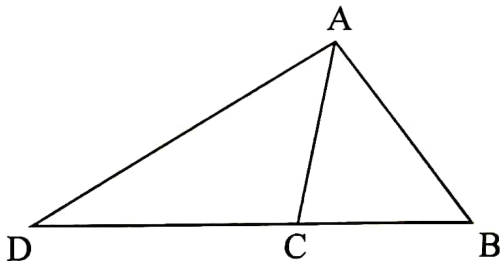
2. במשולש $\triangle ABC$ התיכונים BD ו-CE נחתכים בנקודה O.

נתון: $DO = 2$ ס"מ, $EO = 3$ ס"מ, $\angle EOB = 50^\circ$. חשב את:

א. היקף המשולש $\triangle ABC$.

ב. אורך הקטע AO.

ג. שטח המשולש $\triangle ACO$.



3. הקטע AC הוא חוצה זווית במשולש $\triangle ABD$.

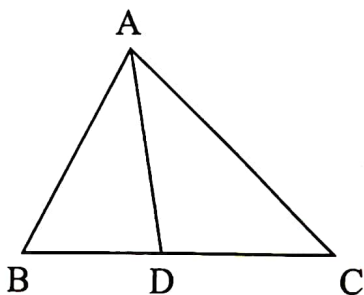
נתון: $AB = 6a$, $AC = 5a$, $\angle ACB = 80^\circ$.

א. חשב את הזווית $\angle ABD$.

ב. הבע באמצעות a את אורך הצלע AD.

ג. נתון: המרחק בין הנקודה C לצלע AD הוא 12 ס"מ.

חשב את שטח המשולש $\triangle ABC$.



4. הישר AD הוא חוצה זווית במשולש $\triangle ABC$.

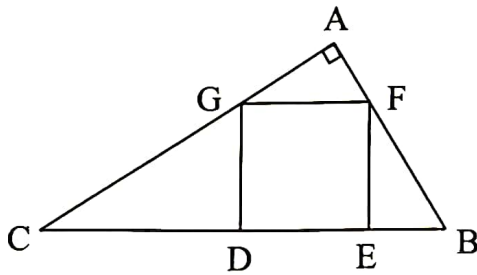
נתון: $AC = 2m$, $\angle ADB = \angle BAC = 2\beta$.

א. הוכח: שטח המשולש $\triangle ACD$ הוא: $m^2 \cdot \tan \beta$.

ב. הנקודה E היא אמצע הצלע AC. הקטע AE הוא צלע במשולש

שווה צלעות שאינו מופיע בשרטוט. שטח משולש זה קטן פי שניים

משטח המשולש $\triangle ACD$. מצא את β .



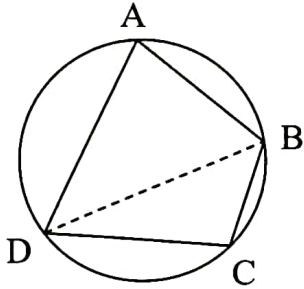
5. הריבוע DEFG חסום במשולש $\triangle ABC$ ישר הזווית.

נסמן: $AC = b$, $\angle AGF = \beta$ ($0^\circ < \beta < 45^\circ$).

א. הבע באמצעות b ו- β את אורך צלע הריבוע.

ב. נתון ששטח המשולש $\triangle ABC$ גדול פי $\frac{25}{8}$ משטח הריבוע.

מצא את β .



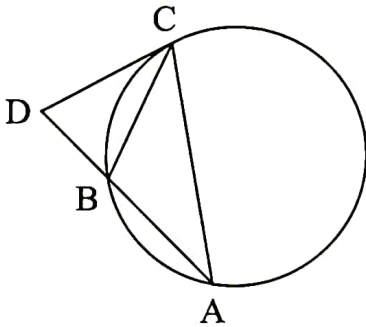
6. המרובע ABCD חסום במעגל.

נתון: $AB = 6$ ס"מ, $BC = 4$ ס"מ, $AD = 7$ ס"מ ו- $CD = 5$ ס"מ. חשב את:

א. גודל הזווית $\angle BAD$.

ב. אורך רדיוס המעגל.

ג. שטח המרובע ABCD.



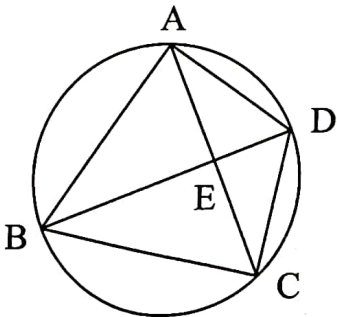
7. המשולש $\triangle ABC$ שווה השוקיים ($AB = BC$) חסום במעגל שרדיוסו R.

הישר CD משיק למעגל בנקודה C. נתון: $\angle BAC = \beta$.

א. הבע באמצעות R ו- β את שטחי המשולשים:

1. $\triangle ABC$ 2. $\triangle ACD$.

ב. נתון היחס בין שטחי המשולשים: $\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ABC}} = 2 \cos \beta$. מצא את β .



8. הנקודות A, B, C ו-D נמצאות על היקפו של מעגל שרדיוסו R.

אלכסוני המרובע ABCD נחתכים בנקודה E.

נתון: $AB = AC$, BD חוצה את הזווית $\angle ABC$. נסמן: $\angle ACD = \alpha$.

א. נתון: שטח המשולש $\triangle ABE$ גדול פי שלושה משטח המשולש $\triangle CDE$.

מצא את α .

ב. קבע האם ניתן לחסום מעגל במרובע ABCD. נמק.

9. במשולש $\triangle ABC$ חסום מעגל. נסמן: $\angle ACB = 2\alpha$, $\angle ABC = 2\beta$ ו- $BC = m$.

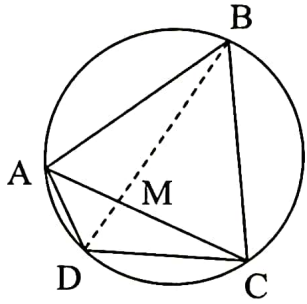
א. הבע באמצעות α , β ו-m את אורכו של רדיוס המעגל החסום במשולש $\triangle ABC$.

ב. נתון: $\beta = 45^\circ$. הוכח: שטח המשולש $\triangle ABC$ הוא: $\frac{m^2 \cdot \tan 2\alpha}{2}$.

ג. היקף המעגל החסום במשולש $\triangle ABC$ שווה לאורך הצלע BC.

שטח המשולש $\triangle ABC$ הוא 123 סמ"ר. מצא את m.

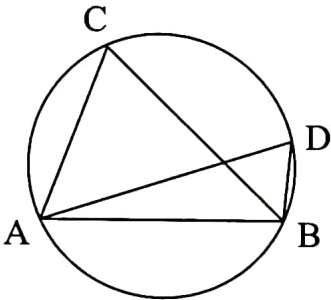
10. המיתרים BD ו-AC נחתכים בנקודה M. המשולש $\triangle ABC$ הוא שווה צלעות. נסמן: $\angle CAD = \alpha$.



א. הבע באמצעות α את היחס בין שטחי המשולשים: $\frac{S_{\triangle CDM}}{S_{\triangle ABM}}$.

ב. נתון: שטח המשולש $\triangle ABM$ גדול פי שניים משטח המשולש $\triangle CDM$. שטח המשולש $\triangle BCM$ הוא 92 סמ"ר. חשב את אורכו של רדיוס המעגל החוסם את המשולש $\triangle BCM$.

11. הנקודות A, B, C ו-D נמצאות על היקפו של מעגל כך שמרחקה של הנקודה C מהמיתר AB גדול פי שניים ממרחקה של הנקודה D מהמיתר AB.



א. הוכח: $\frac{AC}{BD} = \frac{2AD}{BC}$ (הדרכה: היעזר בשטחי משולשים).

ב. נתון: $BC = 3BD$. נסמן: $BD = a$, $AC = 2b$. הבע באמצעות a ו-b את אורך המיתר AB.

12. (*) במשולש $\triangle ABC$ חסום מעגל המשיק לצלעות AB, BC ו-AC בנקודות E, F ו-D בהתאמה.

א. נסמן: $BC = m$, $\angle ABC = \alpha$, $\angle ACB = \beta$. הוכח: $CF = \frac{m \tan \frac{\alpha}{2}}{\tan \frac{\alpha}{2} + \tan \frac{\beta}{2}}$.

ב. נתון: $\sin \frac{\alpha}{2} = 6 \sin \frac{\beta}{2}$ וגם: $\cos \frac{\alpha}{2} = 2 \cos \frac{\beta}{2}$. אורכו של המשיק CF הוא 18 ס"מ. מצא את m.

לסיכום התרגול בנושא טריגונומטריה, לאחר לימוד הזהויות המתקדמות בעמודים הבאים, מומלץ לפתור את השאלה המסכמת בעמוד 367.

תשובות:

(1) א. 30° . ב. 1 ס"מ $m =$ ג. 2.165 סמ"ר. (2) א. 25.2 ס"מ. ב. 4.59 ס"מ. ג. 9.17 סמ"ר.

(3) א. 55.15° . ב. 8.55a. ג. 122.5 סמ"ר. (4) ב. $\beta = 40.89^\circ$.

(5) א. $\frac{b \sin \beta}{1 + \sin \beta \cdot \cos \beta}$. ב. $\beta = 15^\circ$. (6) א. 69.21° . ב. 3.97 ס"מ. ג. 28.98 סמ"ר.

(7) א. (1) $2R^2 \cdot \sin^2 \beta \cdot \sin 2\beta$. (2) $\frac{2R^2 \cdot \sin^3 2\beta \cdot \sin \beta}{\sin 3\beta}$. ב. $\beta = 36^\circ$. (8) א. 30° . ב. ניתן לחסום.

(9) א. $\frac{m \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{m \cdot \tan \alpha \cdot \tan \beta}{\tan \alpha + \tan \beta}$. ג. 25.03 ס"מ $m =$. (10) א. $\frac{4}{3} \sin^2 \alpha$. ב. 9.35 ס"מ.

(11) ב. $AB = \sqrt{14b^2 - 7a^2}$. (12) ב. $m = 24$.



גישה לאתר 'מתמטיקורס'
- פתרונות לכל השאלות בספר -