



חקירה טריגונומטרית

יש סרטוני הסבר מלאים לכל התרגילים בקורס באתר:

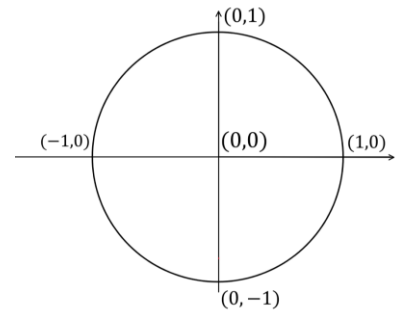
Matematicourse.com

[לחץ כאן כדי להגיע ישירות לדף הקורס](#)

רגע לפני משוואות טריגונומטריות – מעגל היחידה

הגדרת פונקציות הסינוס, קוסינוס, טנגנס וקוטנגנס במעגל היחידה.

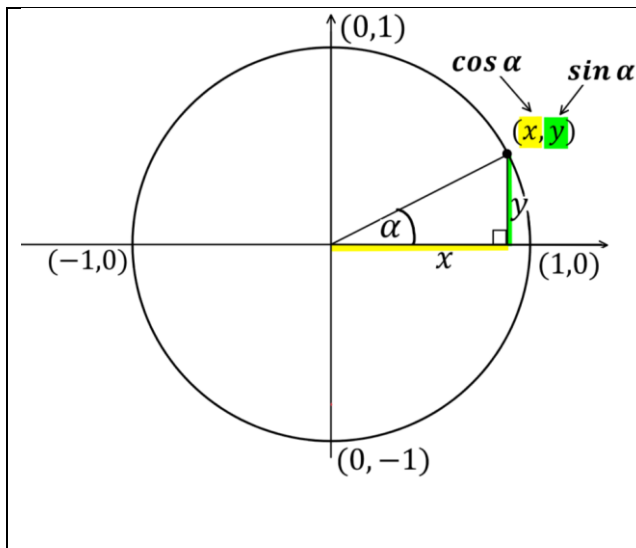
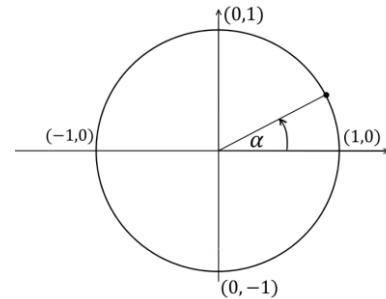
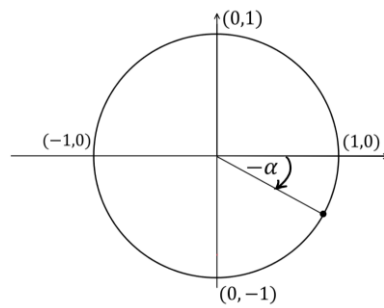
נגדיר מעגל היחידה – מעגל שרדיוסו באורך יחידה אחת. ומרכזו בראשית הצירים.



סיבוב של רדיוס המעגל נגד כיוון השעון מוגדרת כזווית חיובית.

סיבוב של רדיוס המעגל עם כיוון השעון מוגדרת כזווית שלילית.

הזווית נמדדת מהכיוון והחיובי של ציר ה- x . כאשר הרדיוס מונח על הקרן החיובית של ציר ה- x הזווית היא אפס.

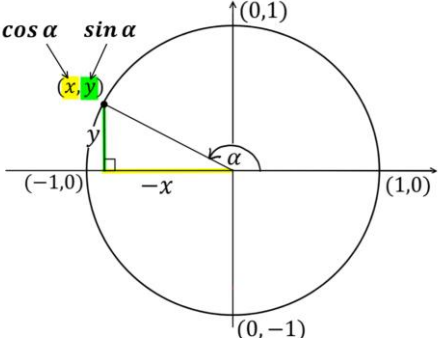
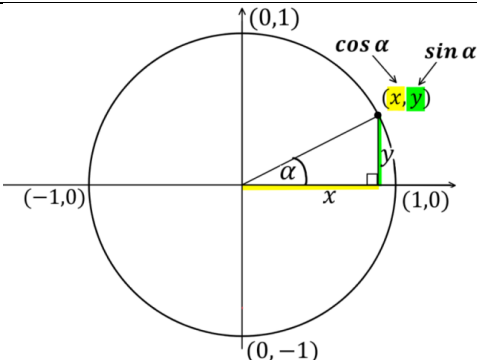
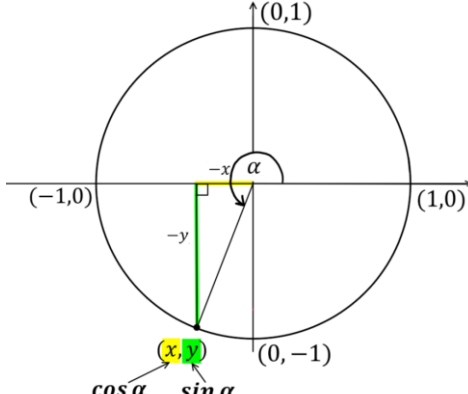
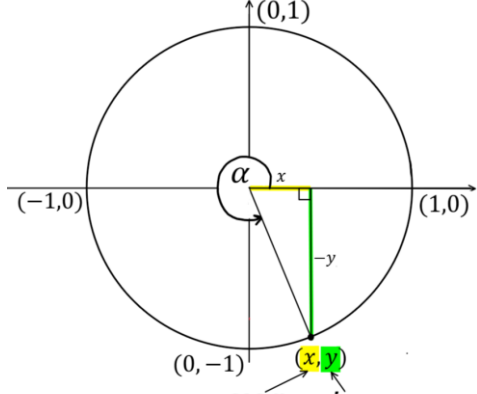


הגדרת סינוס α – $(\sin \alpha)$ אם נסובב את הרדיוס α מעלות והנקודה (x, y) היא הנקודה בה הרדיוס נוגע במעגל אז: $\sin \alpha = y$.

הגדרת קוסינוס α – $(\cos \alpha)$ אם נסובב את הרדיוס α מעלות והנקודה (x, y) היא הנקודה בה הרדיוס נוגע במעגל אז: $\cos \alpha = x$.

הגדרת טנגנס α – $(\tan \alpha)$ אם נסובב את הרדיוס α מעלות והנקודה (x, y) היא הנקודה בה הרדיוס נוגע במעגל אז: $\tan \alpha = \frac{y}{x}$.

הגדרת קוטנגנס α – $(\cot \alpha)$ אם נסובב את הרדיוס α מעלות והנקודה (x, y) היא הנקודה בה הרדיוס נוגע במעגל אז: $\cot \alpha = \frac{x}{y}$.

כדי לראות ויזואלית את ערך הסינוס והקוסינוס נוח וקל להוריד אנכים לצירים ולהתבונן במשולש ישר הזווית שנוצר	
אם הרדיוס ממוקם ברביע הראשון. ערך הסינוס שווה לניצב הירוק (זה שמקביל לציר ה-y) ערך הקוסינוס שווה למינוס הניצב הצהוב (זה שמונח על ציר ה-x)	אם הרדיוס ממוקם ברביע השני. ערך הסינוס שווה לניצב הירוק (זה שמקביל לציר ה-y) ערך הקוסינוס שווה למינוס הניצב הצהוב (זה שמונח על ציר ה-x)
	
אם הרדיוס ממוקם ברביע השלישי. ערך הסינוס שווה למינוס הניצב הירוק (זה שמקביל לציר ה-y) ערך הקוסינוס שווה למינוס הניצב הצהוב (זה שמונח על ציר ה-x)	אם הרדיוס ממוקם ברביע הרביעי. ערך הסינוס שווה למינוס הניצב הירוק (זה שמקביל לציר ה-y) ערך הקוסינוס שווה למינוס הניצב הצהוב (זה שמונח על ציר ה-x)
	

פתרון כללי של משוואות סינוס שווה מספר

כשנגיע למשוואה מהצורה $\sin x = b$ כאשר b הוא מספר בתחום $-1 \leq b \leq 1$ נבדוק במחשבון כמה הזוויות יוצאת על ידי לחיצה על $\sin^{-1}(b)$. אם הזווית יצאה: α הפתרון הכללי יהיה:

$$x = \alpha + 360^\circ k \text{ או } x = 180^\circ - \alpha + 360^\circ k \text{ כאשר } k \text{ הוא מספר שלם.}$$

1. נתונה המשוואה $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

- א. מצא את הפתרון הכללי של המשוואה
ב. מצא את פתרונות המשוואה הנמצאים בתחום $-900^\circ \leq x \leq 750^\circ$.

2. נתונה המשוואה $\sin x = -\frac{1}{2}$.

- א. מצא את הפתרון הכללי של המשוואה
ב. מצא את פתרונות המשוואה הנמצאים בתחום $-1040^\circ \leq x \leq 450^\circ$.

3. נתונה המשוואה $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

- א. מצא את הפתרון הכללי של המשוואה.
ב. מצא את פתרונות המשוואה הנמצאים בתחום $495^\circ \leq x \leq 750^\circ$.

4. נתונה המשוואה $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.
 א. מצא את הפתרון הכללי של המשוואה.
 ב. מצא את פתרונות המשוואה הנמצאים בתחום $-360^\circ \leq x \leq 360^\circ$.
5. נתונה המשוואה $\sin x = 0.82$.
 א. מצא את הפתרון הכללי של המשוואה.
 ב. מצא את פתרונות המשוואה הנמצאים בתחום $-100^\circ \leq x \leq 800^\circ$.
6. נתונה המשוואה $\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
 א. מצא את הפתרון הכללי של המשוואה.
 ב. מצא את פתרונות המשוואה הנמצאים בתחום $-180^\circ \leq x \leq 360^\circ$.
7. נתונה המשוואה $\sin 3x = \frac{1}{2}$.
 א. מצא את הפתרון הכללי של המשוואה.
 ב. מצא את פתרונות המשוואה הנמצאים בתחום $-90^\circ \leq x \leq 240^\circ$.
8. נתונה המשוואה $\sin(-3x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
 א. מצא את הפתרון הכללי של המשוואה.
 ב. מצא את פתרונות המשוואה הנמצאים בתחום $-90^\circ \leq x \leq 180^\circ$.
9. נתונה המשוואה $\sin(-2x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.
 א. מצא את הפתרון הכללי של המשוואה.
 ב. מצא את פתרונות המשוואה הנמצאים בתחום $-210^\circ \leq x \leq 210^\circ$.
10. נתונה המשוואה $\sin(x + 20^\circ) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.
 א. מצא את הפתרון הכללי של המשוואה.
 ב. מצא את פתרונות המשוואה הנמצאים בתחום $-360^\circ \leq x \leq 360^\circ$.
11. נתונה המשוואה $\sin(4x + 60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
 א. מצא את הפתרון הכללי של המשוואה.
 ב. מצא את פתרונות המשוואה הנמצאים בתחום $-180^\circ \leq x \leq 180^\circ$.
12. נתונה המשוואה $\sin(15^\circ - 2x) = -\frac{1}{2}$.
 א. מצא את הפתרון הכללי של המשוואה.
 ב. מצא את פתרונות המשוואה הנמצאים בתחום $-180^\circ \leq x \leq 180^\circ$.
13. נתונה המשוואה $2\sin 3x = \frac{1}{3}$.
 א. מצא את הפתרון הכללי של המשוואה.
 ב. מצא את פתרונות המשוואה הנמצאים בתחום $120^\circ \leq x \leq 240^\circ$.
14. נתונה המשוואה $2\sin 2x + 2 = 3$.
 א. מצא את הפתרון הכללי של המשוואה.
 ב. מצא את פתרונות המשוואה הנמצאים בתחום $-180^\circ \leq x \leq 0^\circ$.

פתרונות:

1. פתרון:
 א. $x = 120^\circ + 360^\circ k, x = 60^\circ + 360^\circ k$
 ב. $-660^\circ, -600^\circ, -300^\circ, -240^\circ, 60^\circ, 120^\circ, 420^\circ, 480^\circ$
2. פתרון:
 א. $x = -30^\circ + 360^\circ k, x = 210^\circ + 360^\circ k$
 ב. $-870^\circ, -750^\circ, -510^\circ, -390^\circ, -150^\circ, -30^\circ, 210^\circ, 330^\circ$
3. פתרון:

- א. $x = 45^\circ + 360^\circ k$, $x = 135^\circ + 360^\circ k$
 ב. 495°
 4. פתרון:
 א. $x = -60^\circ + 360^\circ k$, $x = 240^\circ + 360^\circ k$
 ב. $-120^\circ, -60^\circ, 240^\circ, 300^\circ$
 5. פתרון:
 א. $x = 55.085^\circ + 360^\circ k$, $x = 124.915^\circ + 360^\circ k$
 ב. $55.085^\circ, 124.915^\circ, 415.085^\circ, 484.915^\circ, 775.085^\circ$
 6. פתרון:
 א. $x = 60^\circ + 180^\circ k$, $x = 30^\circ + 180^\circ k$
 ב. $-150^\circ, -120^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 210^\circ, 240^\circ$
 7. פתרון:
 א. $x = 10^\circ + 120^\circ k$, $x = 50^\circ + 120^\circ k$
 ב. $-70^\circ, 10^\circ, 50^\circ, 130^\circ, 170^\circ$
 8. פתרון:
 א. $x = -15^\circ + 120^\circ k$, $x = -45^\circ + 120^\circ k$
 ב. $-45^\circ, -15^\circ, 75^\circ, 105^\circ$
 9. פתרון:
 א. $x = -120^\circ + 180^\circ k$, $x = 30^\circ + 180^\circ k$
 ב. $-150^\circ, -120^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 210^\circ$
 10. פתרון:
 א. $x = -65^\circ + 360^\circ k$, $x = 205^\circ + 360^\circ k$
 ב. $-155^\circ, -65^\circ, 205^\circ, 295^\circ$
 11. פתרון:
 א. $x = 90^\circ k$, $x = 15^\circ + 90^\circ k$
 ב. $-180^\circ, -165^\circ, -75^\circ, -90^\circ, 0^\circ, 15^\circ, 90^\circ, 105^\circ, 180^\circ$
 12. פתרון:
 א. $x = -97.5^\circ + 180^\circ k$, $x = 22.5^\circ + 180^\circ k$
 ב. $-157.5^\circ, -97.5^\circ, 22.5^\circ, 82.5^\circ$
 13. פתרון:
 א. $x = 3.198^\circ + 120^\circ k$, $x = 56.802^\circ + 120^\circ k$
 ב. $123.198^\circ, 176.802^\circ$
 14. פתרון:
 א. $x = 75^\circ + 180^\circ k$, $x = 15^\circ + 180^\circ k$
 ב. $-165^\circ, -105^\circ$

פתרון כללי של משוואות סינוס שווה סינוס

כשנגיע למשוואה מהצורה $\sin \alpha = \sin \beta$ הפתרון הכללי יהיה:

$$\alpha = \beta + 360^\circ k \text{ או } \alpha = 180^\circ - \beta + 360^\circ k \text{ כאשר } k \text{ הוא מספר שלם.}$$

1. נתונה המשוואה $\sin(60^\circ - 2x) = \sin(30^\circ + x)$
 א. מצא את הפתרון הכללי של המשוואה.
 ב. מצא את פתרונות המשוואה הנמצאים בתחום $-180^\circ \leq x \leq 180^\circ$.
 2. נתונה המשוואה $\sin(x + 15^\circ) = \sin(4x - 15^\circ)$
 א. מצא את הפתרון הכללי של המשוואה.

- ב. מצא את פתרונות המשוואה הנמצאים בתחום $100^\circ \leq x \leq 150^\circ$.
 3. נתונה המשוואה $\sin(x + 45^\circ) = \sin(x - 25^\circ)$.
 א. מצא את הפתרון הכללי של המשוואה.
 ב. מצא את פתרונות המשוואה הנמצאים בתחום $0^\circ \leq x \leq 100^\circ$.
 4. נתונה המשוואה $\sin(20^\circ - 2x) = \sin(2x)$.
 א. מצא את הפתרון הכללי של המשוואה.
 ב. מצא את פתרונות המשוואה הנמצאים בתחום $0^\circ \leq x \leq 100^\circ$.

פתרונות:

1. פתרון:
 א. $x = -90^\circ + 360^\circ k, x = 10^\circ + 120^\circ k$
 ב. $-110^\circ, -90^\circ, 10^\circ, 130^\circ$
 2. פתרון:
 א. $x = 36^\circ + 72^\circ k, x = 10^\circ + 120^\circ k$
 ב. $108^\circ, 130^\circ$
 3. פתרון:
 א. $x = 80^\circ + 180^\circ k$
 ב. 80°
 4. פתרון:
 א. $x = 5^\circ + 90^\circ k$
 ב. $5^\circ, 95^\circ$

פתרון כללי של משוואות קוסינוס שווה מספר

כשנגיע למשוואה מהצורה $\cos x = b$ כאשר b הוא מספר בתחום $-1 \leq b \leq 1$ נבדוק במחשבון כמה הזווית יוצאת על ידי לחיצה על $\cos^{-1}(b)$. אם הזווית יצאה: α הפתרון הכללי יהיה:

$x = \alpha + 360^\circ k$ או $x = -\alpha + 360^\circ k$ כאשר k הוא מספר שלם.

1. נתונה המשוואה $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
 א. מצא את הפתרון הכללי של המשוואה
 ב. מצא את פתרונות המשוואה הנמצאים בתחום $-450^\circ \leq x \leq 450^\circ$.
 2. נתונה המשוואה $\cos x = \frac{1}{2}$.
 א. מצא את הפתרון הכללי של המשוואה
 ב. מצא את פתרונות המשוואה הנמצאים בתחום $-450^\circ \leq x \leq -60^\circ$.
 3. נתונה המשוואה $\cos 2x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.
 א. מצא את הפתרון הכללי של המשוואה
 ב. מצא את פתרונות המשוואה הנמצאים בתחום $-60^\circ \leq x \leq 60^\circ$.
 4. נתונה המשוואה $\cos(20^\circ - 3x) = -0.4$.
 א. מצא את הפתרון הכללי של המשוואה
 ב. מצא את פתרונות המשוואה הנמצאים בתחום $200^\circ \leq x \leq 330^\circ$.

פתרונות:

1. פתרון:
 א. $x = \pm 30^\circ + 360^\circ k$
 ב. $-390^\circ, -330^\circ, -30^\circ, 30^\circ, 330^\circ, 390^\circ$

2. פתרון:

א. $x = \pm 60^\circ + 360^\circ k$
ב. $-420^\circ, -300^\circ, -60^\circ$

3. פתרון:

א. $x = \pm 67.5^\circ + 180^\circ k$
ב. אין פתרונות בתחום.

4. פתרון:

א. $x = -31.193^\circ + 120^\circ k, x = 44.526^\circ + 120^\circ k$
ב. $208.807^\circ, 284.526^\circ, 328.807^\circ$

פתרון כללי של משוואות קוסינוס שווה קוסינוס

כשנגיע למשוואה מהצורה $\cos \alpha = \cos \beta$ הפתרון הכללי יהיה:

$$\alpha = \beta + 360^\circ k \text{ או } \alpha = -\beta + 360^\circ k \text{ כאשר } k \text{ הוא מספר שלם.}$$

1. נתונה המשוואה $\cos(75^\circ - 3x) = \cos(x + 35^\circ)$.

- א. מצא את הפתרון הכללי של המשוואה
ב. מצא את פתרונות המשוואה הנמצאים בתחום $200^\circ \leq x \leq 330^\circ$.

2. נתונה המשוואה $\cos 2x = \cos(x + 30^\circ)$. מצא את הפתרון הכללי של המשוואה.

פתרונות:

1. פתרון:

א. $x = 55^\circ + 180^\circ k, x = 10^\circ + 90^\circ k$
ב. $235^\circ, 280^\circ$

2. פתרון: $x = 30^\circ + 360^\circ k, x = -10^\circ + 120^\circ k$

פתרון כללי של משוואות טנגנס שווה טנגנס

כשנגיע למשוואה מהצורה $\tan x = b$ (יכול להיות כל מספר) נבדוק במחשבון כמה הזווית יוצאת על ידי לחיצה על $\tan(b)$. אם הזווית יצאה: α הפתרון הכללי יהיה:

$$x = \alpha + 180^\circ k \text{ כאשר } k \text{ הוא מספר שלם.}$$

פתרון כללי של משוואות טנגנס שווה טנגנס

כשנגיע למשוואה מהצורה $\tan \alpha = \tan \beta$ הפתרון הכללי יהיה:

$$\alpha = \beta + 180^\circ k \text{ כאשר } k \text{ הוא מספר שלם.}$$

1. נתונה המשוואה $\tan x = \sqrt{3}$.

- א. מצא את הפתרון הכללי של המשוואה
ב. מצא את פתרונות המשוואה הנמצאים בתחום $-400^\circ \leq x \leq 400^\circ$.
2. נתונה המשוואה $\tan 3x = 1$.

- א. מצא את הפתרון הכללי של המשוואה
ב. מצא את פתרונות המשוואה הנמצאים בתחום $-100^\circ \leq x \leq 150^\circ$.

3. נתונה המשוואה $\tan(10^\circ - 2x) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

- א. מצא את הפתרון הכללי של המשוואה
 ב. מצא את פתרונות המשוואה הנמצאים בתחום $-100^\circ \leq x \leq 90^\circ$.

4. נתונה המשוואה $\tan(10^\circ + x) = \tan(40^\circ + 2x)$.

- א. מצא את הפתרון הכללי של המשוואה
 ב. מצא את פתרונות המשוואה הנמצאים בתחום $-100^\circ \leq x \leq 90^\circ$.

פתרונות:

1. פתרון:

- א. $x = 60^\circ + 180^\circ k$
 ב. $-300^\circ, -120^\circ, 60^\circ, 240^\circ$.

2. פתרון:

- א. $x = 15^\circ + 60^\circ k$
 ב. $-45^\circ, 15^\circ, 75^\circ, 135^\circ$.

3. פתרון:

- א. $x = 20^\circ + 90^\circ k$
 ב. $-70^\circ, 20^\circ$.

4. פתרון:

- א. $x = -30^\circ + 180^\circ k$
 ב. -30° .

פתרון מקוצר של משוואות סינוס וקוסינוס (רק במקרה שהם שווים 0,1 או -1)

מצא את הפתרון הכללי של המשוואות הבאות:

1. $\cos x = 0$

2. $\sin x = 0$

3. $\sin x = 1$

4. $\cos x = 1$

5. $\sin x = -1$

6. $\cos x = -1$

פתרונות:

1. $x = 90^\circ + 180^\circ k$
2. $x = 180^\circ k$
3. $x = 90^\circ + 360^\circ k$
4. $x = 360^\circ k$
5. $x = -90^\circ + 360^\circ k$
6. $x = 180^\circ + 360^\circ k$

משוואות הכוללות טכניקה אלגברית וסידור המשוואה לפני הפתרון הטריגונומטרי.
מצא את הפתרון הכללי של המשוואות הבאות:

1. $(\sin x - 1) \cos 2x = 0$
2. $\sin^2 x - \frac{1}{2} \sin x = 0$
3. $\cos^2 3x = \cos 3x$
4. $\tan^2 x - 1 = 0$
5. $2\sin^2 x = -\sqrt{3} \sin x$
6. $\cos^2 x + \cos x = 0$
7. $\sin^3 2x + \sin 2x = 0$
8. $\sin^3 2x = \sin 2x$
9. $\cos^4 3x = -\cos 3x$
10. $\tan^4 x = -\tan^3 x$
11. $\cos^2 x - 2\cos x = 0$
12. $8\sin^2 x - 6 = 0$
13. $\sin 4x = -\sin^2 4x$
14. $\cos^2 x = \frac{1}{4}$
15. $\cos 3x \sin x = 0$
16. $4\cos^2 x = -2\sqrt{3}\cos x$
17. $2\cos^2 x + \cos x = 1$
18. $\sin^2 x + \sin x = 2$
19. $\tan^2 x - \tan x - 2 = 0$
20. $4\sin^2(\frac{1}{2}x) - 8\sin(\frac{1}{2}x) + 3 = 0$

פתרונות:

1. $x = 45^\circ + 90^\circ k$ או $x = 90^\circ + 360^\circ k$
2. $x = 180^\circ k$ או $x = 150^\circ + 360^\circ k$ או $x = 30^\circ + 360^\circ k$
3. $x = 30^\circ + 60^\circ k$ או $x = 120^\circ k$
4. $x = -45^\circ + 180^\circ k$ או $x = 45^\circ + 180^\circ k$
5. $x = 180^\circ k$ או $x = 240^\circ + 360^\circ k$ או $x = -60^\circ + 360^\circ k$
6. $x = 180^\circ + 360^\circ k$ או $x = 90^\circ + 180^\circ k$
7. $x = 90^\circ k$
8. אפשר להגיש את התשובה ל-8 באחת מהדרכים הבאות:
 - i. $x = -45^\circ + 180^\circ k$ או $x = 45^\circ + 180^\circ k$ או $x = 90^\circ k$
 - ii. $x = 45^\circ + 90^\circ k$ או $x = 90^\circ k$
 - iii. $x = 45^\circ k$
9. $x = 60^\circ + 120^\circ k$ או $x = 30^\circ + 60^\circ k$
10. $x = -45^\circ + 180^\circ k$ או $x = 180^\circ k$
11. $x = 90^\circ + 180^\circ k$

12. $x = 120^\circ + 360^\circ k$ או $x = 60^\circ + 360^\circ k$ או $x = 240^\circ + 360^\circ k$ או $x = -60^\circ + 360^\circ k$
13. $x = -22.5^\circ + 90^\circ k$ או $x = 45^\circ k$
14. $\pm 120^\circ + 360^\circ k$ או $x = \pm 60^\circ + 360^\circ k$
15. $x = 180^\circ k$ או $x = 30^\circ + 60^\circ k$
16. $x = 90^\circ + 180^\circ k$ או $x = \pm 150^\circ + 360^\circ k$
17. $180^\circ + 360^\circ k$ או $x = \pm 60^\circ + 360^\circ k$
18. $90^\circ + 360^\circ k$
19. $63.435^\circ + 180^\circ k$ או $-45^\circ + 180^\circ k$
20. $60^\circ + 720^\circ k$ או $300^\circ + 720^\circ k$

משוואות הכוללות שימוש בזהויות (לא כולל זווית כפולה וסכום\הפרש זוויות).

מצא את הפתרון הכללי של המשוואות הבאות:

1. $\cos 2x = \sin(x - 40^\circ)$
2. $\sin(2x - 10^\circ) = \cos(25^\circ - 3x)$
3. $\sin x = \cos(-3x)$
4. $\cos 1.5x = \sin(90^\circ - x)$
5. $\cos 3x = -\cos(2x + 20^\circ)$
6. $-\cos(105^\circ + 3x) = \cos(x + 35^\circ)$
7. $\cos 2x = -\cos 2.5x$
8. $-\cos(180^\circ - 2x) = \cos 4x$
9. $-\sin 3x = \sin(2x + 30^\circ)$
10. $\sin(2.5x - 40^\circ) = -\sin(1.5x)$
11. $\sin 7x = -\cos 3x$
12. $\cos 3x = -\sin(2x + 20^\circ)$
13. $3 - 3 \sin x - 2 \cos^2 x = 0$
14. $\sin^2 x = 1.5 \cos x$
15. $6 \sin^2 x + 2 \cos^2 x + 1 = 8 \sin x$
16. $4 \sin^2 x - 4 \cos x = 1$
17. $\cos^2 x - \sin x = \cos^2(90^\circ - x)$
18. $2 \sin^2 x - \sqrt{3} \cos(90^\circ + x) = 0$
19. $3 \sin^2 x - \cos^2 x = 2$
20. $\tan^2 x + 3 \tan(180^\circ - x) + 2 = 0$
21. $\tan^2 x + 3.5 \tan(180^\circ + x) + 1.5 = 0$

פתרונות:

1. $x = 43\frac{1}{3}^\circ + 120^\circ k$ או $x = -130^\circ + 360^\circ k$
2. $x = -75^\circ + 360^\circ k$ או $x = 25^\circ + 72^\circ k$
3. $x = -45^\circ + 180^\circ k$ או $x = 22.5^\circ + 90^\circ k$
4. $x = 144^\circ k$ או $x = 720^\circ k$
5. $x = 32^\circ + 72^\circ k$ או $x = -160^\circ + 360^\circ k$
6. $x = 10^\circ + 90^\circ k$ או $x = 55^\circ + 180^\circ k$
7. $x = 40^\circ + 80^\circ k$ או $x = 360^\circ + 720^\circ k$
8. $x = 60^\circ k$
9. $x = -6^\circ + 72^\circ k$ או $x = -150^\circ + 360^\circ k$
10. $x = 10^\circ + 90^\circ k$ או $x = 220^\circ + 360^\circ k$
11. $x = -22.5^\circ + 90^\circ k$ או $x = 27^\circ + 36^\circ k$

12. $x = -22^\circ + 72^\circ k$ או $x = 110^\circ + 360^\circ k$
13. $x = 30^\circ + 360^\circ k$ או $x = 90^\circ + 360^\circ k$ או $x = 150^\circ + 360^\circ k$
14. $x = \pm 60^\circ + 360^\circ k$
15. $x = 30^\circ + 360^\circ k$ או $x = 150^\circ + 360^\circ k$
16. $x = \pm 60^\circ + 360^\circ k$
17. $x = 30^\circ + 360^\circ k$ או $x = -90^\circ + 360^\circ k$ או $x = 150^\circ + 360^\circ k$
18. $x = 180^\circ k$ או $x = -60^\circ + 360^\circ k$ או $x = 240^\circ + 360^\circ k$
19. $x = 120^\circ + 360^\circ k$ או $x = \pm 60^\circ + 360^\circ k$ או $x = 240^\circ + 360^\circ k$
20. $x = 63.435^\circ + 180^\circ k$ או $x = 45^\circ + 180^\circ k$
21. $x = -26.565^\circ + 180^\circ k$ או $x = -71.565^\circ + 180^\circ k$

משוואות הנפתרות על ידי חלוקה בקוסינוס.

(משוואות מהצורה: $a \sin x = b \cos x$)

מצא את הפתרון הכללי של המשוואות הבאות:

1. $\sin x = 2 \cos x$
2. $\sqrt{3} \sin x = \cos x$
3. $2 \sin x - 3 \cos x = 0$
4. $4 \cos 2x = 3 \sin 2x$
5. $\cos^4 2x = 9 \sin^4 2x$

פתרונות:

1. $x = 63.345^\circ + 180^\circ k$
2. $x = 30^\circ + 180^\circ k$
3. $x = 56.31^\circ + 180^\circ k$
4. $x = 26.565^\circ + 90^\circ k$
5. $x = \pm 15^\circ + 90^\circ k$

משוואות הנפתרות על ידי שימוש בזהויות של זווית כפולה.

מצא את הפתרון הכללי של המשוואות הבאות:

1. $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}$
2. $\sin 3x \cos 3x = \frac{\sqrt{3}}{4}$
3. $4 \sin x \cos x \cos 2x = 1$
4. $2 \sin x - \sin 2x = 0$
5. $\sqrt{3} \sin x = \sin 2x$
6. $\sin 6x = \sqrt{2} \cos 3x$
7. $2 \cos 2x - \sin 4x = 0$
8. $\cos x - \cos 2x = 1$
9. $3 - \cos 2x = 2 \cos x$
10. $3 \cos 2x = \cos 4x$
11. $2 \sin 3x - \cos 6x = 0$
12. $\sin x = 1 - \cos 2x$
13. $\sin^2 x - 1 = \frac{1}{2} \cos 2x$

פתרונות:

1. $x = 60^\circ + 180^\circ k$ או $x = 30^\circ + 180^\circ k$
2. $x = 20^\circ + 60^\circ k$ או $x = 10^\circ + 60^\circ k$
3. $x = 22.5^\circ + 90^\circ k$
4. $x = 180^\circ k$
5. $x = \pm 30^\circ + 360^\circ k$ או $x = 180^\circ k$
6. $x = 45^\circ + 120^\circ k$ או $x = 15^\circ + 120^\circ k$ או $x = 30^\circ + 60^\circ k$
7. $x = 45^\circ + 90^\circ k$
8. $x = \pm 60^\circ + 360^\circ k$ או $x = 90^\circ + 180^\circ k$
9. $x = 360^\circ k$
10. $x = \pm 53.16^\circ + 180^\circ k$
11. $x = 52.844^\circ + 120^\circ k$ או $x = 7.156^\circ + 120^\circ k$
12. $x = 150^\circ + 360^\circ k$ או $x = 30^\circ + 360^\circ k$ או $x = 180^\circ k$
13. $x = 240^\circ + 360^\circ k$ או $x = -60^\circ + 360^\circ k$ או $x = 60^\circ + 360^\circ k$ או $x = 120^\circ + 360^\circ k$

רדיאנים

(צפה בסרטון הקדמה על רדיאנים ופתור את התרגילים הבאים).
הפתרונות מופיעים אחרי תרגיל 3

1. בתרגילים הבאים נתונות זוויות ברדיאנים- המר אותן למעלות:

- א. $\frac{2}{3}\pi$
- ב. $-\frac{1}{6}\pi$
- ג. 1.5π
- ד. 4π
- ה. -5.5π
- ו. $\frac{1}{3}\pi$
- ז. 1.1π
- ח. 0
- ט. $\frac{7}{6}\pi$

2. בתרגילים הבאים נתונות זוויות ברדיאנים- המר אותן למעלות:

- א. 3
- ב. -1.5
- ג. $\frac{1}{6}$
- ד. 2.5
- ה. 4

3. בתרגילים הבאים נתונות זוויות במעלות- המר אותן לרדיאנים:

- א. 30°
- ב. 60°
- ג. -90°
- ד. -240°
- ה. 330°
- ו. 360°
- ז. -720°
- ח. 45°
- ט. 135°

***ראה סרטון על הפיכת המחשבון "למצב רדיאנים".**

1. פתרונות:

א. $\frac{2}{3}\pi = 120^\circ$

ב. $-\frac{1}{6}\pi = -30^\circ$

ג. $1.5\pi = 270^\circ$

ד. $4\pi = 720^\circ$

ה. $-5.5\pi = 990^\circ$

ו. $\frac{1}{3}\pi = 60^\circ$

ז. $1.1\pi = 198^\circ$

ח. 0

ט. $\frac{7}{6}\pi = 210^\circ$

2. פתרונות:

א. $3 = 171.882^\circ$

ב. $-1.5 = -85.9437^\circ$

ג. $\frac{1}{6} = 9.5439^\circ$

ד. $2.5 = 143.2395^\circ$

ה. $4 = 229.1832^\circ$

3. פתרונות:

א. $30^\circ = \frac{1}{6}\pi$

ב. $60^\circ = \frac{1}{3}\pi$

ג. $-90^\circ = -\frac{1}{2}\pi$

ד. $-240^\circ = -1\frac{1}{3}\pi$

ה. $330^\circ = \frac{11}{6}\pi$

ו. $360^\circ = 2\pi$

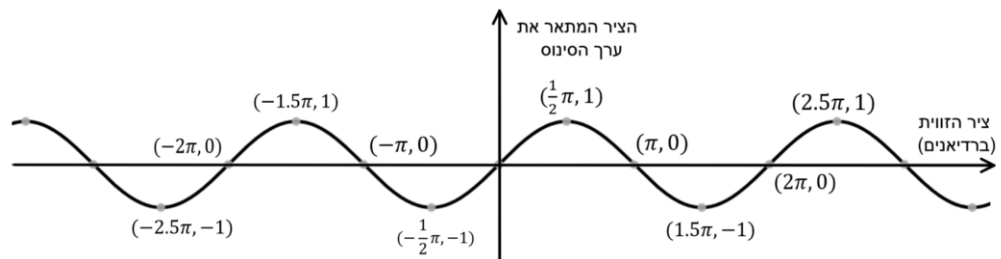
ז. $-720^\circ = -4\pi$

ח. $45^\circ = \frac{1}{4}\pi$

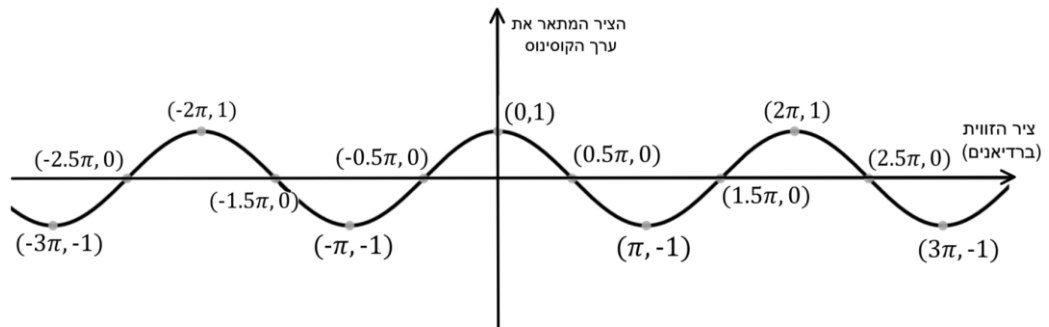
ט. $135^\circ = \frac{3}{4}\pi$

איך נראים הגרפים של הפונקציות הטריגונומטריות הבסיסיות
ראה סרטוני הסבר

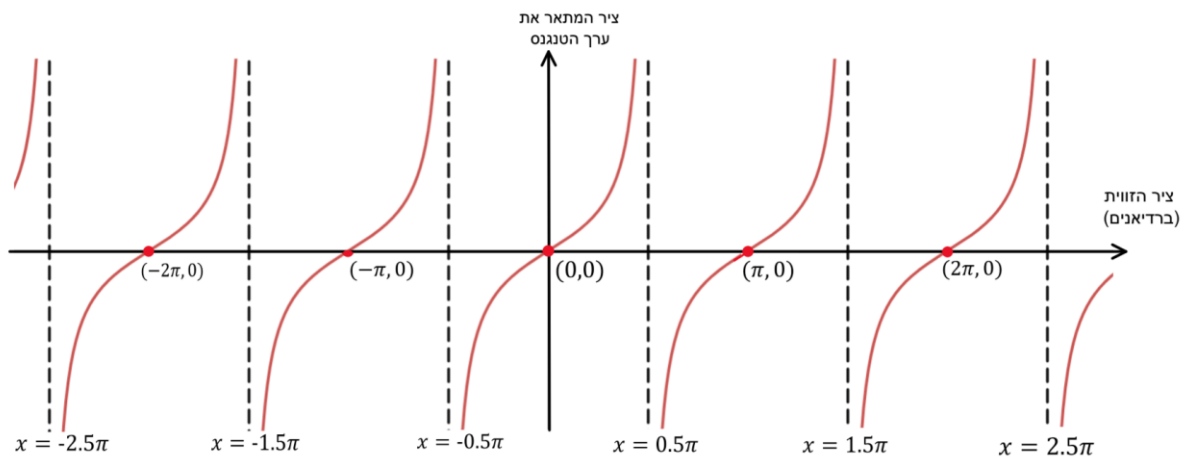
גרף הסינוס



גרף הקוסינוס



גרף הטנגנס



נגזרות של פונקציות טריגונומטריות

נגזרות של סינוס וקוסינוס

$y = \sin(f(x))$	$\rightarrow y' = f'(x) \cos(f(x))$
$y = \cos(f(x))$	$\rightarrow y' = -f'(x) \sin(f(x))$

תרגיל 1 – נגזרות של סינוס וקוסינוס

גזור את הפונקציות הבאות:

הערה: אם לא הגעת לתשובה שרשומה בתשובות- נסו להגיע אליה ע"י סידור הנגזרת ולא שימוש בזהויות. באופן כללי אין חובה להגיע לסידור מסוים אז אם תשובתך יצאה מסודרת בצורה שונה זה בסדר גמור אבל כן חשוב, לכל הפחות, להבין כיצד הגעת לסידור שמופיע בתשובות.

א. $y = \sin(2x^3)$	ב. $y = \cos(3x^2)$	ג. $y = \sin(\frac{1}{6}\pi - x)$
ד. $y = \cos(x - \frac{1}{2}\pi^2)$	ה. $y = \sqrt{\sin(\pi x + \pi^2)}$	ו. $y = \sqrt{\cos x}$

$y = \frac{\cos 2x+1}{\sin x}$.ו	$y = \sqrt{\sin x}$.נ	$y = 2\sin 4x \cdot \cos 4x$.ז
$y = (\sin x - \cos x)^3$.יב	$y = \frac{\sqrt{\sin x}+1}{\sin x}$.יא	$y = \frac{\cos x-x}{\cos x} + \pi x$.י
$y = \cos^3 4x$.יט	$y = \sin^8 2x$.יד	$y = (3\sin 2x + \cos 5x)^2$.יג
$y = x \cos^2 x$.יח	$y = \cos^2 x$.יז	$y = \sin^2 x$.טז
$y = \frac{\cos 3x}{\sin 3x+1}$.כא	$y = \frac{\sin x}{\sin x+1}$.כ	$y = 3\sin^2 6x - \pi^2 x + x^2$.יט
$y = \sin^2 x - \cos^2 x$.כד	$y = \frac{\sin 4x}{\sqrt{\cos 4x}}$.כג	$y = \frac{1}{\cos x} + 4\sin x$.כב
		$y = \sin^4 x - \cos^4 x$.כה

תשובות לתרגיל 1

$-\cos(\frac{1}{6}\pi - x)$.ג	$-6x\sin(3x^2)$.ב	$6x^2\cos(2x^3)$.א
$\frac{-\sin x}{2\sqrt{\cos x}}$.י	$\frac{\pi\cos(\pi x+\pi^2)}{2\sqrt{\sin(\pi x+\pi^2)}}$.ה	$-\sin(x - \frac{1}{2}\pi^2)$.ד
$\frac{-2\sin 2x \sin x - \cos x(\cos 2x+1)}{\sin^2 x}$.ט *עקרונית אפשר לסדר את זה עוד אבל זה לא קריטי בשלב הזה.	$\frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}}$.ח	$8\cos 8x$.ז
$3(\sin x - \cos x)^2(\sin x + \cos x)$.יב	$-\frac{\cos x(\sqrt{\sin x}+2)}{2\sin^2 x}$.יא	$\frac{-\cos x - x\sin x}{\cos^2 x} + \pi$.י
$-12\cos^2 4x \sin 4x$.יט	$16\sin^7 2x \cos 2x$.יד	$2(3\sin 2x + \cos 5x)(6\cos 2x - 5\sin 5x)$.יג
$\cos x (\cos x - 2x \sin x)$.יח	$-\sin 2x$.יז	$\sin 2x$.טז
$-\frac{3}{\sin 3x+1}$.כא	$\frac{\cos x}{(\sin x+1)^2}$.כ	$18\sin 12x - \pi^2 + 2x$.יט
$2\sin 2x$.כד	$\frac{2(\cos^2 4x+1)}{\cos 4x\sqrt{\cos 4x}}$.כג	$\frac{\sin x}{\cos^2 x} + 4\cos x$.כב
		$2\sin 2x$.כה

נגזרות של טנגנס וקוטנגנס

$y = \sin(f(x)) \rightarrow y' = f'(x) \cos(f(x))$
$y = \cos(f(x)) \rightarrow y' = -f'(x) \sin(f(x))$
$y = \tan(f(x)) \rightarrow y' = \frac{f'(x)}{\cos^2(f(x))}$
$y = \cot(f(x)) \rightarrow y' = -\frac{f'(x)}{\sin^2(f(x))}$

תרגיל 2 נגזרת של טנגנס וקוטנגנס

גזור את הפונקציות הבאות:

הערה: אם לא הגעת לתשובה שרשומה בתשובות- נסו להגיע אליה ע"י סידור הנגזרת ולא שימוש בזהויות. באופן כללי אין חובה להגיע לסידור מסוים אז אם תשובתך יצאה מסודרת בצורה שונה זה בסדר גמור אבל כן חשוב, לכל הפחות, להבין כיצד הגעת לסידור שמופיע בתשובות.

א. $y = 4 \tan(3x)$	ב. $y = 2 \tan(3x^2)$	ג. $y = \cot(\frac{1}{6}\pi + \frac{1}{2}x)$
ד. $y = 2 \cot(2x)$	ה. $y = 4 \tan x + \tan(\frac{1}{x})$	ו. $y = \tan^3 4x$
ז. $y = 3 \tan^2 x$	ח. $y = 1.2 \cot^5 x$	ט. $y = \frac{\tan 2x + 1}{\sin 2x}$
י. $y = \sqrt{\tan x} + 1$		

תשובות לתרגיל 2

א. $y' = \frac{12}{\cos^2(3x)}$	ב. $y' = \frac{12x}{\cos^2(3x^2)}$	ג. $y' = -\frac{1}{2 \sin^2(\frac{1}{6}\pi + \frac{1}{2}x)}$
ד. $y' = -\frac{4}{\sin^2(2x)}$	ה. $y' = \frac{4}{\cos^2 x} - \frac{1}{x^2 \cos^2(\frac{1}{x})}$	ו. $y' = \frac{12 \tan^2(4x)}{\cos^2(4x)}$
ז. $y' = \frac{6 \tan x}{\cos^2 x}$	ח. $y' = -\frac{6 \cot^4 x}{\sin^2 x}$	ט. $y' = \frac{2(\sin(2x) - \cos^3(2x)(\tan 2x + 1))}{\sin^2 2x \cdot \cos^2 2x}$
י. $y' = \frac{1}{2 \cos^2 x \cdot \sqrt{\tan x}}$		

תרגילי חקירה מלאה

1. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\sin x}{\sin x + 1}$ בתחום $0 \leq x \leq 2.25\pi$.

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים (אם יש כאלה).
- מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה ואת תחומי העליה והירידה שלה.
- שרטט את הפונקציה.

2. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x}$ בתחום $-0.5\pi \leq x \leq 0.75\pi$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים (אם יש כאלה).
- ג. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- ד. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה ואת תחומי העליה והירידה שלה.
- ה. שרטט את הפונקציה.

3. נתונה הפונקציה $f(x) = \sin^2 x - \sin x$ בתחום $-\pi \leq x \leq 0.5\pi$.

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
- ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים (אם יש כאלה).
- ג. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- ד. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה ואת תחומי העליה והירידה שלה.
- ה. שרטט את הפונקציה.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \sin x - \tan x$ בתחום $\pi \leq x \leq 2.5\pi$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים (אם יש כאלה).
- ג. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- ד. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה) ואת תחומי העליה והירידה שלה (אם יש כאלה).
- ה. שרטט את הפונקציה.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = 0.5x - \cos x$ בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים (אם יש כאלה).
- ג. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-y.
- ד. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה ואת תחומי העליה והירידה שלה.
- ה. שרטט את הפונקציה.
- ו. כמה פתרונות יש למשוואה $0.5x = \cos x$ בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$.

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \tan(x^2 - 4x)$ בתחום $0 \leq x \leq 4$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים (אם יש כאלה).
- ג. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- ד. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה) ואת תחומי העליה והירידה שלה (אם יש כאלה).
- ה. שרטט את הפונקציה.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{x}\right)$ בתחום $x \geq 0.25$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים (אם יש כאלה).
- ג. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).
- ד. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה ואת תחומי העליה והירידה שלה.
- ה. שרטט את הפונקציה.

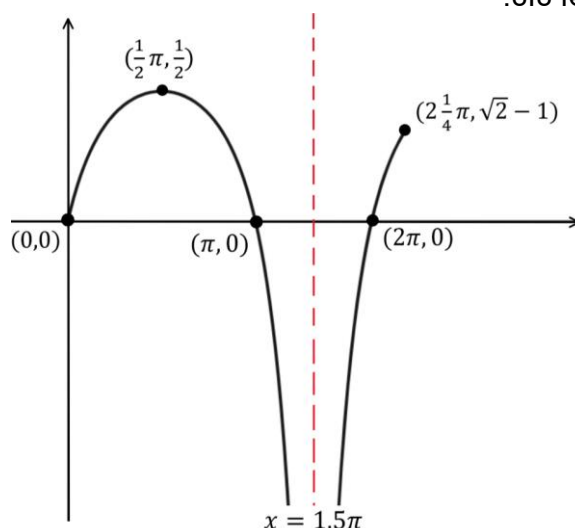
8. נתונה הפונקציה $f(x) = \cos^3 x \cdot \sin x$ בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

- א. מצא את שיעורי נקודות הקיצון וקבע את סוגן.
 ב. שרטט את הפונקציה.

פתרונות לתרגילי חקירה מלאים

1. פתרון:

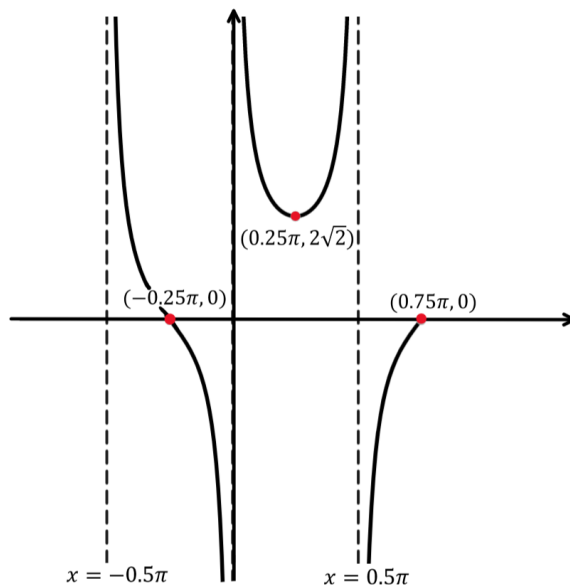
- א. $x \neq 1.5\pi, 0 \leq x \leq 2.25\pi$
 ב. אסימפטוטות אנכיות: $x = 1.5\pi$. אסימפטוטות אופקיות: אין.
 ג. $(2\pi, 0), (\pi, 0), (0, 0)$
 ד. מינימום קצה: $(0, 0)$, מקסימום: $(\frac{1}{2}\pi, \frac{1}{2})$, מקסימום קצה: $(2\frac{1}{4}\pi, \sqrt{2} - 1)$.
 תחום עליה: $0 < x < \frac{1}{2}\pi$ או $1.5\pi < x < 2.25\pi$
 תחום ירידה: $\frac{1}{2}\pi < x < 1.5\pi$
 ה. שרטוט:



2. פתרון:

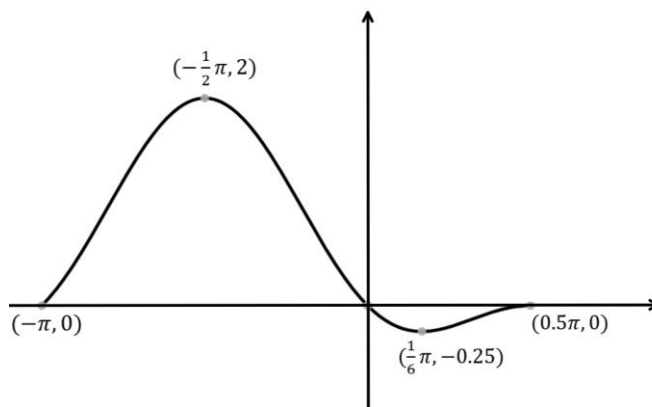
- א. $x \neq 0, x \neq 0.5\pi, -0.5\pi < x \leq 0.75\pi$
 ב. אסימפטוטות אנכיות: $x = -0.5\pi, x = 0, x = 0.5\pi$. אסימפטוטות אופקיות: אין.
 ג. $(0.75\pi, 0), (-0.25\pi, 0)$
 ד. מינימום: $(0.25\pi, 2\sqrt{2})$, מקסימום קצה: $(0.75\pi, 0)$.
 תחום עליה: $0.25\pi < x < 0.5\pi$ או $0.5\pi < x < 0.75\pi$
 תחום ירידה: $-0.5\pi < x < 0$ או $0 < x < 0.25\pi$

ה. שרטוט:



3. פתרון:

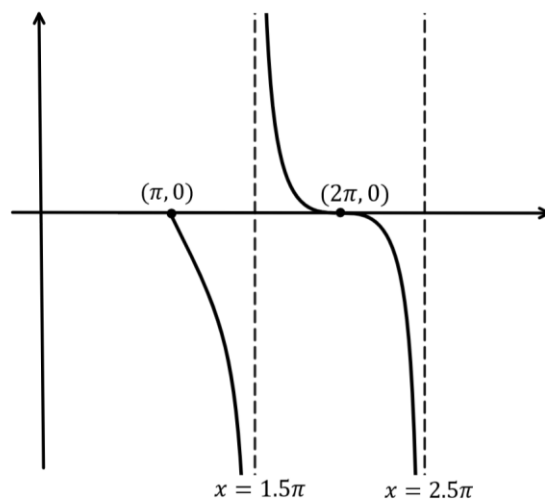
- א. $-\pi \leq x \leq 0.5\pi$
 ב. אסימפטוטות אנכיות: אין. אסימפטוטות אופקיות: אין.
 ג. $(-\pi, 0)$, $(0, 0)$, $(0.5\pi, 0)$
 ד. מקסימום: $(-\frac{1}{2}\pi, 2)$, מינימום: $(\frac{1}{6}\pi, -0.25)$, מקסימום קצה: $(0.5\pi, 0)$, מינימום קצה:
 $(-\pi, 0)$
 תחום עליה: $-\pi < x < -0.5\pi$ או $\frac{1}{6}\pi < x < 0.5\pi$
 תחום ירידה: $-0.5\pi < x < \frac{1}{6}\pi$
 ה. שרטוט:



4. פתרון:

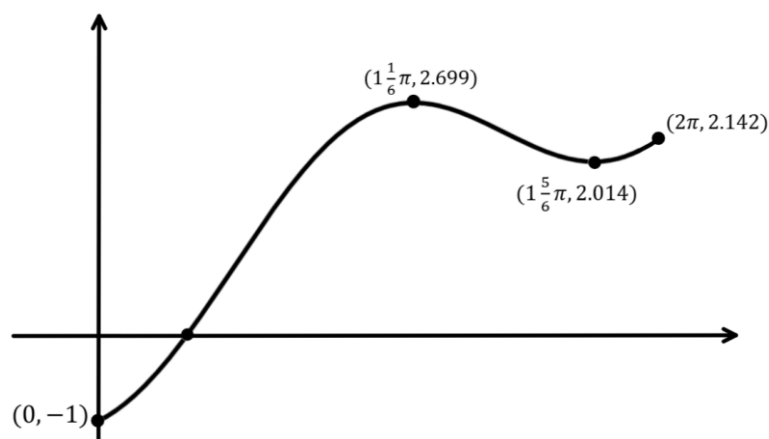
- א. $x \neq 1.5\pi, \pi \leq x < 2.5\pi$
 ב. אסימפטוטות אנכיות: $x = 1.5\pi, x = 2.5\pi$. אסימפטוטות אופקיות: אין.
 ג. $(2\pi, 0)$, $(\pi, 0)$
 ד. מקסימום קצה: $(\pi, 0)$
 תחום עליה: אין.
 תחום ירידה: $\pi < x < 1.5\pi$ או $1.5\pi < x < 2.5\pi$

ה. שרטוט:



5. פתרון:

- א. $0 \leq x \leq 2\pi$
- ב. אסימפטוטות אנכיות: אין. אסימפטוטות אופקיות: אין.
- ג. $(0, -1)$.
- ד. מקסימום: $(1\frac{1}{6}\pi, 2.699)$, מינימום: $(1\frac{5}{6}\pi, 2.014)$, מקסימום קצה: $(2\pi, 2.142)$, מינימום קצה: $(0, -1)$.
- תחום עליה: $0 < x < 1\frac{1}{6}\pi$ או $1\frac{5}{6}\pi < x < 2\pi$.
- תחום ירידה: $1\frac{1}{6}\pi < x < 1\frac{5}{6}\pi$.
- ה. שרטוט:

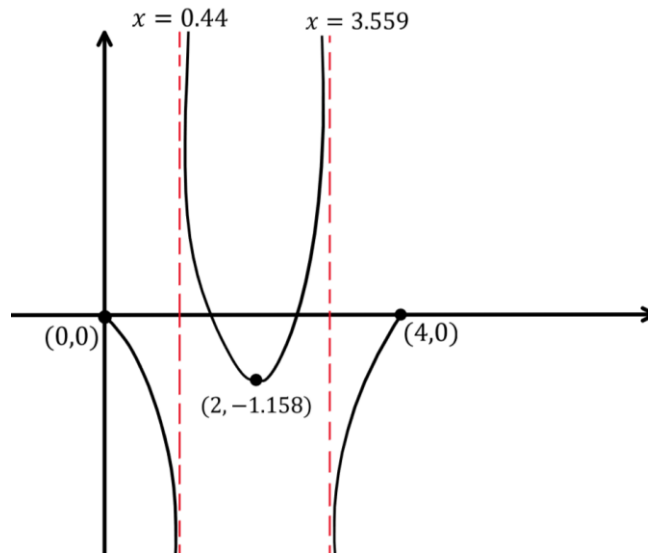


ו. פתרון אחד.

6. פתרון:

- א. $x \neq 3.559, x \neq 0.44, 0 \leq x < 4$
- ב. אסימפטוטות אנכיות: $x = 0.44, x = 3.559$. אסימפטוטות אופקיות: אין.
- ג. $(0,0), (4,0), (1.073,0), (2.927,0)$.
- ד. מקסימום קצה: $(4,0)$, מינימום: $(2, -1.158)$, מקסימום קצה: $(0,0)$.
- תחום עליה: $2 < x < 3.559$ או $3.559 < x < 4$.
- תחום ירידה: $0 < x < 0.44$ או $0.44 < x < 2$.

ה. שרטוט:



7. פתרון:

א. $x \geq 0.25$

ב. אסימפטוטות אנכיות: אין . אסימפטוטות אופקיות: $y_{x \rightarrow \infty} = 1$

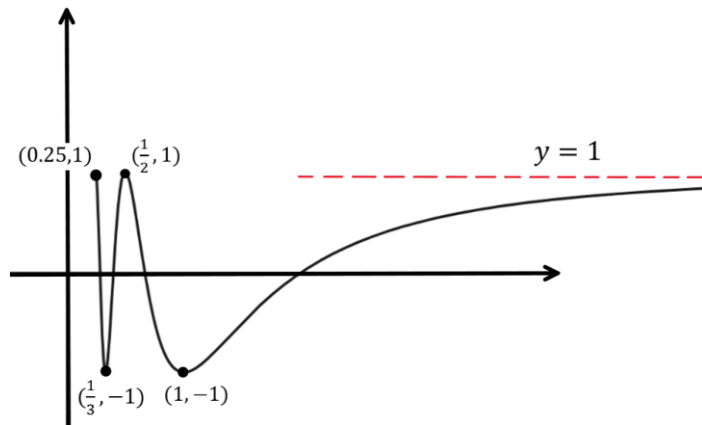
ג. $(0.28, 0), (0.4, 0), (2, 0), (\frac{2}{3}, 0)$

ד. מקסימום קצה: $(0.25, 1)$, מינימום: $(\frac{1}{3}, -1)$, מקסימום: $(\frac{1}{2}, 1)$, מינימום: $(1, -1)$.

תחום עליה: $\frac{1}{3} < x < \frac{1}{2}$ או $x > 1$

תחום ירידה: $0.25 < x < \frac{1}{3}$ או $\frac{1}{2} < x < 1$

ה. שרטוט:



8. פתרון:

א. מינימום קצה: $(0, 0)$, מקסימום: $(\frac{1}{6}\pi, 0.325)$, מינימום: $(\frac{5}{6}\pi, -0.325)$

מקסימום קצה: $(\pi, 0)$.

ב. שרטוט:

