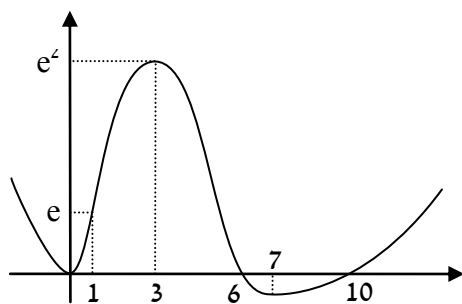


מאגר שאלות בסגנון בחינות הבגרות - שאלון 582

שאלות אלו נכתבו למהדורה החדשה 2019-2020 של ספר 582 של ארכימדס שיוצא לאור בתחילת יולי. אנו מפיצים אותן כדי לסייע למורים המכינים את תלמידיהם למועד ב' וגם כדי לקבל מכם המורים משוב לגבי מידת ההתאמה של השאלות לסגנון בחינות הבגרות. נשמח לקבל כל הארה והערה. תודה! צירפנו למייל פתרונות מוסרטים מאתר 'מתמטיקורס' לשאלות אלו.



1. נתון גרף הפונקציה $f(x)$ המוגדרת וגזירה לכל x .

א. שרטט סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$.

ב. הגדירו פונקציה חדשה: $g(x) = \frac{f'(x)}{f(x)}$.

עבור הפונקציה $g(x)$ מצאו את:

1. תחום ההגדרה.

2. תחומי החיוביות והשליליות.

ג. נתון שלגרף הפונקציה $g(x)$ יש שלוש אסימפטוטות אנכיות בתחום: $0 \leq x \leq 10$.

שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ בתחום: $0 \leq x \leq 10$.

ד. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $g(x)$ לבין ציר ה- x והישר $x = 1$.

ה. עבור כל טענה קבע אם היא נכונה או שגויה. נמק את תשובתך:

i. קיימים ערכים x_1 ו- x_2 שעבורם מתקיים: $\int_{x_1}^{x_2} g(x) dx = 0$

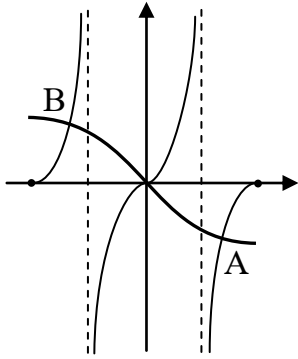
ii. מתקיים: $1 < \int_1^4 g(x) dx$

2. נתונה הפונקציה: $f(x) = (e^x - e^{-x}) \cdot \sin x$ בתחום: $0 \leq x \leq \pi$.

א. קבע האם הפונקציה $f(x)$ היא זוגית, אי זוגית או שאינה זוגית ואינה אי זוגית.

ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם הצירים בתחום הנתון.

ג. הוכח ששיעורי ה- x של נק' הקיצון הפנימיות של $f(x)$ מקיימים את המשוואה: $\frac{1-e^{2x}}{1+e^{2x}} = \tan x$.



ד. לפניך הגרפים של הפונקציות: $g(x) = \tan x$ ו- $h(x) = \frac{1-e^{2x}}{1+e^{2x}}$

בתחום: $-\pi \leq x \leq \pi$. הגרפים נחתכים בראשית הצירים ובנקודות

A ו-B. נתון ששיעור ה- x של הנקודה A הוא 2.37. מצא את שיעורי

נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ ואת סוגן בתחום: $0 \leq x \leq \pi$.

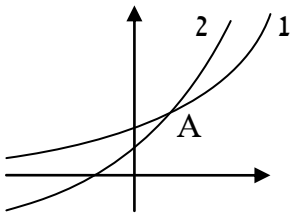
ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

ו. הישר $y=k$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בשתי נקודות בתחום:

$-\pi \leq x \leq \pi$. נסמן: $\int_{-2.37}^{2.37} f(x) dx = t$. הבע באמצעות t בלבד את השטח הכלוא ברביע הראשון בין

גרף הפונקציה $f(x)$ לבין הישר $y=k$ וציר ה- y . נמק את תשובתך.

3. לפניך הגרפים של הפונקציות: $f(x) = e^{2x} + mx$ ו- $g(x) = 6e^x$ הנחתכים בנקודה A בלבד.



א. קבע איזה מהגרפים, 1 או 2, הוא גרף הפונקציה $f(x)$. נמק.

ב. נתון ששיעור ה- x של הנקודה A הוא: $x_A = 1.544$.

מצא את m בהינתן שהוא מספר שלם.

ג. הגדירו את הפונקציה: $h(x) = [f(x) - g(x)]^n$ (n טבעי וגדול מ-1).

1. הבע באמצעות n את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה $h(x)$ עם הצירים.

2. מצא על גרף הפונקציה $h(x)$ את שיעורי ה- x של הנקודות שעבורם מתקיים:

$h'(x) = 0$ וקבע עבור כל נקודה האם היא נקודת מינימום, נקודת מקסימום או נקודת

פיתול. הבחן בין ערכי n שונים.

3. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $h(x)$ עבור ערכי n שונים.

4. המספר $Z_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ הוא קדקוד הראש במשולש שווה שוקיים החסום במעגל קנוני במישור גאוס.

שני הקדקודים הנוספים לפי הסדר נגד כיוון השעון הם Z_2 ו- Z_3 . זווית הראש במשולש היא 2θ .

א. הבע באמצעות θ את הקדקודים Z_2 ו- Z_3 .

ב. מצא עבור אילו ערכי θ יהיה הקדקוד Z_2 ברביע השני.

ג. עבור כל אחת מהטענות הבאות קבע האם היא נכונה או שגויה.

i. אם הקדקוד Z_2 ברביע השני אז הקדקוד Z_3 בהכרח ברביע השלישי.

ii. יתכן ששטח המשולש הוא 2 יח"ר.

ד. נתון שראשית הצירים נמצאת בתוך המשולש $\Delta Z_1 Z_2 Z_3$. המשולש $\Delta Z_1 Z_2 Z_3$ הוא בסיס

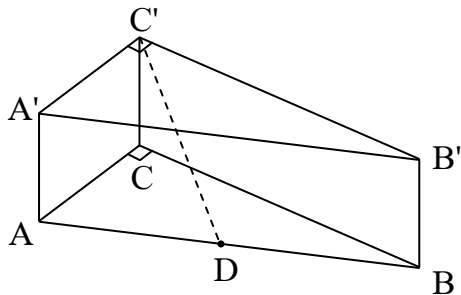
הפירמידה הישרה $SZ_1 Z_2 Z_3$. בפירמידה זו הזווית שבין הפאה $SZ_1 Z_2$ לבין הבסיס היא β .

הבע באמצעות β ו- θ את גובה הפירמידה.

5. נתונה מנסרה ישרה שבסיסה משולשים ישרי זווית ($\angle ACB = 90^\circ$).

הפאה $AA'C'C$ היא ריבועית. הנקודה D היא אמצע המקצוע AB.

נסמן: $\angle BAC = \alpha$, $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AC} = \underline{u}$.



א. מצא עבור אילו ערכי α הזווית $\angle ADC'$ היא חדה.

ב. נתון: $C'D \perp AB$. מצא את α .

ג. נתון: 6 יח' AB . הבסיס ABC נמצא על המישור: $\pi_1: 2x - 2y - z + 9\sqrt{2} = 0$.

הבסיס $A'B'C'$ נמצא על המישור π_2 . קבע איזו מהטענות הבאות נכונה. נמק את תשובתך:

i. ראשית הצירים בהכרח נמצאת על המישור π_2 .

ii. יתכן שראשית הצירים נמצאת על המישור π_2 .

iii. ראשית הצירים בהכרח אינה על המישור π_2 .

6. נתונים מעגל א': $x^2 - 6Rx + y^2 = 0$ ומעגל ב': $x^2 - 30Rx + 189R^2 + y^2 = 0$.

- א. הבע באמצעות R , במידת הצורך את שיעורי מרכזי המעגלים.
- ב. מצא את המקום הגיאומטרי של כל הנקודות שאורך המשיק מהן היוצא למעגל ב', אורך פי 2 מאורך המשיק מהן היוצא למעגל א'.
- ג. במקום הגיאומטרי שמצאת חסום ריבוע שהוא הבסיס של פירמידה ישרה שמקצועות הבסיס והצד שלה שווים באורכם זה לזה.
1. הבע באמצעות R את אורכו של גובה הפירמידה.
2. חשב את הזווית שבין הפאה לבסיס בפירמידה.

7. על מערכת הצירים שלפניך מופיעים הישר: $y = -2x$ וגרף הפונקציה: $f(x) = e^x$ הנחתכים בנקודה

$A(x_A, y_A)$ בלבד. ישר שני העובר דרך ראשית הצירים חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודות

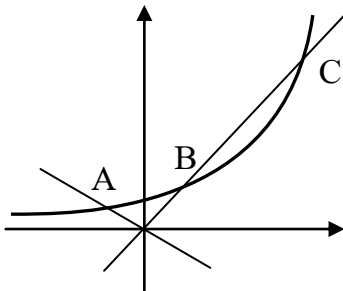
$B(x_B, y_B)$ ו- $C(x_C, y_C)$ בלבד. נתון: $x_A = -0.35$, $x_B = 0.62$, $y_C = 4.536$.

א. מצא את משוואת הישר BC ששיפועו הוא מספר שלם.

ב. נתונה הפונקציה: $g(x) = \frac{e^x - 3x}{e^x + 2x}$.

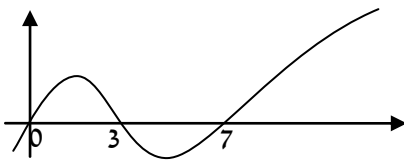
עבור הפונקציה $g(x)$ מצא את:

1. האסימפטוטות.
2. שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים.
3. שיעורי נקודת הקיצון וסוגה.
- ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
- ד. לפניך שני ביטויים. קבע איזה מהם גדול יותר בערכו המוחלט. נמק את תשובתך.



i. $\int_2^5 g(x) dx$ ii. $\int_{-3}^{-1} g(x) dx$

תשובות:

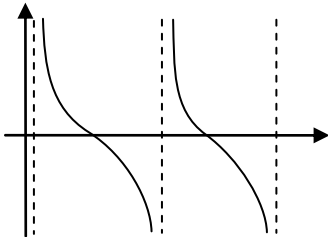


1) א. השרטוט העליון משמאל. ב. 1) $x \neq 0, 6, 10$.

2) חיובית: $x < 0$ או $6 < x < 7$ או $10 < x$.

שלילית: $x < 0$ או $3 < x < 6$ או $7 < x < 10$.

ג. השרטוט התחתון משמאל. ד. 1 יח"ר. ה. i) נכונה. ii) שגויה.

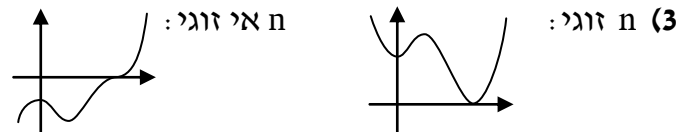


2) א. זוגית. ב. $(0,0)$, $(\pi,0)$. ד. פנימיות: $\max(2.37, 7.39)$, בקצה התחום: $\min(0,0)$, $\min(\pi,0)$.



3) א. גרף 2. ב. $m=4$. ג. 1) $(1.544, 0)$, $(0, (-5)^n)$. 2) עבור n זוגי: $\max(x=\ln 2)$, $\min(x=1.544)$.

עבור n אי זוגי: פיתול: $x=1.544$, $\min(x=0)$, $\max(x=0)$.



4) א. $Z_3: \text{cis}(210^\circ + 2\theta)$, $Z_2: \text{cis}(210^\circ - 2\theta)$. ב. $15^\circ < \theta < 60^\circ$. ג. i) שגויה. ii) שגויה. ד. $\sin \theta \cdot \tan \beta$.

5) א. $45^\circ < \alpha < 90^\circ$. ב. $\alpha = 45^\circ$. ג. ii).

6) א. מעגל א': $(3R, 0)$, מעגל ב': $(15R, 0)$. ב. מעגל שמשוואתו: $(x+R)^2 + y^2 = 64R^2$, מרכזו

בנקודה: $(-R, 0)$ ואורך רדיוסו: $8R$. ג. 1) $8R$. 2) 54.74° .

7) א. $y=3x$. ב. 1) $x=-0.35$, $y=1$, $y=-1.5$. 2) $(1.51, 0)$, $(0.62, 0)$, $(0, 1)$. 3) $\min(1, -0.06)$.

