



כל הבגרויות מכל השנים 582

www.matematicourse.com

0508338787

לחץ כאן כדי לצפות ב-[פתרונות בידאו לכל הבגרויות מכל השנים](#)

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

א. משך הבחינה: שלוש שעות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים

בעזרת מחשבון.

יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.

כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה – $3\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. במשולש ישר זווית ABC ($\sphericalangle BAC = 90^\circ$), שיעורי הקודקוד A הם $(a, 0)$, a הוא פרמטר שונה מאפס. שיעור ה- x של הקודקוד B הוא $-a$. הצלע BC מקבילה לציר ה- x . הנקודה M היא אמצע הצלע BC .
- א. הביעו באמצעות a את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאות כל הנקודות M .
- ב. סרטטו את העקום המתואר על ידי המשוואה שמצאתם בסעיף א. סרטטו את שתי האפשרויות במערכת צירים אחת.
- באחת מן הנקודות M , שנמצאת ברביע הראשון, העבירו ישר l המשיק למקום הגאומטרי שמצאתם בסעיף א.
- ג. הוכיחו כי הישר l מקביל לישר AC .
- נתון גם כי $AM = 10$ (הנקודה M נמצאת ברביע הראשון), והקודקוד B נמצא על הישר $x = -2$.
- ד. מצאו את שיעורי הקודקודים B ו- C .
- דרך הקודקוד A העבירו מעגל המשיק לישרים l ו- AC .
- ה. מצאו את שיעורי מרכז המעגל.

2. נתונים הישר l והמישור π .

ההצגה הפרמטרית של הישר l היא $\underline{x} = (-1, 5, -11) + t \cdot (m-1, 5-m, -2)$. משוואת המישור π היא $3x + my + (m+6)z + 4 = 0$. m הוא פרמטר.

א. הראו כי לכל ערך של m הישר l אינו מקביל למישור π .

נתון כי הישר l ניצב למישור π וחותר אותו בנקודה A .

ב. מצאו את הערך של הפרמטר m .

ג. מצאו את שיעורי הנקודה A .

ד. לפניכם טענה:

קיים מישור אחד בלבד המכיל את הישר l ועובר דרך הנקודה $(5, -5, -9)$.

קבעו אם הטענה נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעתכם.

3. $z = x + yi$ הוא מספר מרוכב (x ו- y הם מספרים ממשיים).

א. הראו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות (x, y) במישור גאוס המקיימות:

$$|6 - \bar{z} - 8i|^2 - |10i| = |9 + 12i|$$

הנקודה M היא מרכז המעגל המתואר בסעיף א.

המספרים המרוכבים z_A ו- z_M מייצגים את הנקודות A ו- M , בהתאמה.

נתון: למספרים z_A ו- z_M יש אותו ארגומנט (זווית).

$$2|z_A| = |z_M|$$

ב. מצאו את שיעורי הנקודה A .

נתונה סדרה הנדסית z_1, z_2, z_3, \dots .

האיבר הראשון בסדרה מייצג את הנקודה A , והאיבר החמישי בסדרה מייצג את הנקודה M .

ג. מצאו את מנת הסדרה (כל האפשרויות).

ד. חשבו את הסכום: $z_1 \cdot \bar{z}_1 + z_2 \cdot \bar{z}_2 + \dots + z_{10} \cdot \bar{z}_{10}$.

**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות**

4. נתונות הפונקציות: $f(x) = \frac{a - x^2}{e^x}$, $g(x) = \frac{(x+1)^2}{e^x}$ המוגדרות לכל x .
 a הוא פרמטר.

א. מצאו את הערך של a שבעבורו $f(x) = g'(x)$ לכל ערך של x .

הציבו את הערך של a שמצאתם, וענו על הסעיפים ב-ה שלפניכם.

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

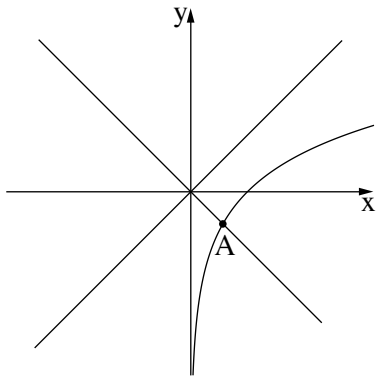
(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם הצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של כל אחת מן הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. סרטטו באותה מערכת צירים סקיצות של גרף הפונקצייה $f(x)$ ושל גרף הפונקצייה $g(x)$.

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x .

ה. חשבו את הערך של הביטוי: $\int_1^2 \left(\frac{e^{2x}}{(x+1)^4} \right) \cdot \left(\frac{x^2-1}{e^x} \right) dx$



5. בסרטוט שלפניכם מתואר הגרף של הפונקצייה $f(x) = \ln(x)$ המוגדרת בתחום $x > 0$,

ומתוארים הישרים $y = x$ ו- $y = -x$.

הנקודה A היא נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם אחד מן הישרים.

נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A ב- a .

היעזרו בסרטוט, וענו על הסעיפים א-ה שלפניכם.

הביעו את תשובותיכם באמצעות a אם יש צורך.

נתונה הפונקצייה: $g(x) = \frac{\ln(x) - x}{\ln(x) + x}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה- x (אם יש כאלה).

(3) מצאו את משוואת האסימפטוטה המקבילה לציר ה- x של הפונקצייה $g(x)$.

ב. הסבירו מדוע מתקיים $0 < a < 1$.

ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגה.

(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $g(x)$.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

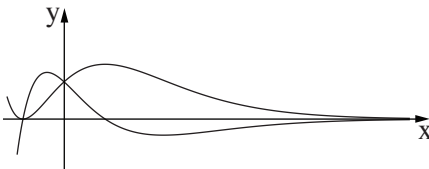
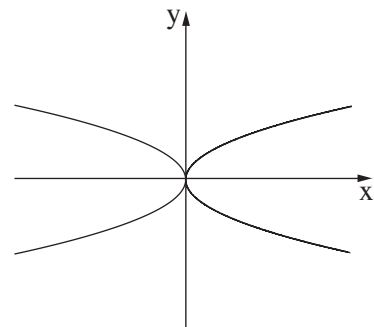
ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $h(x) = e^{g(x)}$.

בהצלחה!



משרד החינוך

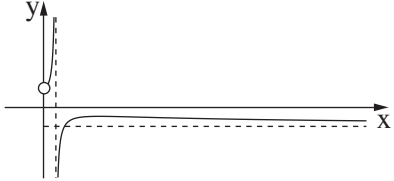
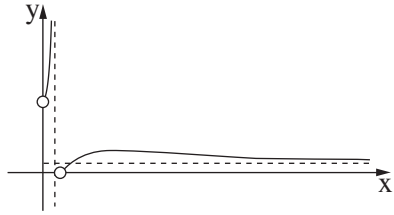
פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני, מס' 35582, גרסה א, חורף תשפ"ד, 2024

מספר השאלה	התשובה הנכונה	מספר השאלה	התשובה הנכונה
4.	<p>א. $a = 1$</p> <p>ב. (1) $(0, 1), (-1, 0), (1, 0)$</p> <p>(2) $(0, 1), (-1, 0)$</p> <p>(3) נקודות קיצון של הפונקצייה $f(x)$ $\max(1 - \sqrt{2}, 1.25)$ $\min(1 + \sqrt{2}, -0.43)$</p> <p>נקודות קיצון של הפונקצייה $g(x)$ $\min(-1, 0), \max(1, \frac{4}{e})$</p>  <p>ג. $\frac{4}{e}$</p> <p>ד. $\frac{e^2}{9} - \frac{e}{4} \approx 0.14$</p>	1.	<p>א. $y^2 = 4ax$</p>  <p>ב. הוכחה</p> <p>ג. $C(18, 8), B(-2, 8)$</p> <p>ד. $(1, 2)$</p> <p>ה.</p>
		2.	<p>א. להראות</p> <p>ב. $m = -5$</p> <p>ג. $A(2, 0, -10)$</p> <p>ד. לא נכונה</p>
		3.	<p>א. להראות</p> <p>ב. $A(3, 4)$</p> <p>ג. $-4\sqrt{2}i, -4\sqrt{2}, 4\sqrt{2}i, 4\sqrt{2}$</p> <p>ד. 1,871.02</p>



משרד החינוך

פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, מס' 35582, גרסה א, חורף תשפ"ד, 2024

התשובה הנכונה	מספר השאלה
$x > 0, x \neq a$ אין $x \rightarrow \infty, y = -1$ הסבר	5. א. (1) (2) (3)
$\max\left(e, \frac{1-e}{1+e}\right)$ תחומי עלייה: $0 < x < a$ $a < x < e$ תחומי ירידה: $e < x$	ב. ג. (1) (2)
	ד.
	ה.

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ג, 2023, מועד ב
מספר השאלון: 35582
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה 5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3 \times 33 \frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונות הנקודות $A(0, 24)$, $B(18, 0)$.

א. מצאו את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאות הנקודות C המקיימות: $AC^2 + BC^2 = 1,250$.

את המקום הגאומטרי שמצאתם בסעיף א מזיזים 9 יחידות שמאלה ו-12 יחידות למטה כך שמתקבל מקום גאומטרי חדש.

המקום הגאומטרי החדש חותך את ציר ה-y בנקודות E ו-G (מעל E).

הנקודות F_1 ו- F_2 הן מוקדי אליפסה קנונית שעוברת דרך הנקודות E ו-G,

כמתואר בסרטוט.

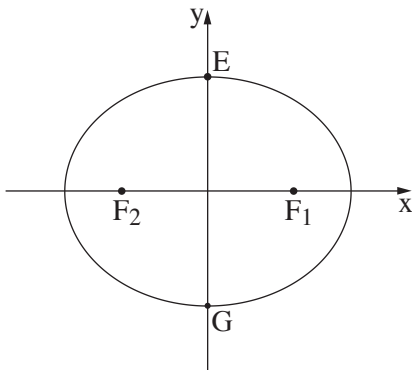
נתון: המרחק בין הישרים EF_1 ו- GF_2 הוא 24.

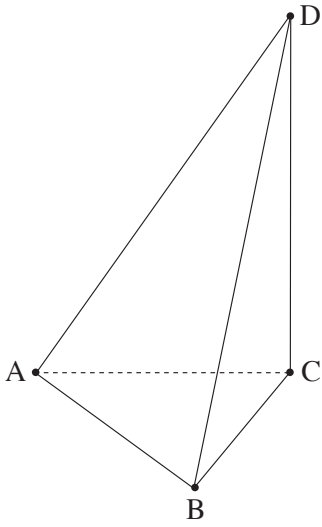
ב. (1) מצאו את שיעורי הנקודה F_1 .

(2) מצאו את משוואת האליפסה.

העבירו מעגלים המשיקים לישר EF_1 , לציר ה-x ולציר ה-y.

ג. מצאו משוואות של שני מעגלים כאלה הנמצאים ברביעים שונים.





2. בפירמידה ABCD, המקצוע DC מאונך למישור ABC.

הנקודה E היא אמצע המקצוע AD.

הנקודה F מקיימת: $\vec{DF} = \frac{k}{2} \cdot \vec{DB} + k \cdot \vec{DC}$, הוא פרמטר.

נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{CD} = \underline{w}$.

א. הביעו באמצעות \underline{u} , \underline{v} , \underline{w} ו- k את \vec{EF} .

נתון: \vec{EF} מקביל למישור ABC.

ב. מצאו את הערך של k .

נתון: $A(0, 0, 0)$, $B(p, 3, 0)$, $C(0, n, 0)$, $D(0, 0, p)$ הם פרמטרים חיוביים.

ג. $\vec{BD} = (-4, 5, 12)$, $\underline{u} \cdot \underline{v} = 24$

ד. מצאו את שיעורי הנקודות B, C ו-D.

ה. מצאו את נפח הפירמידה ABCD.

ו. מהו המצב ההדדי בין הישר EF לבין הישר AB? נמקו את קביעתכם.

3. נתונה סדרה הנדסית z_1, z_2, z_3, \dots שאיבריה הם מספרים מרוכבים ומנתה היא q .

נמצא ברביע הראשון.

נתון: $(z_1)^3 = z_3$

$-2z_1 = \bar{z}_3$

א. הוכיחו כי $q = -z_1$ או $q = z_1$.

ב. מצאו את z_1 .

ענו על הסעיפים ג-ד עבור: $q = z_1$.

ג. z_{4n-2} ו- z_{4n} הם שני איברים בסדרה ההנדסית הנתונה (n הוא מספר טבעי).

ד. קבעו בעבור כל אחד מן האיברים אם הוא מדומה או ממשי. נמקו את קביעותיכם.

ה. מצאו את ערך הסכום: $\frac{z_1}{\sqrt{2}} + \frac{z_2}{(\sqrt{2})^2} + \frac{z_3}{(\sqrt{2})^3} + \dots + \frac{z_{64}}{(\sqrt{2})^{64}}$.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{\ln(x) + \ln(a)}{\ln(x) - \ln(a)}$, a הוא פרמטר גדול מ-1.

בסעיפים א-ג הביעו את תשובותיכם באמצעות a אם יש צורך.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.
 (3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 (4) מצאו את תחומי הירידה של הפונקצייה $f(x)$.
 (5) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

לפניכם טענה: למשוואה $f(x) = f'(x)$ קיים בדיוק פתרון אחד בתחום $x > a$.

ב. קבעו אם הטענה נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעתכם.

נתונה הפונקצייה $g(x)$, המקיימת: $g(x) = \ln(f(x))$.

- ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.
 (2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.

נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 2$ ו- $x = 5$.

נתון: $1 < a < 2$.

ד. הביעו באמצעות S את ערך האינטגרל $\int_2^5 \ln(2 \cdot f(x)) dx$.

5. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{e^x}{e^x - 4}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.
 (3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).
 (4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
 ב. נתונה הפונקצייה $g(x)$ המקיימת: $g(x) = \frac{1}{f(x)}$. הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו התחום.
 (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $g(x)$ (אם יש כאלה).
 (2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.
 (3) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי האסימפטוטה האופקית שלה ועל ידי הישרים $x = \ln 5$ ו- $x = \ln 8$.

ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם גרף הפונקצייה $g(x)$.

נתונה הפונקצייה $s(x) = \int_x^{\ln 3} (f(t) - g(t)) dt$, המוגדרת בתחום $x < \ln 3$.

ד. מצאו את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקצייה $s(x)$ וקבעו את סוגה.

בהצלחה!



משרד החינוך

פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני, מס' 35582, גרסה א, קיץ תשפ"ג, 2023, מועד ב

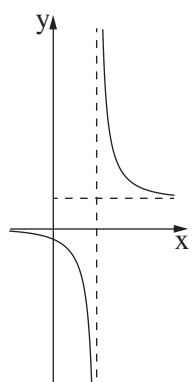
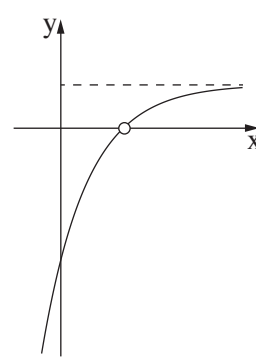
יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק.

מספר השאלה	התשובה הנכונה	מספר השאלה	התשובה הנכונה
1.	א. ב. (1) ג. (2)	4.	א. (1) ב. (2) ג. (3) ד. (4) ה. (5)
2.	א. ב. $k = \frac{1}{3}$ ג. $B(4, 3, 0), C(0, 8, 0)$ ד. $D(0, 8, 12)$ ה. 64 ז. מצטלבים	ב. לא נכונה ג. (1) ד. (2)	א. $(x-9)^2 + (y-12)^2 = 400$ ב. $F_1(15, 0)$ ג. יש לרשום שתי תשובות מן התשובות האלה: ד. $(x-5)^2 + (y-5)^2 = 25$ ה. $(x-30)^2 + (y-30)^2 = 900$ ו. $(x-10)^2 + (y+10)^2 = 100$ ז. $(x+15)^2 + (y-15)^2 = 225$
3.	א. הוכחה ב. $z_1 = \sqrt{2} \operatorname{cis} 45^\circ$ ג. z_{4n} ממשי ד. z_{4n-2} מדומה ה. 0	א. $x \neq a, 0 < x$ ב. $x = a$ ג. $x \rightarrow \infty, y = 1$ ד. $(\frac{1}{a}, 0)$ ה. $a < x, 0 < x < a$	א. הוכחה ב. $z_1 = \sqrt{2} \operatorname{cis} 45^\circ$ ג. z_{4n} ממשי ד. z_{4n-2} מדומה ה. 0



משרד החינוך

פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, מס' 35582, גרסה א, קיץ תשפ"ג, 2023, מועד ב

התשובה הנכונה	מספר השאלה
$x \neq \ln 4$ $x = \ln 4$ $x \rightarrow \infty \quad y = 1$ $x \rightarrow -\infty \quad y = 0$ תחומי עלייה: אין תחום ירידה: $x < \ln 4, x > \ln 4$	5. א. (1) (2) (3) (4)
	
$x \rightarrow \infty \quad y = 1$	ב. (1) (2)
	
$\frac{3}{10}$	(3)
$(\ln 2, -1)$	ג.
$\min, x = \ln 2$	ד.

מתמטיקה 5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3 \times \frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונה אליפסה שמשוואתה $1 = \frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{144 - 4k^2}$, $0 < k < 6$.

הנקודה F_1 היא המוקד הימני של האליפסה, והנקודה F_2 היא המוקד השמאלי שלה.

א. הביעו באמצעות k את שיעורי הנקודות F_1 ו- F_2 .

הנקודה A נמצאת ברביע הראשון על פרבולה שמשוואתה קנונית והמוקד שלה נמצא בנקודה F_1 , כך שמתקיים: $AF_1 = 10k$.

ב. (1) הביעו באמצעות k את משוואת מדריך הפרבולה.

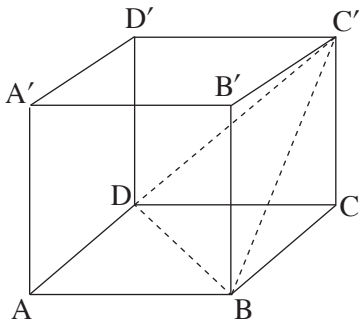
(2) הביעו באמצעות k את שיעורי הנקודה A .

AF_1 הוא קוטר במעגל הישר שמשוואתו $5x + 12y = 138$ משיק למעגל זה.

ג. מצאו את הערך של k .

D היא נקודה על האליפסה.

ד. קבעו אם היקף המשולש F_1AF_2 גדול מהיקף המשולש F_1DF_2 , קטן ממנו או שווה לו. נמקו את קביעתכם.



2. בסרטוט שלפניכם מתוארת הקובייה $ABCD A' B' C' D'$.

נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AA'} = \underline{w}$.

א. הוכיחו כי האלכסון CA' מאונך למישור $BC'D$.

נקודה E היא מפגש התיכונים במשולש $BC'D$.

ב. (1) הביעו את הווקטור \vec{CE} באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} .

(2) הוכיחו כי הנקודות E, C ו- A' נמצאות על ישר אחד.

נתון: $A(4, n, p)$, $C(3, 4, 0)$, $D(0, 0, 0)$ הם פרמטרים.

שיעור ה- z של הנקודה C' הוא חיובי.

ג. (1) מצאו את שיעורי הנקודה A , והוכיחו כי $ABCD$ נמצא במישור $z = 0$.

(2) מצאו את שיעורי הנקודה C' .

ל. הוא ישר החיתוך בין המישור $BC'D$ ובין המישור $BCC'B'$.

ז. מצאו הצגה פרמטרית של הישר l .

ה. מצאו הצגה פרמטרית של המישור המכיל את הישר l ואינו חותך את ציר ה- x .

3. נתונה המשוואה $z^3 = \frac{1}{z^3}$, z הוא מספר מרוכב.

נתון גם כי המספר z_0 הוא אחד מפתרונות המשוואה וכי הוא מיוצג על ידי נקודה הנמצאת ברביע הרביעי במישור גאוס.

א. מצאו את המספר המרוכב z_0 .

הנקודות A, B, C מיוצגות במישור גאוס על ידי המספרים המרוכבים $d \cdot z_0$, $di \cdot z_0$ ו- $d \cdot (z_0)^4$ בהתאמה, $d > 0$ הוא פרמטר.

נתון כי שטח המשולש ABC הוא $5d + 6$.

ב. מצאו את הערך של d .

נגדיר: $w = \left((z_0)^2 - \frac{1}{(z_0)^2} \right) (1 + i)$.

ג. מצאו את $|w|$ ואת הארגומנט (הזווית) של w .

נתון כי המספר w^n (הוא מספר טבעי) הוא מספר מדומה טהור, ונמצא מחוץ למעגל החוסם את המשולש ABC .

ד. מצאו את הערך המינימלי האפשרי של n .

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = (e^x - 1)^n - 4$, המוגדרת לכל x . n הוא מספר טבעי גדול או שווה ל-2. ענו על סעיף א עבור n זוגי ועבור n אי-זוגי.
- א. (1) מצאו את משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן (אם יש כאלה).
 (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- ענו על הסעיפים ב-ג עבור $n = 2$.
- נתונה הפונקצייה $g(x) = 3e^x - 7$, המוגדרת לכל x .
- ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך שבין גרף הפונקצייה $f(x)$ ובין גרף הפונקצייה $g(x)$.
 (2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $f(x)$ ועל ידי גרף הפונקצייה $g(x)$.
- נתונה הפונקצייה $h(x) = |f(x)|$, המוגדרת לכל x .
- ג. (1) כמה נקודות קיצון יש לפונקצייה $h(x)$? מצאו את שיעורי הנקודות הללו, וקבעו את סוגן.
 (2) מצאו את תחום הערכים של k שעבורו הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקצייה $h(x)$ ב-3 נקודות.
5. נתונה הפונקצייה $f(x) = \ln(x) + \frac{1}{x}$.
- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
 (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
- נתונה הפונקצייה $g(x) = (x + 1)(1 - \ln(x))$, המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקצייה $f(x)$.
- ב. (1) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה- x .
 (2) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה $g(x)$ (אם יש כאלה).
 (3) מצאו את תחום הקעירות כלפי מעלה \cup ואת תחום הקעירות כלפי מטה \cap של הפונקצייה $g(x)$.
 (4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.
- נתונה הפונקצייה $h(x) = \frac{1}{x} \cdot g'(x)$, המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקצייה $g(x)$.
- ג. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $h(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = e$ ו- $x = 1$.

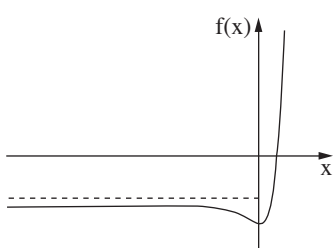
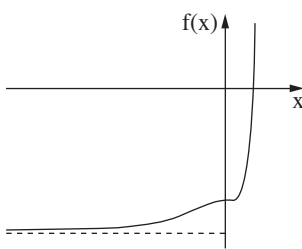
בהצלחה!



משרד החינוך

פתרונות לבחינת בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני, מס' 035582, גרסה א, קיץ תשפ"ג, 2023

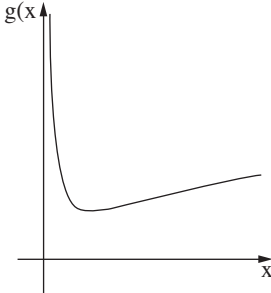
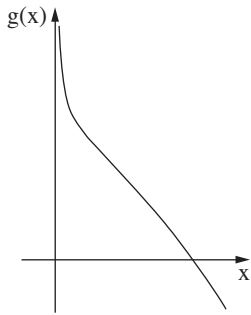
יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק.

מספר השאלה	התשובה הנכונה	מספר השאלה	התשובה הנכונה
4.	<p>א. (1) n זוגי: $x \rightarrow -\infty, y = -3$</p> <p>n אי-זוגי: $x \rightarrow -\infty, y = -5$</p> <p>(2) n זוגי: $\min(0, -4)$</p> <p>n אי-זוגי: אין נקודת קיצון</p> <p>(3) n זוגי:</p>  <p>n אי-זוגי:</p> 	1.	<p>א. $F_2(-2k, 0), F_1(2k, 0)$</p> <p>ב. (1) $x = -2k$</p> <p>(2) $A(8k, 8k)$</p> <p>ג. $k = 1$</p> <p>ד. קטן</p>
	<p>ב. (1) $(\ln 4, 5), (0, -4)$</p> <p>(2) ~ 1.95</p> <p>ג. (1) 2 נקודות:</p> <p>$\max(0, 4), \min(\ln 3, 0)$</p> <p>(2) $3 < k < 4$</p>	2.	<p>א. הוכחה</p> <p>ב. (1) $-\frac{1}{3}\underline{u} - \frac{1}{3}\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}$</p> <p>(2) הוכחה</p> <p>ג. (1) $A(4, -3, 0)$</p> <p>(2) $C'(3, 4, 5)$</p> <p>ד. לדוגמה:</p> <p>$(7, 1, 0) + t(4, -3, -5)$</p> <p>ה. לדוגמה:</p> <p>$(7, 1, 0) + m(4, -3, -5) + s(1, 0, 0)$</p>
		3.	<p>א. $z_0 = \text{cis } 300^\circ = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$</p> <p>ב. $d = 6$</p> <p>ג. $\alpha = 315^\circ, w = \sqrt{6}$</p> <p>ד. $n = 6$</p>



משרד החינוך

פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, מס' 035582, גרסה א, קיץ תשפ"ג, 2023

מספר השאלה	התשובה הנכונה
5.	
א. (1)	$x > 0$
(2)	$\min(1, 1)$
(3)	
ב. (1)	$(e, 0)$
(2)	תחום עלייה: אין תחום ירידה: $x > 0$
(3)	תחום קעירות כלפי מעלה: $0 < x < 1$ תחום קעירות כלפי מטה: $x > 1$
(4)	
ג.	$\frac{2}{3} - \frac{1}{e} \approx 1.13$

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $33\frac{1}{3} \times 3 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענו על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב,

מספרים מרוכבים

1. נתונה אליפסה שמשוואתה $1 = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{b^2}$, b הוא פרמטר חיובי.

ידוע כי המוקדים של האליפסה נמצאים על ציר ה- x .

נסמן את נקודות החיתוך של האליפסה עם ציר ה- y ב- D_1 ו- D_2 , את המוקד השמאלי של האליפסה נסמן ב- F_1 , ואת המוקד הימני שלה ב- F_2 .

נתון כי המרובע $F_1 D_1 F_2 D_2$ הוא ריבוע.

א. (1) מצאו את הערך של b .

ב. (2) חשבו את שטח הריבוע $F_1 D_1 F_2 D_2$.

הציבו במשוואת האליפסה $b^2 = 4.5$, וענו על הסעיפים ב- τ .

הנקודה E היא נקודה כלשהי על האליפסה.

מחברים באמצעות קו ישר את המוקד השמאלי F_1 עם הנקודה E

וממשיכים את הקו הישר עד לנקודה M (ראו סרטוט), כך שמתקיים $EM = EF_2$.

ב. הוכיחו כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות M הוא מעגל, ורשמו את משוואתו.

מזיזים את המעגל שמצאתם בסעיף ב ימינה ב- $\frac{3}{\sqrt{2}}$ יחידות, ומתקבל מעגל אחר.

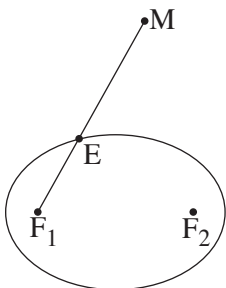
מכפילים ב- $\frac{2}{3}$ את שיעור ה- y של כל אחת מן הנקודות שעל המעגל האחר, ומתקבל עקום חדש.

ג. זהו את צורת העקום החדש, ומצאו את משוואתו.

נתון משולש ששניים מקודקדיו הם נקודות החיתוך של העקום החדש עם ציר ה- x , והקודקוד הנוסף נמצא גם הוא

על העקום החדש.

ד. מצאו את השטח הגדול ביותר האפשרי של המשולש. נמקו את תשובתכם.



2. נתונים שני מישורים, π_1 ו- π_2 :

$$\pi_1: (k+2)x + y + (k+1)z + 11 = 0$$

$$\pi_2: (k+1)x + y + z - 5 = 0$$

k הוא פרמטר.

א. הסבירו מדוע בהכרח שני המישורים נחתכים זה עם זה.

ידוע כי ישר החיתוך ℓ_1 בין שני המישורים מקביל לישר $\ell_2: \underline{x} = (1, 2, -1) + m(-1, k, k)$.

ב. (1) מצאו את הערך של k.

(2) מצאו הצגה פרמטרית של הישר ℓ_1 .

(3) מצאו את הזווית בין המישורים π_1 ו- π_2 .

הנקודה P נמצאת על הישר ℓ_1 ועל מישור [yz].

הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של ציר ה-y עם המישורים π_1 ו- π_2 בהתאמה.

ג. (1) מצאו את שיעורי הנקודות A, P, ו-B.

(2) מצאו את שטח המשולש APB.

3. נתונה משוואה I: $w^6 = -27$, w הוא מספר מרוכב.

א. פתרו את משוואה I.

נתונה משוואה II: $\left(z + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^6 = -27$, z הוא מספר מרוכב.

ב. (1) היעזרו בפתרונות של משוואה I ורשמו בהצגה אלגברית את הפתרונות של משוואה II.

(2) הסבירו מדוע הנקודות במישור גאוס המייצגות את הפתרונות של משוואה II נמצאות על מעגל,

ומצאו את משוואתו.

(3) הוכיחו כי כל הפתרונות של משוואה II מייצגים קודקודים של משושה משוכלל במישור גאוס.

נתון: שני הפתרונות המדומים ושני הפתרונות הממשיים של משוואה II מייצגים קודקודים של מרובע במישור גאוס.

ג. (1) מהו סוג המרובע שהתקבל? נמקו את תשובתכם.

(2) מצאו את היחס בין שטח המשושה ובין שטח המרובע.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{2e^{2x}}{e^{2x} - 5e^x + 4}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

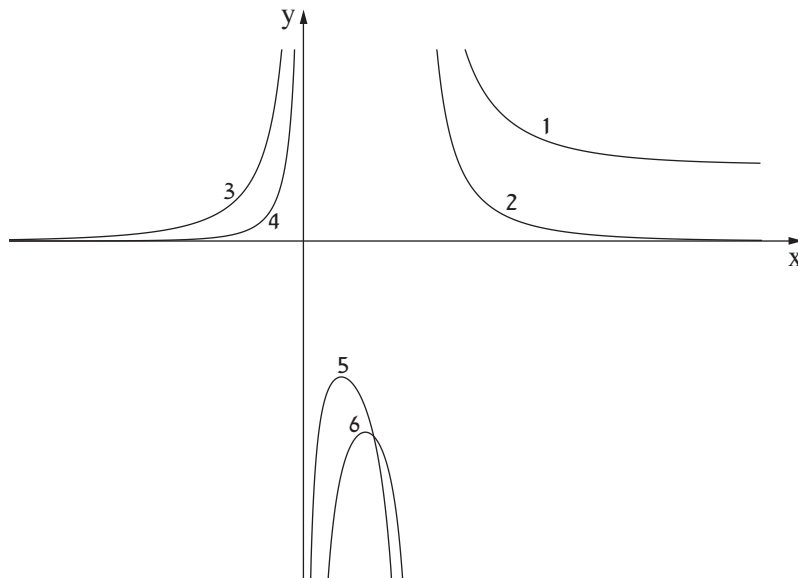
(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = \frac{5e^x}{e^{2x} - 5e^x + 4}$ המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך בין גרף הפונקצייה $f(x)$ ובין גרף הפונקצייה $g(x)$.

לפניכם סרטוט הגרפים של שתי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$. כל אחד מן החלקים של הגרפים מסומן בסרטוט בספרה אחרת.



ג. רשמו לאיזו פונקצייה שייך כל אחד מן החלקים המסומנים בסרטוט. נמקו את תשובתכם.

ד. לפניכם שני ביטויים, I-II. קבעו בנוגע לכל אחד מן הביטויים אם הוא שלילי או חיובי. נמקו ללא חישוב.

$$\text{I. } \int_{-4}^{-1} (f(x) - g(x)) dx \qquad \text{II. } \int_{\ln \frac{8}{5}}^{\ln 2} (f(x) - g(x)) dx$$

ה. חשבו את גודל השטח הכלוא בין הגרפים של שתי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ ובין הישרים $x = \ln 9$ ו- $x = \ln 16$.

5. נתונה הפונקצייה $f(x) = 4x(\ln(x^2) - 1)$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 (3) הוכיחו כי הפונקצייה $f(x)$ היא אי-זוגית.

- ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 (2) האם יש לפונקצייה $f(x)$ נקודות פיתול? נמקו את תשובתכם.
 (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.

- ג. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $g(x)$.
 (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $g(x)$ המאונכות לצירים.
 (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.
 (4) בכמה נקודות הגרפים של $f(x)$ ו- $g(x)$ נחתכים זה עם זה? נמקו את תשובתכם.
 ד. כתבו דוגמה לפונקצייה קדומה של $g(x)$.

בהצלחה!



משרד החינוך

פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני, מס' 035582, גרסה א, חורף תשפ"ג, 2023

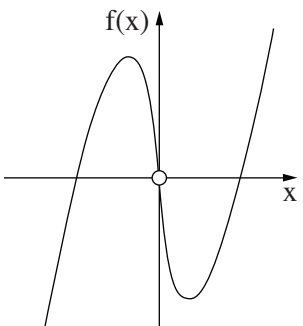
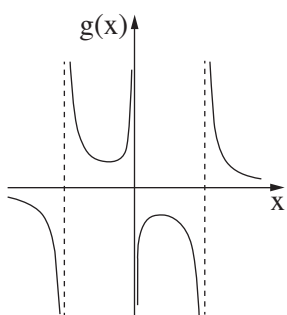
יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק.

מספר השאלה	התשובה הנכונה	מספר השאלה	התשובה הנכונה
1.	א. (1) $b = \frac{3}{\sqrt{2}} = \sqrt{4.5}$ 9 יש להוכיח שהמקום הגאומטרי הוא מעגל. $(x + \sqrt{4.5})^2 + y^2 = 36$ אליפסה $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$ 24	3.	א. $w_1 = \sqrt{3} \cdot \text{cis}(30^\circ)$ $w_2 = \sqrt{3} \cdot \text{cis}(90^\circ)$ $w_3 = \sqrt{3} \cdot \text{cis}(150^\circ)$ $w_4 = \sqrt{3} \cdot \text{cis}(210^\circ)$ $w_5 = \sqrt{3} \cdot \text{cis}(270^\circ)$ $w_6 = \sqrt{3} \cdot \text{cis}(330^\circ)$ ב. (1) $z_1 = \frac{3}{2}, z_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} i$ $z_3 = -\frac{3}{2}, z_4 = -\frac{3}{2} - \sqrt{3} i$ $z_5 = -\frac{3\sqrt{3}}{2} i, z_6 = \frac{3}{2} - \sqrt{3} i$ ג. (2) יש להסביר $x^2 + \left(y + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 3$ ד. (3) יש להוכיח ה. (1) דלתון יש לנמק ו. (2) $\frac{3}{2}$
2.	א. יש להסביר ב. (1) $k = 1$ ג. (2) לדוגמה: $(0, 21, -16) + t(-1, 1, 1)$ ד. (3) 10.89° ה. (1) ג. $p(0, 21, -16)$ $A(0, -11, 0), B(0, 5, 0)$ ו. (2) 128		



משרד החינוך

פתרון בחינת הבגרות במתמטיקה, מס' 035582, גרסה א, חורף תשפ"ג, 2023

התשובה הנכונה	מספר השאלה	התשובה הנכונה	מספר השאלה
$x \neq 0$ $(-\sqrt{e}, 0), (\sqrt{e}, 0)$ יש להוכיח מקסימום: $(-\frac{1}{\sqrt{e}}, \frac{8}{\sqrt{e}})$ מינימום: $(\frac{1}{\sqrt{e}}, -\frac{8}{\sqrt{e}})$ אין נקודת פיתול  $x \neq -\sqrt{e}, x \neq 0, x \neq \sqrt{e}$ $x = -\sqrt{e}, x = 0, x = \sqrt{e}$ $y = 0$  6 נקודות $G(x) = \frac{\ln \ln(x^2) - 1 }{8}$: לדוגמה	5. א. (1) (2) (3) ב. (1) (2) (3) ג. (1) (2) (3) ד.	$x \neq 0, x \neq \ln 4$ $x = 0, x = \ln 4, y = 0, y = 2$ $x \rightarrow -\infty, x \rightarrow \infty$ תחומי עלייה: $x < 0, 0 < x < \ln \frac{8}{5}$ תחומי ירידה: $\ln \frac{8}{5} < x < \ln 4, \ln 4 < x$ $(\ln \frac{5}{2}, -\frac{50}{9})$ הפונקצייה $f(x)$: חלקים 1, 4, 5 הפונקצייה $g(x)$: חלקים 2, 3, 6 ביטוי I: שלילי ביטוי II: חיובי $\ln(4.5) \approx 1.5$	4. א. (1) (2) (3) ב. ג. ד. ה.

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה!

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
- (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענו על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברת.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב,

מספרים מרוכבים

1. נתונות הנקודות $A(-5, 3)$ ו- $B(0, -2)$.

א. מצאו את משוואת המקום הגאומטרי של מרכזי המעגלים שהקטע AB הוא מיתר שלהם.

מעגל M הוא אחד מן המעגלים שהקטע AB הוא מיתר שלהם.

נקודות החיתוך של המעגל M עם ציר ה- x הן מוקדים של אליפסה שמשוואתה קנונית.

ב. מצאו את שיעורי מרכז המעגל M ואת הרדיוס שלו.

נתון כי אורך הציר הראשי של האליפסה שווה לאורך קוטר המעגל M .

ג. מהי משוואת האליפסה?

נסמן ב- F את המוקד הימני של האליפסה. ישר המאונך לציר ה- x עובר במוקד השמאלי של האליפסה.

הישר חותך את האליפסה בנקודות Q ו- T , ואת המעגל M בנקודות K ו- L .

ד. מצאו את היחס בין שטח המשולש KLF לבין שטח המשולש TQF .

2. נתונה פירמידה OABC שבסיסה משולש ABC.

$$\vec{OA} = \underline{u}, \vec{OB} = \underline{v}, \vec{OC} = \underline{w}.$$

$$\text{נתון: } |\underline{w}| = |\underline{v}| = |\underline{u}|, \angle AOB = \angle BOC = \angle COA = 90^\circ.$$

הנקודה H מקיימת $\vec{OH} = t\underline{u} + s\underline{v} + k\underline{w}$. ו- k הם פרמטרים.

נתון כי \vec{OH} מאונך לבסיס ABC של הפירמידה.

$$\text{א. הוכיחו כי } t = s = k.$$

הנקודה M נמצאת בבסיס ABC של הפירמידה, והיא נקודת המפגש של תיכוני הבסיס.

$$\text{ב. הוכיחו כי } \vec{OM} = \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}, \text{ והסבירו מדוע OM הוא גובה לבסיס ABC של הפירמידה.}$$

הנקודה P נמצאת על הישר ℓ שעליו מונח הגובה לבסיס ABC.

ג. הביעו באמצעות $\underline{u}, \underline{v}, \underline{w}$, את הווקטור \vec{OP} שבעבורו נפח הפירמידה PABC כפול

מנפח הפירמידה OABC (שתי אפשרויות).

ממקמים את הפירמידה OABC במערכת צירים. הנקודה O נמצאת בראשית הצירים, הנקודה A נמצאת על החלק החיובי של ציר ה-x, הנקודה B על החלק החיובי של ציר ה-y, והנקודה C על החלק החיובי של ציר ה-z.

$$\text{נתון: } |\underline{u}| = a.$$

ד. מצאו את ההצגה הפרמטרית של הישר ℓ שעליו נמצא הקטע OP.

ה. הביעו באמצעות a את משוואת המישור ABC.

ו. נתון כי נפח הפירמידה OABC הוא $20\frac{5}{6}$. חשבו את a.

3. המספר $z = R(\cos \alpha + i \cdot \sin \alpha)$ נמצא במישור גאוס ברביע השלישי.

נתון: $\frac{z}{\bar{z}} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

א. מצאו את α .

נתון: $|2iz| + \left| \frac{\bar{z}}{i} \right| - \left| \frac{z}{\bar{z}} \right| = 8$

ב. מצאו את R .

ג. נתונה המשוואה: $w^9 = \frac{z^3}{27}$ (z הוא המספר שמצאתם).

הראו כי המספר $\frac{z}{\bar{z}}$ הוא אחד הפתרונות של המשוואה.

ד. המשולש ABC הוא משולש שווה שוקיים. קודקודי הבסיס B ו- C מתאימים למספרים: $\frac{\bar{z}}{z}$ ו- $\frac{z}{\bar{z}}$.

קודקוד הראש A מתאים למספר $z + k$, k הוא מספר מדומה טהור.

(1) מהו הערך של k ?

(2) חשבו את שטח המרובע $ABOC$ (הנקודה O היא ראשית הצירים).

**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות**

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = x^2 e^{a-x^3}$ המוגדרת לכל x , a הוא פרמטר.

א. (1) מצאו את התחום שבו הפונקצייה $f(x)$ חיובית.

(2) מצאו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

נתון כי השטח הכלוא בין הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ לבין ציר ה- x הוא $\sqrt[3]{\frac{4e}{9}}$.
ב. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 1$, וענו על הסעיפים ג-ה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

הפונקצייה $f(x)$ היא נגזרת של הפונקצייה $g(x)$ ($g'(x) = f(x)$).

ד. (1) מהו תחום העלייה של הפונקצייה $g(x)$? נמקו.

(2) כמה נקודות פיתול יש לפונקצייה $g(x)$? נמקו.

נסמן ב- B את נקודת הפיתול שבה הערך של הפונקצייה $g(x)$ הוא הגבוה מבין כל נקודות הפיתול שלה.

נתון כי שיעור ה- y של הנקודה B הוא $\frac{e - \sqrt[3]{e}}{3}$.

ה. מצאו את הפונקצייה $g(x)$.

5. נתונה פונקצייה $f(x)$ המקיימת את התכונות האלה: הפונקצייה מוגדרת לכל x ורציפה, הפונקצייה היא אי־זוגית, הישר $y = 0$ הוא אסימפטוטה של הפונקצייה, ולפונקצייה יש נקודת מינימום יחידה ששיעוריה הם $(-1, -a)$, a הוא פרמטר חיובי.

א. סרטטו סקיצה אפשרית של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $h(x) = \ln(f(x))$.

ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $h(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $h(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(3) מצאו את טווח הערכים של a שבעבורו גרף הפונקצייה $h(x)$ חותך את ציר ה־ x בשתי נקודות.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $h(x)$, אם ידוע שהגרף שלה חותך את ציר ה־ x בשתי נקודות.

נתון: $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.

$g(x)$ היא פונקצייה המקיימת: $g'(x) = f(x)$ וגם: $g(0) = 0$.

ג. (1) מצאו את הפונקצייה $g(x)$.

(2) האם הפונקצייה $g(x)$ היא זוגית, אי־זוגית או לא זוגית ולא אי־זוגית? נמקו.

לפניכם האינטגרל $\int_{-5}^t g(x) dx$, $t > -5$.

ד. מהו הערך של t שבעבורו מתקיים $2 \cdot \int_{-5}^t g(x) dx = \int_{-5}^5 g(x) dx$? נמקו.

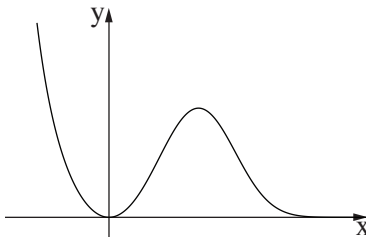
בהצלחה!



משרד החינוך

פתרונות לבחינות בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני, מס' 035582, גרסה א, קיץ תשפ"ב, מועד ב

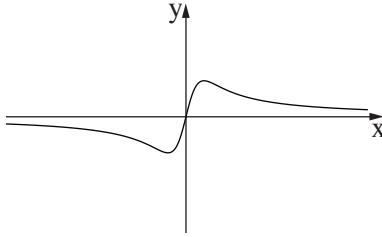
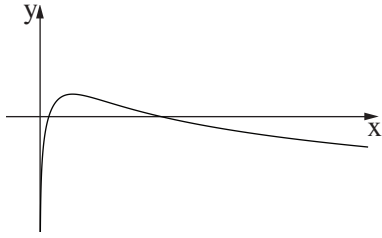
יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5.

התשובה הנכונה	מספר השאלה	התשובה הנכונה	מספר השאלה
$x \neq 0$ מינימום: $x = 0$ מקסימום: $x = \sqrt[3]{\frac{2}{3}} \approx 0.87$ $a = 1$  כל x 2 נקודות $g(x) = \frac{e - e^{1-x^3}}{3}$	4. א. (1) (2) ב. ג. ד. (1) (2) ה.	$x - y + 3 = 0$ $M(0, 3)$ $R = 5$ $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ $\frac{5}{3}$	1. א. ב. ג. ד. 2. א. ב. ג. $\vec{OP}_1 = \underline{u} + \underline{v} + \underline{w}$ $\vec{OP}_2 = -\frac{1}{3}\underline{u} - \frac{1}{3}\underline{v} - \frac{1}{3}\underline{w}$ $\ell = t(1, 1, 1)$ $x + y + z - a = 0$ $a = 5$
		$\alpha = 240^\circ$ $R = 3$ להראות $k = \frac{3\sqrt{3}}{2}i$ $\frac{3\sqrt{3}}{4}$	3. א. ב. ג. ד. (1) (2)



משרד החינוך

הצעה לפתרון בחינות בגרות מתמטיקה, שאלון 035582, גרסה א, קיץ תשפ"ב, מועד ב

מספר השאלה	התשובה הנכונה
5.	
א.	
ב. (1)	$x > 0$
(2)	$x = 0$
(3)	$a > 1$
(4)	
ג. (1)	
(2)	זוגית
ד.	$t = 0$

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3 \times \frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתובת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

שימו לב: יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענו על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברת.

פרק ראשון – גאומטרייה אנליטית, וקטורים, טריגונומטרייה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתונים שני מעגלים המשיקים זה לזה מבחוץ.
 מרכזו של המעגל האחד הוא בנקודה M ומשוואתו היא $(x - a)^2 + y^2 = r^2$, a הוא פרמטר חיובי.
 מרכזו של המעגל האחר הוא בנקודה N ומשוואתו היא $(x - 13)^2 + y^2 = R^2$.
 אורכו של הקטע המחבר את מרכזי המעגלים הוא 9, והיחס בין אורכי הרדיוסים של המעגלים הוא $r < R, 1:2$.
א. מצאו את משוואת המעגל שמרכזו N ואת שתי האפשרויות למשוואת המעגל שמרכזו M .
 נתון כי $a < 13$.
ב. סרטטו במערכת צירים אחת סקיצה של שני המעגלים ושל כל המשיקים המשותפים לשני המעגלים.
ג. מצאו את משוואת המשיק העובר בנקודה המשותפת לשני המעגלים.
ד. הישר $mx - y + n = 0$ הוא משיק משותף לשני המעגלים. מצאו את m ואת n (שתי אפשרויות).
 נתונים שני מעגלים אחרים המשיקים זה לזה מבחוץ.
 משוואות המעגלים הן: $(x - t)^2 + y^2 = r^2$; $(x - k)^2 + y^2 = R^2$, $k \neq t$, הם פרמטרים.
 ערכי הרדיוסים r ו- R זהים לאלה שמצאתם בסעיף א.
ה. האם ייתכן כי שני הישרים שאת משוואותיהם מצאתם בסעיף ד משיקים גם למעגלים האלה?
 אם כן – מצאו את t ואת k . אם לא – נמקו.

2. נתונות ארבע נקודות הנמצאות באותו המישור: $A(4, p, -1)$, $B(7, 5, 5)$, $C(1, -1, 2)$, $D(-2, 5, -4)$.
 p הוא פרמטר.

א. מצאו את משוואת המישור $ABCD$.

ב. חשבו את ערך הפרמטר p .

ג. הוכיחו כי המרובע $ABCD$ הוא ריבוע.

הנקודה S היא קודקוד של פירמידה $SABCD$ שבסיסה $ABCD$.

המקצוע SC מונח על הישר $\underline{x} = (0, -4, 1) + t(1, 3, 1)$.

נתון כי נפח הפירמידה הוא 81.

ד. מצאו את שיעורי הנקודה S (שתי אפשרויות).

נתון מישור נוסף π המאונך למקצוע SC .

ה. מצאו את הזווית שבין המישור $ABCD$ ובין המישור π .

3. נתונה המשוואה $z^2 + z\bar{z} = z + 2\bar{z} + 9 + 7i$, z הוא מספר מרוכב.

z_1 הוא אחד הפתרונות של המשוואה, והוא מייצג נקודה הנמצאת במישור גאוס ברביע הראשון, על מעגל שמרכזו בראשית הצירים.

א. מצאו את משוואת המעגל.

חוסמים במעגל ריבוע שאחד מקודקודיו מיוצג על ידי המספר z_1 .

ב. חשבו את שטח הריבוע.

ג. מצאו את השיעורים של שאר קודקודי הריבוע.

מכפילים ב- $r_1 \cdot (\cos(\alpha) + i \sin(\alpha))$ כל אחד מן המספרים המייצגים את שני קודקודי הריבוע שנמצאים ברביעים

הראשון והשלישי, ומכפילים ב- $r_2 \cdot (\cos(\alpha + 30^\circ) + i \sin(\alpha + 30^\circ))$ כל אחד מן המספרים המייצגים את שני

קודקודי הריבוע שנמצאים ברביעים השני והרביעי.

הנקודות במישור גאוס המייצגות את התוצאות שהתקבלו לאחר ההכפלה יוצרות מרובע קמור חדש במישור גאוס.

נתון: r_1 ו- r_2 חיוביים, $r_1 \neq r_2$.

ד. מהו סוג המרובע שהתקבל? נמקו את התשובה.

נתון כי שטח המרובע שהתקבל גדול פי $\sqrt{3}$ משטח הריבוע שחישבתם בסעיף ב.

ה. חשבו את $r_1 \cdot r_2$.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = xe^x - 2e^x + 1$ המוגדרת לכל x .

- א. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לציר ה- y (אם יש כאלה).
 (2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- y .
 (3) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה $f(x)$.
 (4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = \frac{1 - e^x}{e^x - x}$ המוגדרת לכל x .

- ב. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $g(x)$ המאונכות לציר ה- y .
 (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $g(x)$ עם ציר ה- x (אם יש כאלה).
 (3) הוכיחו כי $g'(x) = \frac{f(x)}{(e^x - x)^2}$.
 ג. היעזרו בסקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$ ומצאו כמה נקודות מקסימום וכמה נקודות מינימום יש לפונקצייה $g(x)$. נמקו את התשובה.
 ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $g(x)$.
 ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = -1$.

5. נתונה הפונקצייה $f(x) = x + \ln(x^2 - 8)$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).
 (3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
 (4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
 $f'(x)$ היא פונקציית הנגזרת של הפונקצייה $f(x)$.
- ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
 (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ המאונכות לצירים.
 (3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 (4) סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ אם ידוע כי אין לה נקודות קיצון.
- ג. נתונה הפונקצייה $g(x) = e^{f(x)}$ המוגדרת באותו התחום כמו הפונקצייה $f(x)$.
 (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגה.
 (2) מצאו את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקצייה $g(x)$.
- ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי הפונקצייה $y = f'(x) \cdot g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = -4$ ו- $x = -5$.

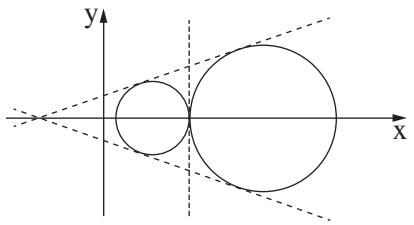
בהצלחה!



משרד החינוך

פתרונות לבחינת בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד — שאלון שני, מס' 035582, גירסה א, קיץ תשפ"ב

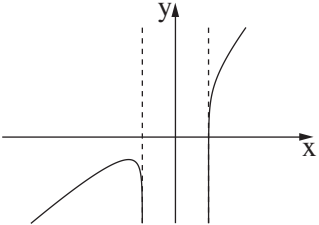
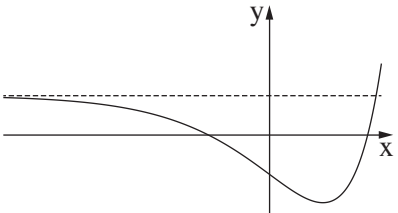
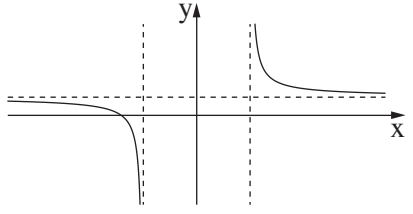
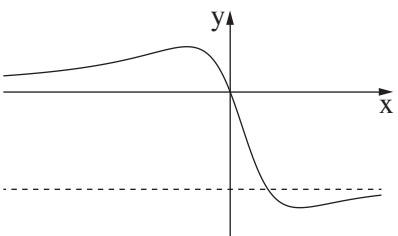
יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק.

מספר השאלה	התשובה הנכונה	מספר השאלה	התשובה הנכונה
2.	<p>א. $2x - y - 2z + 1 = 0$</p> <p>ב. $p = 11$</p> <p>ג. להוכיח</p> <p>ד. $(-2, -10, -1)$</p> <p>$(4, 8, 5)$</p> <p>$\sim 72.5^\circ$</p>	1.	<p>א. משוואת המעגל שמרכזו N : $(x - 13)^2 + y^2 = 36$</p> <p>משוואות המעגל שמרכזו M : $(x - 4)^2 + y^2 = 9$</p> <p>$(x - 22)^2 + y^2 = 9$</p> <p>ב. </p> <p>ג. $x = 7$</p> <p>ד. $m_1 = \frac{1}{\sqrt{8}}, n_1 = \frac{5}{\sqrt{8}}$</p> <p>$m_2 = -\frac{1}{\sqrt{8}}, n_2 = -\frac{5}{\sqrt{8}}$</p> <p>ה. $t = -14, k = -23$</p>
3.	<p>א. $x^2 + y^2 = 10$</p> <p>ב. 20</p> <p>ג. $(-3, -1), (-1, 3), (1, -3)$</p> <p>ד. מקבילית, להסביר</p> <p>ה. 2</p>		



משרד החינוך

הצעה לפתרון בחינת בגרות מתמטיקה, קיץ תשפ"ב

מספר השאלה	התשובה הנכונה	מספר השאלה	התשובה הנכונה
5.	<p>א. (1) $x < -\sqrt{8}$, $\sqrt{8} < x$</p> <p>ב. (2) $x = -\sqrt{8}$, $x = \sqrt{8}$</p> <p>ג. (3) מקסימום: $(-4, -1.92)$</p> <p>ד. (4)</p> 	4.	<p>א. (1) $\underbrace{y = 1}_{x \rightarrow -\infty}$</p> <p>ב. (2) $(0, -1)$</p> <p>ג. (3) תחומי עלייה: $1 < x$</p> <p>ד. (4) תחומי ירידה: $x < 1$</p> 
	<p>א. (1) $x < -\sqrt{8}$, $\sqrt{8} < x$</p> <p>ב. (2) $x = -\sqrt{8}$, $x = \sqrt{8}$, $y = 1$</p> <p>ג. (3) $(-4, 0)$</p> <p>ד. (4)</p> 		<p>א. (1) $\underbrace{y = -1}_{x \rightarrow +\infty}$, $\underbrace{y = 0}_{x \rightarrow -\infty}$</p> <p>ב. (2) $(0, 0)$</p> <p>ג. (3) להוכיח</p> <p>ד. נקודת מינימום אחת</p> <p>ה. נקודת מקסימום אחת</p> 
	<p>א. (1) מקסימום $(-4, 0.147)$</p> <p>ב. (2) תחומי עלייה: $x < -4$, $\sqrt{8} < x$</p> <p>ג. תחומי ירידה: $-4 < x < -\sqrt{8}$</p> <p>ד. ~ 0.032</p>		<p>ה. $\ln \frac{e+1}{e} \approx 0.31$</p>



משרד החינוך

פתרונות לבחינת בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד — שאלון שני, מס' 035582, גירסה ב, קיץ תשפ"ב

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק.

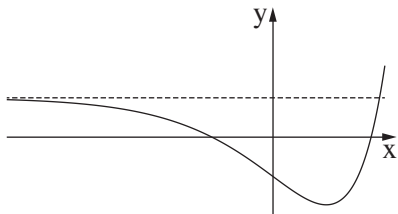
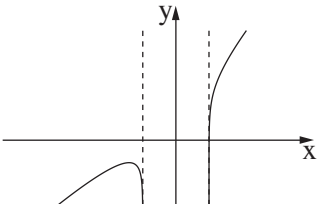
התשובה הנכונה	מספר השאלה
$2x - y - 2z + 1 = 0$ $p = 11$ להוכיח $(-2, -10, -1)$ $(4, 8, 5)$ $\sim 72.5^\circ$	2. א. ב. ג. ד.
$x^2 + y^2 = 10$ 20 $(-3, -1), (-1, 3), (1, -3)$ מקבילית, להסביר 2.8	3. א. ב. ג. ד. ה.

התשובה הנכונה	מספר השאלה
משוואת המעגל שמרכזו N: $(x - 14)^2 + y^2 = 36$ משוואות המעגל שמרכזו M: $(x - 5)^2 + y^2 = 9$ $(x - 23)^2 + y^2 = 9$	1. א.
	ב.
$x = 8$	ג.
$m_1 = \frac{1}{\sqrt{8}}, n_1 = \frac{4}{\sqrt{8}}$	ד.
$m_2 = -\frac{1}{\sqrt{8}}, n_2 = -\frac{4}{\sqrt{8}}$	
$t = -13, k = -22$	ה.



משרד החינוך

הצעה לפתרון בחינת בגרות מתמטיקה, קיץ תשפ"ב

מספר השאלה	התשובה הנכונה	מספר השאלה	התשובה הנכונה
4	<p>א. (1) $y = \frac{1}{x}$ $x \rightarrow -\infty$</p> <p>ב. (2) $(0, -1)$</p> <p>ג. (3) תחומי עלייה: $1 < x$</p> <p>ד. (4) תחומי ירידה: $x < 1$</p> 	5	<p>א. (1) $x < -\sqrt{3}$, $\sqrt{3} < x$</p> <p>ב. (2) $x = -\sqrt{3}$, $x = \sqrt{3}$</p> <p>ג. (3) מקסימום: $(-3, -1.21)$</p> 
ב. (1) $x < -\sqrt{3}$, $\sqrt{3} < x$	ג. (2) $x = -\sqrt{3}$, $x = \sqrt{3}$, $y = 1$	ב. (1) $y = -1$, $y = 0$ $x \rightarrow +\infty$, $x \rightarrow -\infty$	ג. (1) $(-3, 0)$
ג. (2) $x < -3$, $\sqrt{3} < x$ תחומי עלייה:	ד. (3) $-3 < x < -\sqrt{3}$ תחומי ירידה:	ה. (1) $(0, 0)$	ה. (2) נקודת מינימום אחת
ד. (1) ~ 0.06	ה. (2) $\ln \frac{e+1}{e} \approx 0.31$	ה. (3) להוכיח	ה. (3) נקודת מקסימום אחת
		ה. (4) נקודת מינימום אחת	ה. (4) נקודת מקסימום אחת
		ה. (5) $\ln \frac{e+1}{e} \approx 0.31$	ה. (5) $\ln \frac{e+1}{e} \approx 0.31$



משרד החינוך

פתרונות לבחינת בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד — שאלון שני, מס' 035582, גירסה ג, קיץ תשפ"ב

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק.

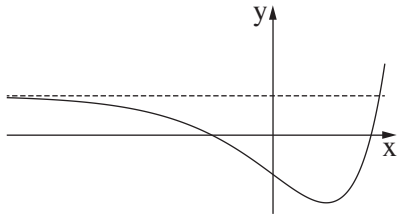
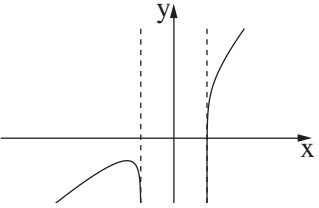
מספר השאלה	התשובה הנכונה
2.	
א.	$2x - y - 2z + 1 = 0$
ב.	$p = 11$
ג.	להוכיח
ד.	$(-2, -10, -1)$
	$(4, 8, 5)$
	$\sim 72.5^\circ$
3.	
א.	$x^2 + y^2 = 10$
ב.	20
ג.	$(-3, -1), (-1, 3), (1, -3)$
ד.	מקבילית, להסביר
ה.	2.4

מספר השאלה	התשובה הנכונה
1.	
א.	משוואת המעגל שמרכזו N: $(x - 15)^2 + y^2 = 36$ משוואות המעגל שמרכזו M: $(x - 6)^2 + y^2 = 9$ $(x - 24)^2 + y^2 = 9$
ב.	
ג.	$x = 9$
ד.	$m_1 = \frac{1}{\sqrt{8}}, n_1 = \frac{3}{\sqrt{8}}$
	$m_2 = -\frac{1}{\sqrt{8}}, n_2 = -\frac{3}{\sqrt{8}}$
ה.	$t = -12, k = -21$



משרד החינוך

הצעה לפתרון בחינת בגרות מתמטיקה, קיץ תשפ"ב

מספר השאלה	התשובה הנכונה	מספר השאלה	התשובה הנכונה
4.	<p>א. (1) $y = \frac{1}{x}$ as $x \rightarrow -\infty$</p> <p>ב. (2) $(0, -1)$</p> <p>ג. (3) תחומי עלייה: $1 < x$</p> <p>ד. (4) תחומי ירידה: $x < 1$</p> 	5.	<p>א. (1) $x < -\sqrt{15}$, $\sqrt{15} < x$</p> <p>ב. (2) $x = -\sqrt{15}$, $x = \sqrt{15}$</p> <p>ג. (3) מקסימום: $(-5, -2.7)$</p> <p>ד. (4)</p> 
ב. (1) $x < -\sqrt{15}$, $\sqrt{15} < x$	ג. (2) $x = -\sqrt{15}$, $x = \sqrt{15}$, $y = 1$	ב. (1) $y = -1$ as $x \rightarrow +\infty$, $y = 0$ as $x \rightarrow -\infty$	ג. (1) $(-5, 0)$
ג. (2) $x < -5$, $\sqrt{15} < x$: תחומי עלייה	ד. (1) $-5 < x < -\sqrt{15}$: תחומי ירידה	ד. (2) $(0, 0)$	ד. (2) $(-5, 0.067)$ מקסימום
ד. ~ 0.015		ג. (3) להוכיח	ג. (3) נקודת מינימום אחת
		ד. (3) נקודת מקסימום אחת	ד. (3) נקודת מקסימום אחת
		ה. (1) $\ln \frac{e+1}{e} \approx 0.31$	ה. (1) $\ln \frac{e+1}{e} \approx 0.31$

שים לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות.
עליך לענות על שלוש שאלות לבחירתך, לפחות שאלה אחת מכל פרק – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

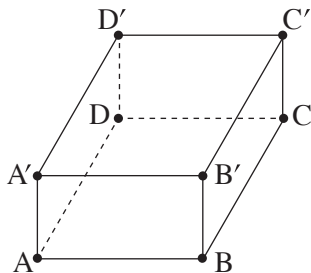
שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה - $\frac{1}{3}$ נקודות).
שים לב: אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

1. מעגל שמרכזו בנקודה M חסום במשולש ABC.
הצלע AB נמצאת על הישר $2x + y - 13 = 0$ והצלע AC נמצאת על הישר $-x + 2y + 4 = 0$.
מרכז המעגל M נמצא על הישר $y = x - 1$. ראשית הצירים נמצאת בתוך המשולש ABC.
א. מצא את משוואת המעגל החסום במשולש ABC.
ב. נתון כי הישר BM מאונך לציר ה-x.
ג. מצא את משוואת הצלע BC.
ג. מצא את המרחק בין מרכז המעגל החסום במשולש ABC ובין מרכז המעגל החוסם את המשולש הזה.

2. נתונה מנסרה ישרה $ABCD A' B' C' D'$, שבסיסה הוא מעוין ABCD (ראה סרטוט).



נקודה F נמצאת על המישור ACD' כך ש: $\vec{D'F} = t\vec{D'A} + \frac{1}{4}\vec{D'C}$,
הוא פרמטר.

נתון: DF מאונך למישור ACD' , $\angle ADC = 120^\circ$, $|\vec{DC}| = 4$.

נסמן: $\vec{DA} = \underline{u}$, $\vec{DC} = \underline{v}$, $\vec{DD'} = \underline{w}$.

א. בטא את \vec{DF} באמצעות \underline{u} , \underline{v} , \underline{w} ו- t .

ב. מצא את t .

ג. חשב את נפח המנסרה.

נתון: הנקודה D היא ראשית הצירים, הקודקוד A נמצא על החלק החיובי של ציר ה-x,

הקודקוד D' נמצא על החלק החיובי של ציר ה-z, $C = (-2, \sqrt{12}, 0)$.

ד. מצא את שיעורי הנקודה F.

3. א. פתור את המשוואה: $(z + i)^2 - 2 - 2\sqrt{3}i = 0$, z הוא מספר מרוכב.

נסמן את החלקים הממשיים של פתרונות המשוואה ב- a_1 וב- a_2 כך ש- $a_1 < a_2$.

נתונים שני מקומות גאומטריים:

$$|z - ia_1| = \sqrt{3} \quad \text{I.}$$

$$|z - ia_2| = \sqrt{3} \quad \text{II.}$$

ב. סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של שני המקומות הגאומטריים.

הישר $y = x$ נמצא במישור גאוס. ישר זה חותך את המקומות הגאומטריים שסרטטת בסעיף ב בראשית הצירים ובשתי

נקודות אחרות שמיוצגות על ידי שני המספרים המרוכבים w_1 ו- w_2 .

ג. פתור את המשוואה: $z^3 = w_1 \cdot \bar{w}_1 \cdot w_2 \cdot \bar{w}_2$, z הוא מספר מרוכב.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{ax}{\ln(x) - a}$, $a > 0$, הוא פרמטר.

בסעיפים א-ב, בטא את תשובותיך באמצעות a , אם יש צורך.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.

ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגה.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

נתון כי השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי האנך לציר ה- x העובר בנקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$,

על ידי הישר $x = e^{a+2}$ ועל ידי ציר ה- x , הוא 3.

ג. מצא את a .

5. נתונה הפונקציה: $f(x) = 9^{-x} - 6 \cdot 3^{-x} + m$, הוא פרמטר.

א. בתת-סעיפים (1)–(3) בטא את תשובותיך באמצעות m , אם יש צורך.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן (אם יש כאלה).

נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ משיק לציר ה- x .

ב. מצא את הערך של הפרמטר m .

ג. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

(2) היעזר בסקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה $\ln(f(x))$.

ד. הסבר מדוע: $\int_0^1 [\ln(f(x)) - \ln(4)] dx < \ln\left(\frac{9}{4}\right)$

בהצלחה!

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,

טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים – $33 \frac{1}{3} \times 2$ – $66 \frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $33 \frac{1}{3} \times 1$ – $33 \frac{1}{3}$ נקודות

סך הכול – 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.

כתובת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($\frac{2}{3}$ נקודות) 66

ענה על שתיים מן השאלות 1–3 (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. הנקודה $(0, t)$ היא מוקד של פרבולה קנונית ומוקד של אליפסה קנונית. t הוא פרמטר חיובי.

אורך הציר הראשי של האליפסה הוא $4t$.

בסעיפים שלפניך הבע את תשובותיך באמצעות t , אם יש צורך.

א. מצא את משוואת הפרבולה ואת משוואת האליפסה.

המדריך של הפרבולה חותך את האליפסה בשתי נקודות, A ו- B . הנקודה A נמצאת מעל לנקודה B .

ב. מצא את שיעורי הנקודות A ו- B .

ישר המאונך לציר ה- x , עובר במוקד הפרבולה וחותך את הפרבולה בשתי נקודות, C ו- D .

הנקודה C נמצאת מעל לנקודה D .

ג. מצא את שיעורי הנקודות C ו- D .

ד. (1) הסבר מדוע ארבע הנקודות A, B, C, D נמצאות על מעגל אחד.

(2) מצא את שיעורי מרכז המעגל הזה.

2. נתונים שני מישורים: $\pi_1: z - 3 = 0$, $\pi_2: ay + z - 8 = 0$, a הוא פרמטר שונה מ-0.

הזווית בין המישורים היא 45° .

א. מצא את הערכים האפשריים בעבור הפרמטר a .

הנקודה $A(2, -2, 6)$ נמצאת על אחד המישורים הנתונים. מן הנקודה A הורידו אנך למישור האחר.

האנך חותך את המישור האחר בנקודה B .

ב. מצא את אורך הקטע AB .

ג. ℓ הוא ישר החיתוך בין שני המישורים π_1 ו- π_2 .

ד. מצא את ההצגה הפרמטרית של ℓ .

הנקודה B העבירו אנך לישר ℓ . האנך חותך את הישר ℓ בנקודה C .

ד. מצא את שטח המשולש ABC (תוכל לסרטט את המשולש במערכת צירים לשם כך).

3. נתונים שני מספרים מרוכבים:

$$z_1 = (2a^2 + 5a + 4) + (2a^2 + 3a + 2)i$$

$$z_2 = (a^2 + 8a + 8) + (2 - a^2 + 2a)i$$

a הוא פרמטר ממשי.

א. מצא את הערך של a שבעבורו המספרים z_1 ו- z_2 צמודים זה לזה.

הצב את הערך של a שמצאת, וענה על הסעיפים ב-ג.

נתונים המספרים: $w_1 = \left(\frac{z_1}{\sqrt{2}}\right)^{4n}$, $w_2 = \left(\frac{z_2}{\sqrt{2}}\right)^{4n+2}$. n הוא מספר טבעי.

ב. הוכח כי לכל n טבעי:

(1) המספר w_1 הוא מספר ממשי.

(2) המספר w_2 הוא מספר מדומה טהור.

ג. נתונה המשוואה: $|z - p| = m$. p ו- m הם פרמטרים ממשיים, z הוא מספר מרוכב.

מה הם הערכים של p ו- m שבעבורם המשוואה הנתונה מתארת מעגל במישור גאוס שעליו נמצאים המספרים

w_1 ו- w_2 לכל n טבעי? נמק.

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4–5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{e^{2x} - 3e^x + m}{4}$. m הוא פרמטר.

ידוע כי הישר $y = -1$ הוא אסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- (2) מצא את m .
- (3) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- (4) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן (אם יש כאלה).

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x) = \frac{1}{f(x)} + 1$.

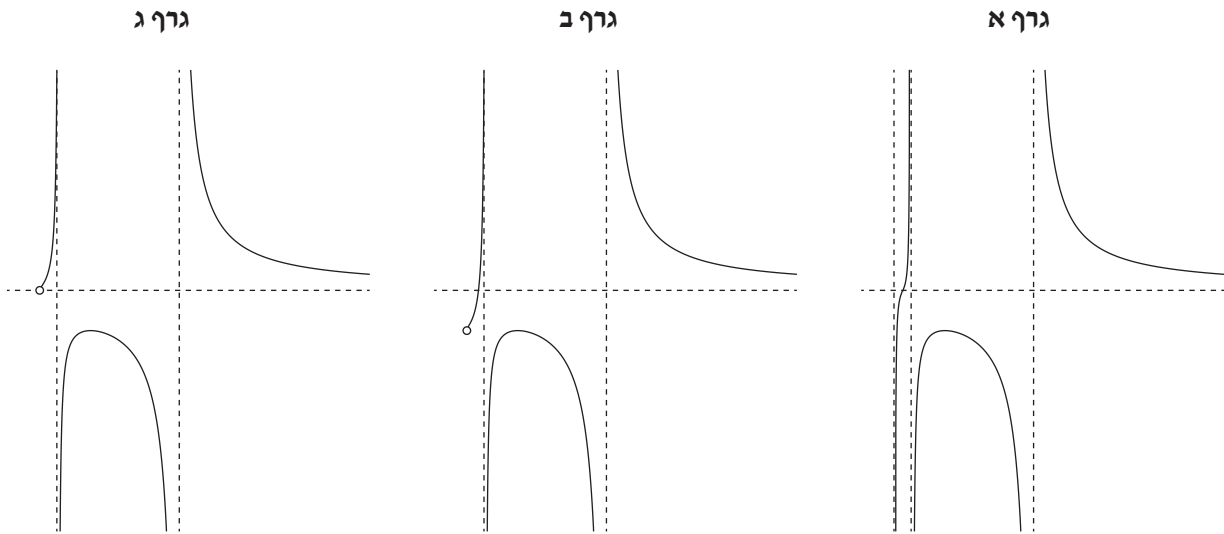
- ג. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.
- (2) מצא את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $g(x)$.
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

נתון פרמטר t בתחום $0 < t < \ln 4$.

ה. מצא את הערך של t שבעבורו ערך הביטוי $\int_0^t g(x) dx$ הוא מקסימלי. נמק את תשובתך.

5. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{(\ln(x))^2}{(\ln(x))^2 - 1}$

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצא את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.
 (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. לפניך שלושה גרפים שבהם לא מסומנים הצירים x ו- y . הקווים המרוסקים מייצגים את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים, והעיגול הריק מייצג נקודה שבה הפונקציה אינה מוגדרת. קבע איזה מן הגרפים מתאים לגרף הפונקציה $f(x)$, העתק אותו למחברתך, והוסף בו את מערכת הצירים. פרט את שיקולך.



- ג. (1) האם יש פתרון למשוואה $f(x) = 1$? נמק את תשובתך.
 (2) מהו הערך של k שבעבורו יש למשוואה $f(x) = k$ פתרון יחיד? נמק את תשובתך.

נתונות הפונקציות: $g(x) = \frac{1}{f(x) - 1}$, $h(x) = (\ln(x))^2 + 1$

- נסמן מלבן ABCD. הנקודות A ו-B הן שתי נקודות על ציר ה- x שבהן הפונקציה $g(x)$ אינה מוגדרת. הנקודות C ו-D נמצאות על גרף הפונקציה $h(x)$.
 ד. מהו שטח המלבן ABCD? נמק את תשובתך.

בהצלחה!



משרד החינוך

פתרונות לבחינות בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד — שאלון שני, מס' 035582, חורף תשפ"ב

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות שאלה אחת מכל פרק.

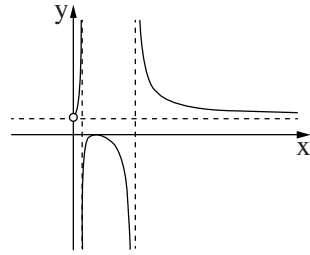
התשובה הנכונה	מספר השאלה	התשובה הנכונה	מספר השאלה
<p>כל x $m = -4$ $(0, -1.5), (\ln 4, 0)$ מינימום: $(\ln 1.5, -\frac{25}{16})$</p> <p>$x \neq \ln 4$ $x = \ln 4, \underbrace{y=0}_{x \rightarrow -\infty}, \underbrace{y=1}_{x \rightarrow +\infty}$</p> <p>$t = \ln 3$</p>	<p>.4 א. (1) ב. (2) ג. (3) ד. (4) ב. ג. (1) ד. (2) ד. ה.</p>	<p>$y^2 = 4tx$ $\frac{x^2}{4t^2} + \frac{y^2}{3t^2} = 1$ A(-t, 1.5t) B(-t, -1.5t) C(t, 2t) D(t, -2t) הסבר $(\frac{7}{16}t, 0)$</p>	<p>.1 א. ב. ג. ד. (1) (2) .2 א. ב. ג. ד. .3 א. ב. (1) (2) ג.</p>



משרד החינוך

הצעה לפתרון בחינות בגרות מתמטיקה, חורף תשפ"ב

התשובה הנכונה	מספר השאלה
$0 < x < \frac{1}{e}, \frac{1}{e} < x < e, e < x$ $x = \frac{1}{e}, x = e, \underbrace{y=1}_{x \rightarrow \infty}$ עלייה: $0 < x < \frac{1}{e}, \frac{1}{e} < x < 1$ ירידה: $1 < x < e, e < x$ גרף ג	5. א. (1) (2) (3)
ג. (1) (2) $k = 0$ $2 \cdot \left(e - \frac{1}{e}\right) \approx 4.7$	ב.



מתמטיקה 5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

עליך לענות על שלוש שאלות לבחירתך — $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.

כתובת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים

1. לפניך משוואת הפרבולה: $y^2 = 2ax$ ומשוואת המעגל: $x^2 + y^2 - 2ax - 2x = 0$. הוא פרמטר גדול מ-0.

א. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של הפרבולה והמעגל. הבע באמצעות a , אם יש צורך.

דרך שתיים מנקודות החיתוך של הפרבולה והמעגל עובר ישר ששיפועו חיובי.

ב. מצא את משוואת הישר. הבע באמצעות a , אם יש צורך.

ממרכז המעגל מעבירים אנך לישר. אורך האנך הוא $2\sqrt{5}$.

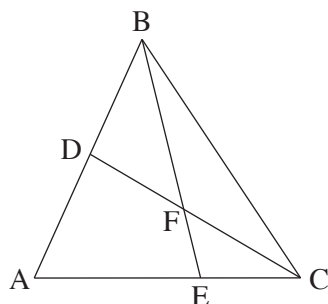
ג. (1) הבע באמצעות a את מרכז המעגל ואת הרדיוס שלו.

(2) מצא את a .

מגדירים מעגל חדש שמרכזו זהה למרכז המעגל הנתון והרדיוס שלו קטן ב-2 מרדיוס המעגל הנתון.

ד. מצא את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות שאורך המשיק מהן למעגל החדש שווה למרחק שלהן

מן הישר $x = -4$.



2. נתון משולש ABC (ראה סרטוט).

הנקודה D היא אמצע הצלע AB.

הנקודה E מחלקת את הצלע AC ביחס של $AE : EC = 2 : 1$.

הנקודה F היא מפגש הקטעים BE ו-CD.

נסמן: $\vec{CA} = \underline{u}$, $\vec{CB} = \underline{v}$

k ו-t הם מספרים כך ש: $\vec{CF} = k \cdot \vec{CD}$, $\vec{BF} = t \cdot \vec{BE}$

א. מצא את t ואת k.

המשולש ABC נמצא במישור $4x + 2y + z - 12 = 0$.

מישור זה חותך את ציר ה-x בנקודה A, את ציר ה-y בנקודה C

ואת ציר ה-z בנקודה B. הנקודה O היא ראשית הצירים.

ב. מצא את שיעורי הנקודות E ו-F.

ג. מצא את משוואת המישור AOE.

ד. מצא את נפח הפירמידה FAOE.

3. נתונה משוואה I: $z^4 - 2z^2 + 4 = 0$. z הוא מספר מרוכב.

א. פתור את משוואה I.

פתרונות המשוואה מיוצגים על ידי כל הקודקודים של מצולע במישור גאוס.

ב. מצא את שטח המצולע.

נתונה משוואה II: $(a \cdot z^2 + b)(z + 1) = 0$. z הוא מספר מרוכב, a ו-b הם מספרים ממשיים השונים מאפס.

ידוע כי שניים מבין הפתרונות של המשוואה הם מספרים מדומים.

ג. הוכח כי $a \cdot b > 0$.

ד. מצא את פתרונות משוואה II. הבע באמצעות a ו-b, אם יש צורך.

ידוע כי הפתרונות המדומים של משוואה II מיוצגים על ידי נקודות הנמצאות על מעגל שמרכזו בראשית הצירים

והרדיוס שלו גדול פי שניים מן הערך המוחלט של פתרונות משוואה I.

ה. מצא את היחס $\frac{b}{a}$.

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקציה: $f(x) = e^{(bx^2 - 2bx)} - 1$ המוגדרת לכל x . $b < 0$ הוא פרמטר.
הבע את תשובותיך באמצעות b , אם יש צורך.
- א. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לציר ה- x (אם יש כאלה).
(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן (אם יש כאלה).
(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נגדיר את הפונקציה: $g(x) = f(x + a)$, a הוא פרמטר. נתון כי לפונקציה $g(x)$ יש נקודת קיצון על ציר ה- y .
- ב. (1) מצא את a , ובטא את הפונקציה $g(x)$ באמצעות x ו- b .
(2) האם הפונקציה $g(x)$ היא זוגית, אי-זוגית או לא זוגית ולא אי-זוגית? נמק.
(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
- ג. מצא את שיעור ה- x של כל אחת מנקודות הקיצון של פונקציית הנגזרת $g'(x)$, וקבע את סוגן.
- ד. הצב $b = -0.5$, וחשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $g'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים העוברים דרך נקודות הקיצון של $g'(x)$ ומאונכים לציר ה- x .

5. נתונה הפונקציה: $f(x) = a \cdot x^2 - x^3$ המוגדרת לכל x , a הוא פרמטר. ענה על סעיפים א-ג עבור $0 < a$. הבע את תשובותיך באמצעות a , אם יש צורך.
- א. (1) מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$.
(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
נתונה הפונקציה: $g(x) = \ln(f(x))$.
- ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.
(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $g(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).
(3) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגה.
- ג. נתון כי לגרף הפונקציה $g(x)$ יש נקודת חיתוך אחת בלבד עם ציר ה- x .
(1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
(2) מצא את טווח הערכים האפשריים של a שעבורם גרף הפונקציה $g(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה אחת בלבד.
ענה על סעיף ד עבור $a = 0$.
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$. ציין בגרף את הערכים המספריים של שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x .

בהצלחה!



משרד החינוך

פתרונות לבחינות בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני, מס' 035582, קיץ תשפ"א, מועד ב

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5.

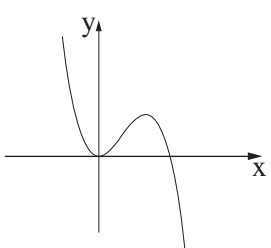
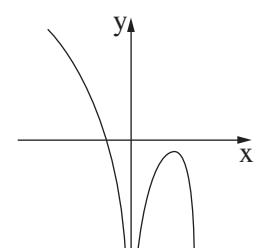
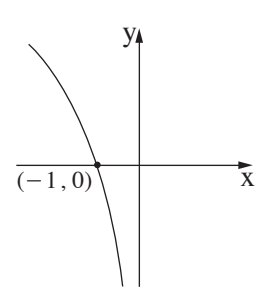
התשובה הנכונה	מספר השאלה
$z_1 = \sqrt{2} \operatorname{cis}(30^\circ)$ $z_2 = \sqrt{2} \operatorname{cis}(150^\circ)$ $z_3 = \sqrt{2} \operatorname{cis}(210^\circ)$ $z_4 = \sqrt{2} \operatorname{cis}(330^\circ)$	3. א.
$2\sqrt{3}$	ב.
הוכחה	ג.
$z_1 = -1$, $z_2 = \sqrt{\frac{b}{a}} i$, $z_3 = -\sqrt{\frac{b}{a}} i$	ד.
8	ה.

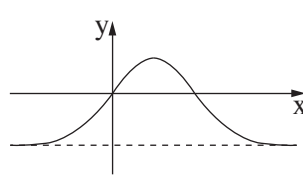
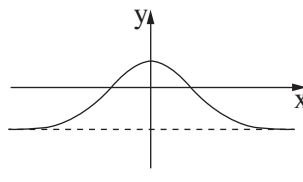
התשובה הנכונה	מספר השאלה
$(0, 0)$, $(2, 2\sqrt{a})$, $(2, -2\sqrt{a})$	1. א.
$y = \sqrt{a} x$	ב.
$R = a + 1$ מרכז המעגל: $(a + 1, 0)$	ג. (1)
$a = 4$	(2)
$y^2 = 18x$	ד.
$t = \frac{3}{4}$, $k = \frac{1}{2}$	2. א.
$E(1, 4, 0)$, $F\left(\frac{3}{4}, 3, 3\right)$	ב.
$z = 0$	ג.
6	ד.



משרד החינוך

הצעה לפתרון בחינות בגרות מתמטיקה, קיץ תשפ"א, מועד ב

מספר השאלה	התשובה הנכונה
5.	
א. (1)	חיוביות: $x < 0$, $0 < x < a$ שליליות: $a < x$
(2)	
ב. (1)	$x < 0$, $0 < x < a$
(2)	$x = 0$, $x = a$
(3)	מקסימום: $\left(\frac{2}{3}a, \ln\left(\frac{4}{27}a^3\right)\right)$
ג. (1)	
(2)	$0 < a < 1.89$
ד.	

מספר השאלה	התשובה הנכונה
4.	
א. (1)	$(0, 0)$, $(2, 0)$
(2)	$y = -1$
(3)	מקסימום: $(1, e^{-b} - 1)$
(4)	
ב. (1)	$a = 1$
(2)	$g(x) = e^{bx^2 - b} - 1$ זוגית
(3)	
ג.	מקסימום: $x = -\sqrt{-\frac{1}{2b}}$ מינימום: $x = \sqrt{-\frac{1}{2b}}$
ד.	1.2974

מתמטיקה 5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
עליך לענות על שלוש שאלות לבחירתך – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתובת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתון פרמטר a שונה מאפס.

א. הראה כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות שהמרחק שלהן מן הנקודה $(-1, a)$ שווה למרחק שלהן מן הנקודה $(1, -a)$ הוא קו ישר. הבע את משוואת הישר באמצעות a .

נתון הישר $y = -ax$.

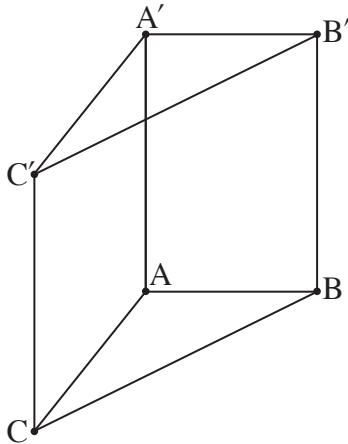
ב. מצא לאילו ערכים של a , הישר הנתון והישר שמצאת בסעיף א ניצבים זה לזה.

הישר שמצאת בסעיף א והישר הנתון ניצבים זה לזה ומשיקים לשני מעגלים, M ו- N . מרכזי שני המעגלים מונחים על ציר ה- x , המעגל M נמצא מימין לציר ה- y , והמעגל N נמצא משמאל לציר ה- y . נתון כי המרחק בין מרכזי המעגלים הוא 6, והרדיוס של המעגל M גדול פי 2 מן הרדיוס של המעגל N .

ג. מצא את המשוואות של המעגלים M ו- N .

נתון הישר $-x + \sqrt{17}y - 8 = 0$. הישר משיק לשני המעגלים M ו- N .

ד. מצא משוואה של ישר המשיק לשני המעגלים, נוסף על הישרים המשיקים המתוארים בשאלה. נמק את תשובתך.



2. בסרטוט שלפניך מתוארת מנסרה ישרה $ABCA'B'C'$, שהבסיס שלה הוא המשולש ABC .

נתון המספר k שבעבורו: $\vec{AA'} = (k-1, k-7, k+1)$,

$\vec{AB} = (k-1, k, 3)$, $\vec{AC} = (k+1, 0, k-3)$

א. מצא את ערכו של k .

המקצועות AC ו- BC מונחים על הישרים ℓ_{AC} ו- ℓ_{BC} בהתאמה:

$$\ell_{AC}: \underline{x} = (8, -1, -1) + t(k+1, 0, k-3)$$

$$\ell_{BC}: \underline{x} = (4, 0, 2) + m(k, -k, -4)$$

ב. מצא את משוואת המישור $A'B'C'$.

ג. חשב את גודל הזווית $C'A'B'$.

ד. מצא את מרכז המעגל החוסם את המשולש $A'B'C'$. נמק.

3. נתונה משוואה I: $w^2 - 4iw - 4 + 2i = 0$. w הוא מספר מרוכב.

א. פתור את משוואה I.

נתונה משוואה: $z^3 = a + bi$. z הוא מספר מרוכב, a ו- b הם מספרים ממשיים.

ידוע כי אחד הפתרונות משוואה זו מתאים לנקודה הנמצאת במישור גאוס על הציר המדומה, בחלקו השלילי.

ב. אחת מן הטענות 1-3 שלפניך נכונה. קבע איזו ונמק את קביעתך.

1. $a = 0, b > 0$

2. $a < 0, b = 0$

3. $a \neq 0, b \neq 0$

נתונה משוואה II: $z^3 = 2(w_1 + w_2)$, w_1 ו- w_2 הם הפתרונות של משוואה I.

ג. פתור את משוואה II.

פתרונות משוואה II מייצגים קודקודים של משולש במישור גאוס.

ד. סרטט את המשולש שהתקבל במישור גאוס.

נתון מספר מדומה $u = di$, d הוא פרמטר ממשי.

מוסיפים את u לכל אחד מן הפתרונות של משוואה II כך שהמספרים שמתקבלים מייצגים משולש חדש.

ה. מצא את הערך של d שבעבורו המעגל החוסם את המשולש החדש עובר דרך ראשית הצירים.

מצא את שתי האפשרויות.

**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות**

4. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
(2) מצא את המשוואות של האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).
(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
(4) הוכח כי הפונקציה $f(x)$ היא אי־זוגית.
- ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתון הישר: $g(x) = a \cdot x$, a הוא פרמטר.

ידוע כי $g(1) = f(1)$.

- ג. (1) מצא את a .
(2) חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f(x)$ לבין הישר $g(x)$.

5. נתונה משפחת הפונקציות: $f(x) = x \cdot (\ln(x))^n$, $n \geq 1$, הוא מספר טבעי.

א. ענה על הסעיפים שלפניך בעבור n זוגי ובעבור n אי-זוגי. אם יש צורך, בטא את תשובותיך באמצעות n .

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

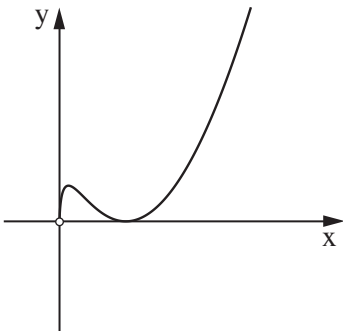
(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

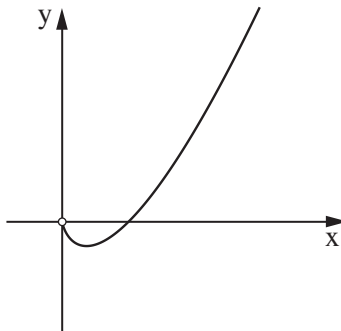
ב. כל אחד מן הגרפים א-ג שלפניך מתאר פונקציה במשפחה.

קבע איזה גרף יכול להתאים ל- $n = 1$, איזה גרף יכול להתאים ל- $n = 2$ ואיזה גרף יכול להתאים ל- $n = 3$.

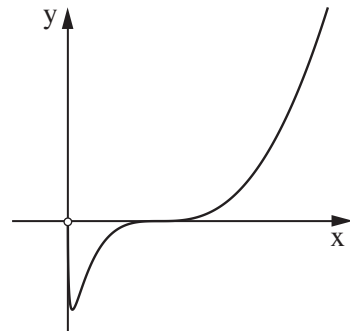
נמק את קביעותיך.



גרף ג



גרף ב



גרף א

נתונה הפונקציה: $g(x) = \frac{1}{x \cdot (\ln(x))^2}$.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

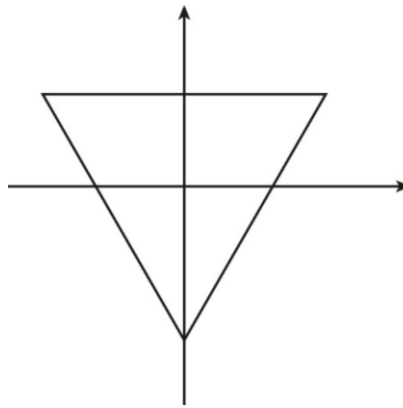
ד. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = \frac{1}{e}$ ו- $x = \frac{1}{e^2}$.

בהצלחה!

1. א. $y = ax$
 ב. $a = \pm 1$
 ג. $(x + 2)^2 + y^2 = 2, (x - 4)^2 + y^2 = 8$
 ד. $x + \sqrt{17}y + 8 = 0$

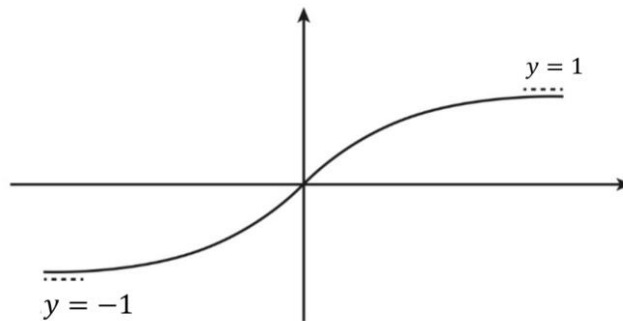
2. א. $k = 2$
 ב. $x - 5y + 3z - 45 = 0$
 ג. 90°
 ד. $(5, -5, 5)$

3. א. $1 + i, -1 + 3i$
 ב. טענה 1
 ג. $\sqrt{3} + i, -\sqrt{3} + i, -2i$ או $2cis30^\circ, 2cis150^\circ, 2cis270^\circ$
 ד.



ה. $d = -2, d = 2$

4. א. (1) כל x
 (2) כאשר $x \rightarrow \infty, y = 1$, כאשר $x \rightarrow -\infty, y = -1$
 (3) עליה: כל x . ירידה: אין.
 (4) הוכחה.
 ב.



- ג. (1) 0.761
 (2) 0.106

5. א. (1) $x > 0$

(2) n אי-זוגי: עליה: $x > \frac{1}{e^n}$, ירידה: $0 < x < \frac{1}{e^n}$.

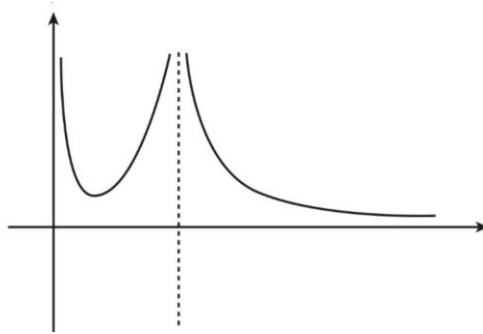
n זוגי: עליה: $0 < x < \frac{1}{e^n}$ או $x > 1$, ירידה: $\frac{1}{e^n} < x < 1$.

(3) n אי-זוגי: $(\frac{1}{e^n}, -\frac{n^n}{e^n})$ מינימום.

n זוגי: $(1, 0)$ מינימום, $(\frac{1}{e^n}, \frac{n^n}{e^n})$ מקסימום.

ב. גרף א': $n = 3$, גרף ב': $n = 1$, גרף ג': $n = 2$.

ג.



ד. $\frac{1}{2}$.

מתמטיקה 5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
עליך לענות על שלוש שאלות לבחירתך — $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתובת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שם לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שם לב: אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים

1. נתון פרמטר $a > 0$.

א. מצא את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות שהמרחק שלהן מן הנקודה $(a, 0)$ שווה

למרחק שלהן מן הישר $x = a - 1$.

ב. מצא את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות שהמרחק שלהן מן הנקודה $(0, a)$ שווה

למרחק שלהן מן הישר $y = a - 1$.

נתון כי שני המקומות הגאומטריים שמצאת בסעיפים א-ב נחתכים בשתי נקודות. אחת הנקודות היא $(2, 2)$.

ג. (1) מצא את a .

(2) מצא את שיעורי נקודת החיתוך האחרת.

מחברים את שתי נקודות החיתוך של שני המקומות הגאומטריים עם הנקודות $(3a, 0)$ ו- $(0, 3a)$ כך שמתקבל מרובע.

ד. (1) מהו סוג המרובע שהתקבל? נמק.

(2) חשב את שטח המרובע.

2. נתונה פירמידה מרובעת SABCD שבסיסה ABCD הוא מעוין.

נתון: \vec{SA} מאונך לבסיס הפירמידה, $\angle BAD = 60^\circ$, $SA = BA$, $\vec{SE} = t \cdot \vec{SC}$, $0 < t < 1$ הוא פרמטר.

נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AS} = \underline{w}$.

א. הבע את הווקטורים \vec{EB} ו- \vec{ED} באמצעות \underline{t} , \underline{u} , \underline{v} , \underline{w} .

ב. נתון: $t = \frac{1}{2}$.

(1) הוכח כי \vec{EB} מאונך ל- \vec{ED} .

(2) הוכח כי האנך מן הנקודה E לבסיס עובר דרך נקודת מפגש האלכסונים של המעוין.

נתון: $A(0, 0, 0)$, $B(6\sqrt{3}, 6, 0)$, קודקוד D נמצא על ציר ה-y בכיוון החיובי,

שיעור ה-z של הנקודה S גדול מאפס.

ג. חשב את שיעורי הקודקודים S ו-D.

ד. מצא את משוואת המישור SAB.

3. נתונה המשוואה $z^4 = -16$ (z הוא מספר מרוכב).

א. פתור את המשוואה.

נתון: פתרונות המשוואה מייצגים קודקודים של מצולע במישור גאוס.

ב. סרטט במערכת הצירים את המצולע שהתקבל.

ג. כופלים ב- $\frac{1+i}{\sqrt{2}}$ כל אחד מן המספרים המייצגים את קודקודי המצולע.

ד. מצא את שיעורי הנקודות המיוצגות על ידי המספרים שהתקבלו בהכפלה.

n הוא מספר טבעי, $11 < n < 17$ ו-c הוא מספר ממשי.

כל אחד מן המספרים המרוכבים שמצאת בסעיפים הקודמים מקיים את המשוואה $z^n = c$.

א. מצא את n ואת c.

הנקודות במישור גאוס, המיוצגות על ידי כל הפתרונות של המשוואה $z^n = c$ שמצאת בסעיף ד, יוצרות

מצולע בעל n צלעות.

ה. מצא את שטח המצולע.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקציה $f(x) = 1 + ae^{-2x}$ המוגדרת לכל x . a הוא פרמטר, $a > 1$.
 בטא את תשובותיך באמצעות a , לפי הצורך.
- א. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).
 (1) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
 (2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 (3)
- ב. נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.
 (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$? נמק את תשובתך.
 (2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $g(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).
 (3) ידוע כי לפונקציה $g(x)$ יש נקודת פיתול אחת, המתקבלת כאשר $x = \frac{\ln(a)}{2}$.
 מצא את שיעור ה- y של נקודת הפיתול, וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
- ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g'(x)$.
 (1) סרטט את גרף הפונקציה $g'(x)$. פרט את שיקוליך.
 (2)
- ד. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g'(x)$ ועל ידי הישרים $x = 0$, $y = \frac{1}{2}$.

5. נתונה הפונקציה: $f(x) = \ln\left(\frac{x^2 - 1}{(x + 2)(x - 1)}\right)$.
 א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (1) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.
 (2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
 (3) סרטט את גרף הפונקציה $f(x)$.
 (4)
- ב. נתונה הפונקציה: $g(x) = \ln(f(x))$.
 היעזר בתשובותיך על השאלות בסעיף א וענה על התת-סעיפים (1)-(3) שלפניך.
 (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.
 (2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה).
 (3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$. פרט את שיקוליך.
- ג. בעבור כל x המקיים $0 < f(x) < 1$, קבע אם המכפלה $f(x) \cdot g(x)$ חיובית. נמק את קביעתך.

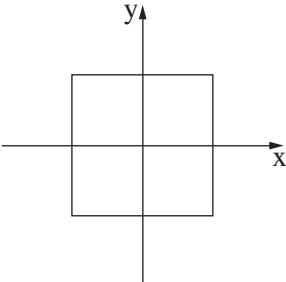
בהצלחה!



משרד החינוך

פתרונות לבחינת בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד — שאלון שני, מס' 035582, קיץ תשפ"א

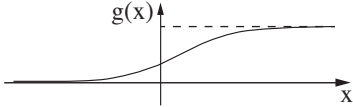
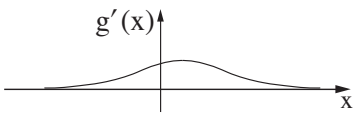
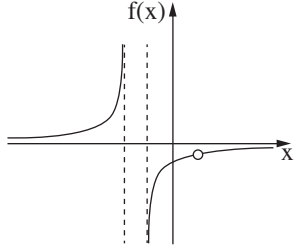
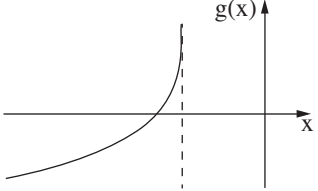
יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5.

מספר השאלה	התשובה הנכונה	מספר השאלה	התשובה הנכונה
1.	א. $y^2 = 2x - 2a + 1$ ב. $x^2 = 2y - 2a + 1$ ג. (1) $a = 0.5$ (2) $(0, 0)$ ד. (1) דלתון (2) 3	3.	א. $z_0 = \sqrt{2} + i\sqrt{2} = 2 \cdot \text{cis}(45^\circ)$ $z_1 = -\sqrt{2} + i\sqrt{2} = 2 \cdot \text{cis}(135^\circ)$ $z_2 = -\sqrt{2} - i\sqrt{2} = 2 \cdot \text{cis}(225^\circ)$ $z_3 = \sqrt{2} - i\sqrt{2} = 2 \cdot \text{cis}(315^\circ)$  ב.
2.	א. $\vec{EB} = (t-1)\underline{w} - t\underline{v} + (1-t)\underline{u}$ $\vec{ED} = (t-1)\underline{w} - t\underline{u} + (1-t)\underline{v}$ ב. (1) הוכחה (2) הוכחה ג. $D(0, 12, 0), S(0, 0, 12)$ ד. $x - \sqrt{3}y = 0$	ג. $(-2, 0), (2, 0)$ $(0, 2), (0, -2)$ ד. $n = 16, c = 2^{16} = 65536$ ה. $S = 12.245$	



משרד החינוך

הצעה לפתרון בחינת בגרות מתמטיקה, קיץ תשפ"א

מספר השאלה	התשובה הנכונה	מספר השאלה	התשובה הנכונה
4.	<p>א. (1) $\underbrace{y=1}_{x \rightarrow \infty}$</p> <p>(2) הפונקציה יורדת לכל x</p> <p>(3) $(0, 1+a)$</p> <p>ב. (1) תחום הגדרה: לכל x</p> <p>(2) $\underbrace{y=1}_{x \rightarrow \infty}, \underbrace{y=0}_{x \rightarrow -\infty}$</p> <p>(3) $y = \frac{1}{2}$</p> <p></p> <p>(1) ג. $(\frac{\ln(a)}{2}, \frac{1}{2})$</p> <p>(2) </p> <p>ד. $\frac{\ln(a)}{4} - \frac{a-1}{2+2a}$</p>	5.	<p>א. (1) $x < -2$</p> <p>(2) $x \neq 1, -1 < x$</p> <p>(2) $x = -2, x = -1$</p> <p>(3) $\underbrace{y=0}_{x \rightarrow \pm \infty}$</p> <p>הפונקציה עולה:</p> <p>(4) $x < -2$</p> <p>$x \neq 1, -1 < x$</p> <p>(4) </p> <p>ב. (1) $x < -2$</p> <p>(2) הפונקציה עולה בכל תחום הגדרתה.</p> <p>(3) </p> <p>ג. המכפלה לא חיובית.</p>

מתמטיקה 5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
עליך לענות על שלוש שאלות לבחירתך — $3 \times 33 \frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

1. נתון: נקודה K נמצאת על הפרבולה $y^2 = 4px$ ($p > 0$).

שיעור ה- y של נקודה K הוא 12.

המרחק בין נקודה K ובין מוקד הפרבולה הוא 20.

א. מצא את p (מצא את שתי האפשרויות).

נסמן את הערכים של p שמצאת בסעיף א ב- p_1 ו- p_2 . $p_1 < p_2$.

ישר מן הצורה $y = mx$ ($m \neq 0$) חותך את הפרבולה $y^2 = 4p_1x$ בראשית הצירים ונקודה נוספת, A ,

ואת הפרבולה $y^2 = 4p_2x$ בראשית הצירים ונקודה נוספת, B .

הצב את הערכים p_1 ו- p_2 שמצאת, וענה על סעיפים ב-ג.

ב. הבע את שיעורי נקודה A , ואת שיעורי נקודה B באמצעות m .

בעבור כל ישר $y = mx$ ($m \neq 0$), נסמן ב- M את אמצע הקטע AB הנוצר באופן המתואר.

ג. מצא את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאות הנקודות M האלה (ללא m).

2. נתונה התיבה $ABCD A' B' C' D'$.

הנקודה K נמצאת על המקצוע CC' .

הנקודה E היא אמצע המקצוע $A'D'$ (ראה סרטוט).

נסמן: $\vec{AA'} = \underline{w}$; $\vec{AD} = \underline{v}$; $\vec{AB} = \underline{u}$; $\vec{CK} = t \cdot \vec{CC'}$ ($t > 0$ הוא סקלר).

נתון: $|\underline{u}| = 3\sqrt{2}$; $|\underline{v}| = 6$; $|\underline{w}| = 6\sqrt{2}$

. $\angle EKB = 90^\circ$

א. מצא את t .

נסמן ב- π את המישור $CDA'B'$.

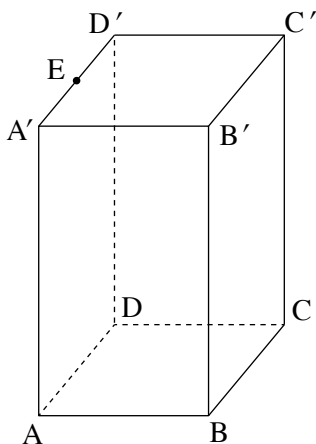
ב. (1) הוכח כי הישר BK מאונך למישור π .

(2) הסבר מדוע הישר EK מקביל למישור π .

נתון: $B(-1, 0, 1)$; $K(4, 5, -1)$,

. $\underline{w} = (2, 2, -8)$

ג. מצא את משוואת המישור π .



3. א. פתור את המשוואה: $z^2 - (1 + i)z + 2i + 2 = 0$.

אחד הפתרונות של המשוואה שפתרת נמצא ברביע הרביעי והוא מיוצג על ידי הנקודה A במישור גאוס.

הפתרון השני מיוצג על ידי הנקודה B במישור גאוס.

דרך הנקודה B עובר מעגל שמרכזו בראשית הצירים O . הישר AO חותך את המעגל בנקודות C ו- D .

במעגל חסום מצולע משוכלל בעל n צלעות.

נתון כי הנקודות D, C, B הן קודקודים של המצולע.

ב. מהו ה- n האפשרי הקטן ביותר? נמק את תשובתך.

ג. בעבור הערך של n שמצאת בסעיף ב:

(1) רשום את המספרים המרוכבים המתאימים לקודקודי המצולע.

(2) כתוב משוואה שפתרונותיה הם כל המספרים המרוכבים המתאימים לקודקודי המצולע.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. הפונקציה $g(x)$ מוגדרת וגזירה לכל x . הגרף שלה חותך את ציר ה- x בראשית הצירים בלבד. נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ הן $(1, 1)$ ו- $(-1, -1)$ בלבד. הנגזרת של הפונקציה $g(x)$ מתאפסת בעבור $x = 1$ ו- $x = -1$ בלבד. ציר ה- x הוא אסימפטוטה אופקית של הפונקציה $g(x)$ בעבור x שואף לאינסוף ובעבור x שואף למינוס אינסוף.
- א. (1) סרטט סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה $g(x)$.
- (2) רשום את תחומי החיוביות והשליליות של $g'(x)$ (פונקציית הנגזרת של $g(x)$).
- נתונה הפונקציה $f(x) = e^{g(x)} - g(x)$.
- ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- (2) מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$.
- (3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
- (4) סרטט סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה $f(x)$.
5. נתונה משפחת הפונקציות $f(x) = ax - \ln\left(\frac{x}{a}\right)$, $a \neq 0$, הוא פרמטר. ענה על סעיפים א-ג בעבור $a > 0$ ובעבור $a < 0$.
- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. הבע באמצעות a את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה. נתון כי הפונקציה $f(x)$ חותכת את ציר ה- x בשתי נקודות שונות.
- ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נתונה הפונקציה $g(x) = f'(x)$ (נגזרת הפונקציה $f(x)$) המוגדרת באותו תחום שבו מוגדרת הפונקציה $f(x)$. נתון: $a > 0$.
- ד. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, הישר $x = \frac{2}{a}$ וציר ה- x , והוכח כי השטח אינו תלוי ב- a .

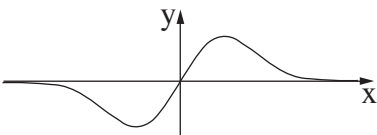


בהצלחה!



משרד החינוך

פתרונות לבחינות בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני, מס' 035582, מועד חורף מאוחר, תשפ"א, 2021

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5.

מספר השאלה	התשובה הנכונה
1.	<p>א. $p_1 = 2, p_2 = 18$</p> <p>ב. $A\left(\frac{8}{m^2}, \frac{8}{m}\right), B\left(\frac{72}{m^2}, \frac{72}{m}\right)$</p> <p>ג. $y^2 = 40x$</p>
2.	<p>א. $t = \frac{1}{2}$</p> <p>ב. (1) הוכחה</p> <p> (2) הסבר</p> <p>ג. משוואת המישור π: $5x + 5y - 2z - 29 = 0$</p>
3.	<p>א. $z = 2i, z = 1 - i$</p> <p>ב. $n = 8$ לנמק.</p> <p>ג. (1) $2\text{cis}0^\circ, 2\text{cis}45^\circ, 2\text{cis}90^\circ,$ $2\text{cis}135^\circ, 2\text{cis}180^\circ, 2\text{cis}225^\circ,$ $2\text{cis}270^\circ, 2\text{cis}315^\circ$</p> <p> (2) $z^8 = 256$</p>
4.	<p>א. (1) </p> <p> (2) תחומי חיוביות של $g'(x)$ $-1 < x < 1$</p> <p> תחומי שליליות של $g'(x)$ $x < -1, x > 1$</p>
5.	<p>א. בעבור $a > 0: x > 0$ בעבור $a < 0: x < 0$</p> <p>ב. $\min\left(\frac{1}{a}, 1 + \ln a^2\right)$</p> <p>ג. בעבור $a > 0$  בעבור $a < 0$ </p> <p>ד. $1 - \ln 2 \approx 0.307$</p>

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות. פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות עליך לענות על שלוש שאלות לבחירתך – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתובת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

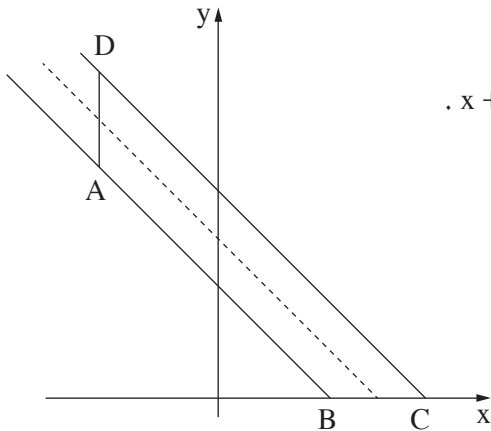
השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים



1. ABCD הוא טרפז ($AB \parallel DC$).

נתון: המרחק בין בסיסי הטרפז, AB ו-DC, הוא $\sqrt{2}$,

קטע האמצעים של הטרפז ABCD נמצא על הישר $x + y - 4 = 0$.

א. מצא את משוואות הישרים שבסיסי הטרפז נמצאים עליהם.

נתון: השוק BC נמצאת על ציר ה-x.

מעבירים פרבולה קנונית $y^2 = 2px$ ($p > 0$)

כך שהקודקודים A ו-D של הטרפז נמצאים על מדרג הפרבולה,

ומוקד הפרבולה נמצא על הקודקוד B או על הקודקוד C.

ב. (1) מהי משוואת הפרבולה שבעבורה

הטרפז ABCD הוא הגדול מבין שני הטרפזים האפשריים? נמק.

(2) מהי משוואת הפרבולה שבעבורה הטרפז ABCD הוא הקטן מבין שני הטרפזים האפשריים?

ג. מעבירים ישר המקביל לציר ה-x וחותר את שתי הפרבולות שמצאת בסעיף ב בשתי נקודות, E ו-F.

מצא את משוואת המקום הגאומטרי שעליו מונחים אמצעי הקטעים EF הנוצרים באופן זה.

2. ABC הוא משולש.

$$\vec{AC} = \underline{v}, \vec{AB} = \underline{u} \text{ נסמן:}$$

$$\text{נתון: } A(0, 2, -1), B(-3, 2, 2)$$

$$\vec{AD} = \frac{2}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v} \text{ כן ש- } D(-2, 3, 1) \text{ נמצאת על הקטע BC}$$

א. (1) מצא את שיעורי הנקודה C והוכח כי המשולש ABC הוא ישר זווית.

(2) מצא את משוואת המישור ABC.

הנקודה E נמצאת במישור ABC כך ש- ABEC הוא מלבן. הנקודה M היא מפגש האלכסונים במלבן זה.

S היא נקודה כך ש- MS מאונך למישור ABEC.

ב. (1) מצא הצגה פרמטרית לישור MS, והסבר מדוע לכל נקודה S כזו SABEC היא פירמידה ישרה.

(2) תן דוגמה לשיעורים של נקודה S כמתואר בתת-סעיף ב(1).

בעבור הנקודה S שמצאת, חשב את הזווית SAB.

(3) בעבור הנקודה S שמצאת, האם קיימת נקודה נוספת, P, כך ש- PABEC היא פירמידה ישרה שבעבורה

$$\angle SAB = \angle PAB \text{ מתקיים?}$$

אם כן, מצא את שיעוריה. אם לא, נמק.

3. נתונה המשוואה $i \cdot z^6 = \frac{1}{64}$ (z הוא מספר מרוכב).

א. מצא את כל פתרונות המשוואה הנתונה.

פתרונות המשוואה הנתונה מתאימים לקודקודים של מצולע קמור במישור גאוס.

ב. הראה שלכל אחד מקודקודי המצולע קיים קודקוד אחד בדיוק כך שהישר שמחבר ביניהם עובר דרך

ראשית הצירים.

כופלים כל אחד מפתרונות המשוואה הנתונה במספר מרוכב קבוע, w.

ג. הסבר מדוע סכום המספרים שהתקבלו הוא אפס.

$$\text{נתון: } w = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$$

ד. כתוב משוואה שפתרונותיה הם 12 המספרים: פתרונות המשוואה הנתונה בתחילת השאלה והמספרים שהתקבלו

לאחר ההכפלה ב-w.

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{-4}{e^{2x} - 4e^x + 3}$.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.
 (3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן (אם יש כאלה).
 (4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
 (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ב. הסבר מדוע לכל $b < 0$ מתקיים: $\int_{b-3}^b f(x) dx < -4$.
 נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{k}{f(x)}$, שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$. k הוא פרמטר.
 נתון כי לפונקציה $g(x)$ יש נקודת מינימום.
 ג. מהו תחום הערכים האפשרי בעבור k ? נמק.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{(\ln(x))^3 - 1} + 1$.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.
 (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
 (4) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ב. הישר $y = k$ אינו חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ (k הוא פרמטר). מצא את k . נמק.
- ג. נגדיר $T(x) = \int_{e^{-1}}^x f(t) dt$ $e^{-1} \leq x < e$.
 (1) לפניך שלושה ערכי x , (III-I). בעבור איזה מהם הערך של $T(x)$ הוא הכי גדול? נמק.
 $x = \frac{1}{2}$ (I) $x = 1$ (II) $x = 2$ (III)
 (2) הסבר מדוע בעבור כל $e^{-1} \leq x < e$ מתקיים: $T(x) < 1$.

בהצלחה!



משרד החינוך

פתרונות לבחינות בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני, מס' 035582, חורף תשפ"א

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5.

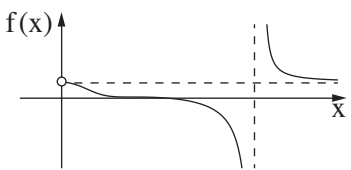
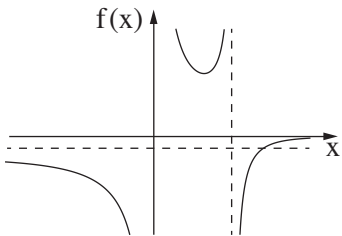
מספר השאלה	התשובה הנכונה
3.	
א.	$z_1 = \frac{1}{2} \left[\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right]$
	$z_2 = \frac{1}{2} \left[\cos \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3} \right) \right]$
	$z_3 = \frac{1}{2} \left[\cos \left(\frac{\pi}{4} + \frac{2\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{4} + \frac{2\pi}{3} \right) \right]$
	$z_4 = \frac{1}{2} \left[\cos \left(\frac{\pi}{4} + \pi \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{4} + \pi \right) \right]$
	$z_5 = \frac{1}{2} \left[\cos \left(\frac{\pi}{4} + \frac{4\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{4} + \frac{4\pi}{3} \right) \right]$
	$z_6 = \frac{1}{2} \left[\cos \left(\frac{\pi}{4} + \frac{5\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{4} + \frac{5\pi}{3} \right) \right]$
ב.	להראות
ג.	להסביר
ד.	$z^{12} = -\frac{1}{2^{12}}$

מספר השאלה	התשובה הנכונה
1.	
א.	$x + y - 3 = 0$
	$x + y - 5 = 0$
ב. (1)	$y^2 = 20x$
(2)	$y^2 = 12x$
ג.	$y^2 = 15x$
2.	
א. (1)	הוכחה, $C(0, 5, -1)$
(2)	$x + z + 1 = 0$
ב. (1)	$(-1.5, 3.5, 0.5) + t(1, 0, 1)$
	הסבר
(2)	לתת דוגמה, לחשב.
(3)	כן. למצוא.



משרד החינוך

הצעה לפתרון בחינות בגרות מתמטיקה, חורף תשפ"א

מספר השאלה	התשובה הנכונה	מספר השאלה	התשובה הנכונה
5.	<p>$0 < x < e, e < x$</p> <p>(1). א.</p> <p>$y = 1, x = e$ $x \rightarrow \infty$</p> <p>(2)</p> <p>אין תחומי עלייה. תחומי הירידה:</p> <p>$0 < x < e, e < x$</p> <p>(3)</p> <p>(1, 0)</p> <p>(4)</p> <p>(5)</p>  <p>$k = 1$</p> <p>ב.</p> <p>II</p> <p>(1) ג.</p> <p>(2) להסביר</p>	4.	<p>$x \neq \ln 3, x \neq 0$</p> <p>(1). א.</p> <p>$x = \ln 3, x = 0$</p> <p>(2)</p> <p>$y = -\frac{4}{3}, y = 0$ $x \rightarrow -\infty, x \rightarrow \infty$</p> <p>(3)</p> <p>מינימום ($\ln 2, 4$)</p> <p>(4)</p> <p>תחומי העלייה:</p> <p>$\ln 2 < x < \ln 3, \ln 3 < x$</p> <p>תחומי הירידה:</p> <p>$x < 0, 0 < x < \ln 2$</p> <p>(5)</p>  <p>להסביר</p> <p>ב.</p> <p>ג.</p> <p>$k < 0$</p>

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,

טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים – $33\frac{1}{3} \times 2$ – $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $33\frac{1}{3} \times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות

סך הכול – 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.

כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. הישר $4x - 3y = 0$ משיק למעגל שמרכזו $(5a, 0)$. a הוא פרמטר חיובי.

א. הבע את משוואת המעגל באמצעות a .

מנקודה G , הנמצאת מחוץ למעגל, העבירו ישר, המשיק למעגל בנקודה K .

ב. הבע באמצעות a את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות G שבעבורן המרחק GK שווה למרחק שלהן

מן הישר $x = -3a$ וצייר סקיצה שלו.

נתון: אורך הקטע GK הקצר ביותר האפשרי הוא 7.5.

ג. (1) מה הם שיעורי הנקודה G שבעבורה אורך הקטע GK הוא 7.5? נמק.

(2) מצא את ערכו של הפרמטר a . נמק.

2. נתונים שני ישרים: $\ell_1: \underline{x} = (6, 10, -7) + k(3, 5, -4)$

$\ell_2: \underline{x} = (15, 0, 6) + t(9, 0, 13)$

ונתון הווקטור $\underline{u} = (6, 0, -8)$.

הנקודה A נמצאת על הישר ℓ_1 והנקודה C נמצאת על הישר ℓ_2 כך ש- $\overrightarrow{AC} = \underline{u}$.

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו- C .

$SABC$ היא פירמידה ישרה שבסיסה, ABC , הוא משולש ישר זווית ($\sphericalangle ABC = 90^\circ$).

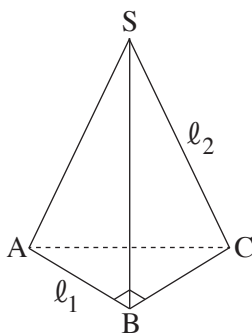
הנקודה S נמצאת על הישר ℓ_2 והנקודה B נמצאת על הישר ℓ_1 .

ב. מצא את שיעורי הנקודה B .

ג. מצא את משוואת המישור ABC .

הנקודה C העלו אנך למישור ABC .

ד. חשב את הזווית שבין האנך ובין הישר ℓ_2 .



3. z הוא מספר מרוכב.

א. פתור את המשוואה $z^5 = 2^5$.

הנקודות A_1, A_2, \dots, A_n במישור גאוס מתאימות לפתרונות המשוואה $z^n = 2^n$ ($n \geq 3$ הוא מספר טבעי).
חיברו את הנקודות A_1, A_2, \dots, A_n ויצרו מצולע משוכלל קמור.

נתון כי שטח המצולע שהתקבל שווה ל- n .

ב. מצא את n .

ענה על הסעיפים ג-ד בעבור הערך של n שמצאת בסעיף ב.

הוא פתרון של המשוואה $z^n = 2^n$ כך ש- $a \cdot b > 0$ [כלומר: $\text{Re}(w) \cdot \text{Im}(w) > 0$].

ג. באילו רביעים נמצאים פתרונות w כאלה?

ארבע הנקודות הנמצאות ברביעים שמצאת בסעיף ג הן קודקודיו של מלבן.

אם מכפילים כל אחד מן המספרים המתאימים לארבע הנקודות הללו

במספר $z_0 = \cos \theta + i \sin \theta$ ($0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$), מתקבל מלבן חדש, שצלעותיו מקבילות לצירים.

ד. מצא את הזווית θ . נמק.

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33 1/3 נקודות)

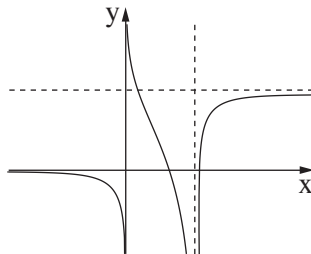
ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

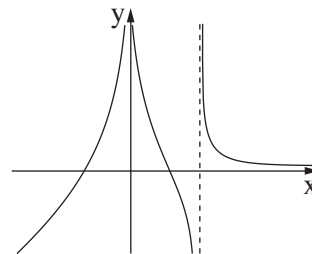
4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2e^{2x}}{e^{2x} - ae^x + 3}$. הוא פרמטר.

הפונקציה $f(x)$ אינה מוגדרת בעבור $x = 0$.

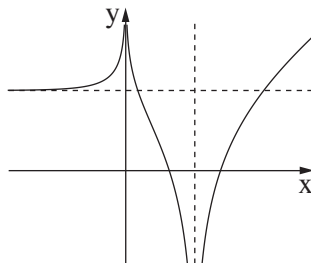
- א. (1) מצא את a ואת תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- (2) מצא את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.
- (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ג. אחד מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר פונקציה קדומה לפונקציה $f(x)$, המוגדרת בתחום ההגדרה של $f(x)$. איזה מהם מתאר אותה? נמק.
- ד. נתונה הפונקציה $h(x) = f(x + k)$. עבור איזה ערך של $k \neq 0$ יש לפונקציה $h(x)$ אסימפטוטה שמשוואתה היא $x = 0$? נמק.



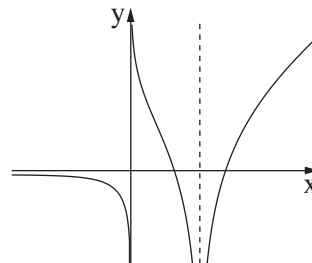
II



I



IV

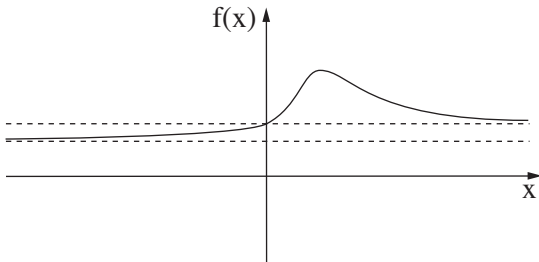


III

5. הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x) = \ln(f(x))$ מוגדרות וגזירות לכל x .

א. הראה כי לפונקציה $f(x)$ ולפונקציה $\ln(f(x))$ יש נקודות קיצון באותם שיעורי x ונקודות הקיצון הללו הן מאותו הסוג (מינימום/מקסימום).

בציור שלפניך מתואר גרף של פונקציה $f(x)$, כך ש- $f(x)$ ו- $g(x) = \ln(f(x))$ מוגדרות וגזירות לכל x . לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון יחידה ששיעוריה הם $(1, 2)$, ושתי אסימפטוטות:



אסימפטוטה שמשוואתה היא $y = 1$,

ואסימפטוטה נוספת שמשוואתה היא $y = \frac{2}{3}$.

גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- y כאשר $y = 1$.

ענה על סעיף ב בהסתמך על הגרף המתואר בציור.

ב. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$? נמק.

(2) מה הם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$?

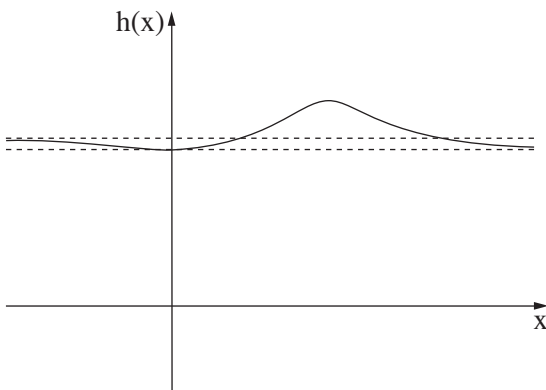
(3) מה הן משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $g(x)$ המאונכות לצירים?

(4) מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $g(x)$. נמק.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

נגדיר: $h(x) = f(x) - g(x)$.

לפניך סרטוט של גרף הפונקציה $h(x)$.



ג. (1) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $h(x)$.

קבע את סוגן בעזרת הגרף.

(2) הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$

והנקודה B נמצאת על גרף הפונקציה $g(x)$

כך שהקטע AB מאונך לציר ה- x .

מהו שיעור ה- x שבעבורו אורך הקטע AB הוא 1?

נמק.

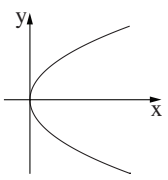
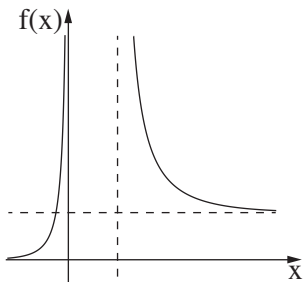
בהצלחה!



משרד החינוך

פתרונות לבחינות בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד — שאלון שני, מס' 035582, קיץ תש"ף, מועד ב

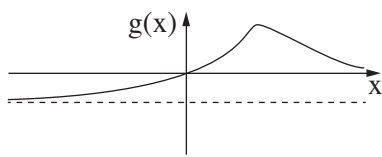
יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5.

מספר השאלה	התשובה הנכונה	מספר השאלה	התשובה הנכונה
1.	א. $(x - 5a)^2 + y^2 = 16a^2$ ב. $y^2 = 16ax$  ג. $(0, 0)$ ד. 2.5	4.	א. $a = 4$ $x \neq \ln 3, x \neq 0$ ב. $x = \ln 3, x = 0$ $y = 0, y = 2$ $x \rightarrow -\infty, x \rightarrow \infty$ ג. תחומי העלייה: $x < 0, 0 < x < \ln 1.5$ ד. תחומי הירידה: $\ln 1.5 < x < \ln 3, \ln 3 < x$ 
2.	א. $C(6, 0, -7), A(0, 0, 1)$ ב. $(3, 5, -3)$ ג. $4x + 3z - 3 = 0$ ד. $\sim 18.43^\circ$	ב.	א. IV ב. $k = \ln 3$
3.	א. $z = 2\left(\cos \frac{2\pi}{5}k + i \sin \frac{2\pi}{5}k\right)$ הוא מספר שלם ב. 12 ג. III, I ד. 45° או $\frac{\pi}{4}$	ג.	ד.



משרד החינוך

הצעה לפתרון בחינות בגרות מתמטיקה, מועד ב, קיץ תש"ף

מספר השאלה	התשובה הנכונה
5.	
א.	להראות
ב. (1)	כל x
(2)	$(1, \ln 2)$
(3)	$y = \ln \frac{2}{3}$, $y = 0$ $x \rightarrow -\infty$, $x \rightarrow \infty$
(4)	תחום חיוביות: $x > 0$
(4)	תחום שליליות: $x < 0$
(5)	
ג. (1)	מינימום $(0, 1)$
(2)	מקסימום $(1, 2 - \ln 2)$
(2)	0

מתמטיקה 5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,

טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים – $33\frac{1}{3} \times 2$ – $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $33\frac{1}{3} \times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות

סך הכול – 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.

כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($\frac{2}{3}$ נקודות) 66

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. OMG הוא משולש. הנקודה O היא ראשית הצירים.

מן הנקודה $M(2, 6)$ הורידו גובה לצלע OG .

נתון כי אורך הגובה שהורידו הוא 6.

א. הראה כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות G המתקבלות באופן הזה נמצא על שני ישרים,

ומצא את משוואותיהם של הישרים.

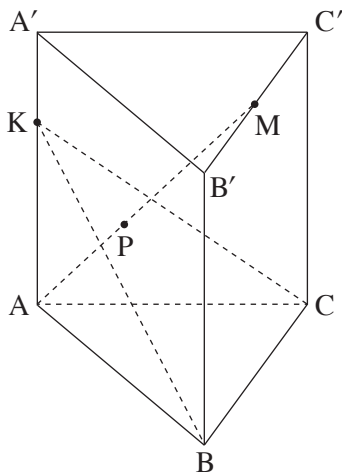
מעגל שמרכזו בנקודה M משיק לשני הישרים שמצאת בסעיף א בנקודות P ו- Q .

ב. (1) רשום את משוואת המעגל.

(2) מצא את שיעורי הנקודות P ו- Q .

ג. האם המרובע $OPMQ$ הוא בר חסימה במעגל? נמק.

אם כן, מצא את משוואת המעגל החוסם אותו.



2. נתונה מנסרה ישרה משולשת $ABCA'B'C'$.

נתון: הנקודה M היא אמצע הקטע $B'C'$.

הנקודה K נמצאת על הקטע AA' ומקיימת $AK = 2KA'$.

נסמן: $\vec{AA'} = \underline{w}$, $\vec{KC} = \underline{v}$, $\vec{KB} = \underline{u}$.

א. הבע את \vec{AM} באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} .

ב. P היא נקודה על AM המקיימת: $\vec{KP} = \alpha \underline{u} + \beta \underline{v}$ (α ו- β הם סקלרים).

מצא את α ו- β .

נתון: $\underline{v} = (10, -5, 0)$, $\underline{u} = (5, 5, -5)$, $P(0, 4, 6)$.

ג. (1) הסבר מדוע הנקודה P נמצאת על המישור KBC .

(2) מצא את משוואת המישור KBC .

(3) מצא את שיעורי הנקודה K .

3. z_1 ו- z_2 הם שני מספרים מרוכבים שונים.

נתון: $z_1 = \cos \alpha + i \sin \alpha$, $z_2 = \cos \frac{7\alpha}{3} + i \sin \frac{7\alpha}{3}$,

$$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi,$$

$\frac{z_1}{z_2}$ הוא מספר ממשי.

א. (1) מצא את α ואת $\frac{z_1}{z_2}$.

(2) הראה כי $z_1 \cdot z_2$ הוא מספר מדומה.

נתון: $w = \frac{z_1}{z_2} + z_1 \cdot z_2$.

ב. מצא את כל פתרונות המשוואה $z^3 = w^6$.

ג. (1) האם הפתרונות שמצאת בסעיף ב יכולים להתאים לקודקודים של משושה משוכלל במישור גאוס?

אם כן, מצא את שיעוריהם של שאר קודקודי המשושה.

(2) תן דוגמה למספר טבעי $n > 6$ שבעבורו הפתרונות שמצאת בסעיף ב מהווים קודקודים של מצולע משוכלל

בעל n קודקודים.

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה: $f(x) = \ln((e^x - b)^2 + 1)$. b הוא פרמטר.

ענה על סעיף א. אם צריך, הבע את תשובותיך באמצעות b .

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

(2) נמק מדוע $f(x) \geq 0$ בכל תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(3) מצא את המשוואה של האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$.

(4) קבע בעבור אילו ערכים של b יש לפונקציה $f(x)$ נקודת קיצון,

ואם יש כזאת, מצא את שיעוריה, והראה שהיא נקודת מינימום.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ עבור $b = 2$.

ב. מצא את כל הערכים של b שבעבורם הישר $y = \ln 5$ הוא אסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$. נמק.

ג. נתון כי בעבור אחד מן הערכים של b שמצאת בסעיף ב, אין לפונקציה $f(x)$ נקודות קיצון.

בעבור הערך הזה של b , קבע אם הפונקציה $f(x)$ עולה או יורדת. נמק.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = e^x(x - 5)$, המוגדרת לכל x .
- א. הראה כי $f'(x) = e^x(x - 4)$ וכי $f''(x) = e^x(x - 3)$.
- ב. $f^{(n)}(x)$ היא הנגזרת מסדר n של $f(x)$ (למשל $f^{(3)}(x) = f'''(x)$). נתונה החוקיות: $f^{(n)}(x) = e^x(x - 5 + n)$ בעבור כל n טבעי.
- ג. מצא את $f'''(x)$, והראה כי החוקיות הנתונה מתקיימת בעבורה.
- ד. ענה על סעיף ג. אם צריך, הבע את תשובותיך באמצעות n .
- ה. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f^{(n)}(x)$ עם הצירים.
- ו. מצא את משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f^{(n)}(x)$.
- ז. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f^{(n)}(x)$ (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.
- ח. הראה כי הגרפים של הפונקציות $f^{(m)}(x)$ ו- $f^{(k)}(x)$ אינם נחתכים בעבור שני מספרים טבעיים שונים m ו- k .
- ט. סרטט על מערכת צירים אחת סקיצה של הגרפים של הפונקציות $f(x)$, $f'(x)$, ו- $f''(x)$, וכתוב איזה מן הגרפים מתאים לכל אחת מן הפונקציות.
- י. הסתמך על החוקיות הנתונה, ומצא לפונקציה $f(x)$ פונקציה קדומה, $F(x)$, אם נתון כי הגרף של הפונקציה $F(x)$ עובר בראשית הצירים. אמת את תשובתך על ידי גזירה.

בהצלחה!



משרד החינוך

פתרונות לבחינות בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני, מס' 035582, קיץ תש"ף

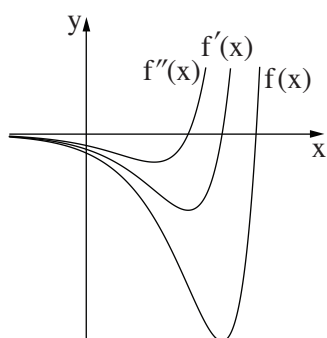
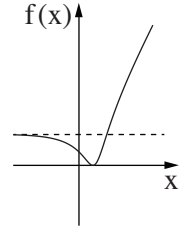
יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5.

מספר השאלה	התשובה הנכונה	מספר השאלה	התשובה הנכונה
1.	א. להראות $y = -\frac{3}{4}x$, $y = 0$	3.	א. $\alpha = \frac{3}{4}\pi$ $\frac{z_1}{z_2} = \text{cis}\pi = -1$ להראות $z_1 = 2\text{cis}30^\circ$ $z_2 = 2\text{cis}150^\circ$ $z_3 = 2\text{cis}270^\circ$ א. $z_1 = \sqrt{3} + i$ $z_2 = -\sqrt{3} + i$ $z_3 = -2i$ ב. א. $(\sqrt{3}, -1), (-\sqrt{3}, -1), (0, 2)$ לתת דוגמה (כל $n > 6$ שמתחלק ב-3)
ב. (1) ג. (2)	ב. $(x - 2)^2 + (y - 6)^2 = 36$ $(-1.6, 1.2)$, $(2, 0)$ כ. $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 10$	ג. (1) ג. (2)	ב. (1) ג. (2)
2.	א. $\vec{AM} = \frac{1}{2}\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} + \frac{5}{3}\underline{w}$ ב. $\beta = \frac{1}{5}$, $\alpha = \frac{1}{5}$ ג. (1) הסבר $x + 2y + 3z - 26 = 0$ (-3, 4, 7)	ג. (1) ג. (2) ג. (3)	ג. (1) ג. (2) ג. (3)



משרד החינוך

הצעה לפתרון בחינות בגרות מתמטיקה, קיץ תש"ף

מספר השאלה	התשובה הנכונה	מספר השאלה	התשובה הנכונה
5.	<p>א. להראות</p> <p>ב. $f'''(x) = e^x(x - 2)$, להראות</p> <p>ג. $(5 - n, 0)$, $(0, n - 5)$</p> <p>ד. $y = 0$ $x \rightarrow -\infty$</p> <p>ה. $(4 - n, -e^{4-n})$ מינימום</p> <p>ו. להראות</p> <p>ז. להראות</p>  <p>ח. $F(x) = e^x(x - 6) + 6$</p>	4.	<p>א. כל x</p> <p>ב. נימוק</p> <p>ג. $y = \ln(b^2 + 1)$ $x \rightarrow -\infty$</p> <p>ד. $b > 0$</p> <p>ה. להראות מינימום $(\ln b, 0)$</p>  <p>ו. $b = \pm 2$</p> <p>ז. עולה</p>

סוג הבחינה: בגרות

מועד הבחינה: חורף תש"ף, 2020

מספר השאלון: 035582

נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,

טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים – $33\frac{1}{3} \times 2$ – $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $33\frac{1}{3} \times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות

סך הכול – 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.

כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

**פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,
מספרים מרוכבים** ($\frac{2}{3}$ נקודות) 66

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. הנקודה A נמצאת על האליפסה $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ברביע הראשון. a ו-b הם פרמטרים חיוביים.

נתון: $a > b$, אורך הציר הגדול של האליפסה הוא 13.

F_1 ו- F_2 הם מוקדי האליפסה.

היקף המשולש F_1AF_2 הוא 25 ושטחו 12.

א. מצא את משוואת האליפסה.

ב. מצא את שיעורי הנקודה A.

דרך הנקודה A עוברת פרבולה שמשוואתה היא $y^2 = 2px$ ($p > 0$ ואינו שלם).

דרך הנקודה A העבירו משיק לפרבולה. המשיק חותך את ציר ה-x בנקודה L.

ג. מצא את שיעור ה-x של הנקודה L.

הפרבולה והאליפסה נחתכות בנקודה נוספת, B.

הנקודה D נמצאת על הישר AB.

ד. מצא את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאות כל נקודות מפגשי התיכונים במשולשים ALD.

2. הישר ℓ עובר דרך ראשית הצירים, O, ומאונך למישור π . הנקודה $P(-1, -1, 2)$ היא נקודת החיתוך של הישר ℓ והמישור π . מצא את משוואת המישור π .
- OABCD היא פירמידה ישרה שבסיסה, ABCD, הוא מלבן הנמצא על המישור π (הנקודה O היא ראשית הצירים). הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של המישור π עם ציר ה-x ועם ציר ה-y בהתאמה.
- ג. (1) מצא את שיעורי הקודקודים A ו-B.
(2) מצא את שיעורי הקודקודים C ו-D.
- ג. חשב את גודל הזווית בין הפאה הצדדית AOB בפירמידה OABCD ובין בסיס הפירמידה. הנקודות $F(-4, -2, 0)$ ו- $G(-2, -4, 0)$ נמצאות על הקטע AB.
- ד. (1) הראה כי $|FG| = \frac{1}{3}|AB|$.
(2) מצא שיעורים של שתי נקודות, H ו-I, כך שנפח הפירמידה OFGHI הוא $\frac{1}{3}$ מנפח הפירמידה OABCD. נמק את תשובתך.

3. א. פתור את המשוואה $z^3 = -1$ (z הוא מספר מרוכב). פרט את חישוביך.
- ב. a_n היא סדרה הנדסית שהמנה שלה היא $2i$.
- ג. הראה כי לכל n טבעי $a_{n+4} = 16a_n$.
- הנקודות A, B, C ו-D במישור גאוס מייצגות את איברי הסדרה a_1, a_2, a_3 ו- a_4 בהתאמה. a_1 הוא אחד הפתרונות של המשוואה $z^3 = -1$. הנקודה A נמצאת ברביע הראשון.
- ג. (1) סרטט סקיצה של המרובע ABCD.
(2) מצא את שטח המרובע ABCD.
- ד. הנקודות A', B', C' ו-D' מייצגות את איברי הסדרה a_5, a_6, a_7 ו- a_8 בהתאמה. מצא את היחס בין שטח המרובע A'B'C'D' ובין שטח המרובע ABCD $\left(\frac{S_{A'B'C'D'}}{S_{ABCD}}\right)$. נמק.

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = e^{\left(\frac{a}{x-1}\right)} + c$. a ו- c הם פרמטרים.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

נתון: משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$ היא $y = 1$,

הפונקציה $f(x)$ חותכת את ציר ה- y בנקודה $(0, e^{-4})$.

ב. מצא את הערך של c ואת הערך של a .

ג. (1) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(2) מה הם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה)?

לפונקציה $f(x)$ יש נקודת פיתול יחידה בנקודה שבה $x = -1$.

ד. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

(2) לאילו ערכי k הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$? נמק.

ה. העבירו משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת הפיתול שלה. המשיק עובר בראשית הצירים.

הסבר מדוע השטח הנמצא ברביע השני ומוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי המשיק ועל ידי ציר ה- y

קטן מ- $\frac{1}{2}e^{-2}$.

5. נתונה פונקציית הנגזרת של הפונקציה $f(x)$: $f'(x) = \frac{\ln(-x) + 2}{x}$.

לפונקציות $f(x)$, $f'(x)$ ו- $f''(x)$ יש אותו תחום הגדרה.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

(3) מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה \cup והקעירות כלפי מטה \cap של הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) מה הן משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$?

(2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$.

נתון: $f(-e^{-2}) = 0$.

ג. (1) מצא ביטוי אלגברי לפונקציה $f(x)$.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

בהצלחה!

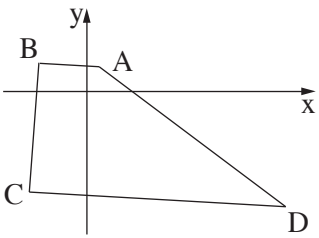


משרד החינוך

פתרונות לבחינות בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני, מס' 035582, חורף תש"ף

יש לענות על שתיים מן השאלות 1-3.

יש לענות על אחת מן השאלות 4-5.

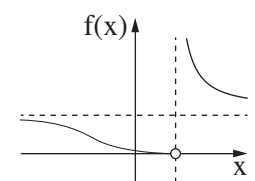
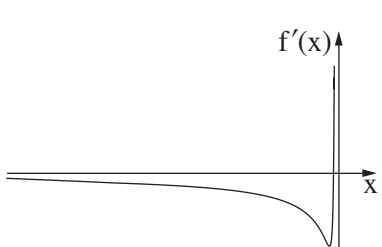
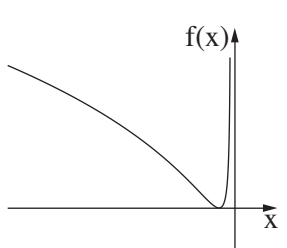
התשובה הנכונה	מספר השאלה
$z_1 = \text{cis } 60^\circ$ $z_2 = \text{cis } 180^\circ$ $z_3 = \text{cis } 300^\circ$ או $z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ $z_2 = -1$ $z_3 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ להראות 	3. א. ב. ג. (1) (2) ד.
25	(2)
256	ד.

התשובה הנכונה	מספר השאלה
$\frac{x^2}{42.25} + \frac{y^2}{6.25} = 1$ $(3.9, 2)$ -3.9 $x = 1.3$	1. א. ב. ג. ד.
$x + y - 2z + 6 = 0$ $B(0, -6, 0), A(-6, 0, 0)$ $D(-2, 4, 4), C(4, -2, 4)$ $\sim 35.26^\circ$ להראות למצוא (יש יותר מתשובה נכונה אחת)	2. א. ב. (1) (2) ג. ד. (1) (2)



משרד החינוך

הצעה לפתרון בחינות בגרות מתמטיקה, חורף תש"ף

מספר השאלה	התשובה הנכונה	מספר השאלה	התשובה הנכונה
4.	<p>א. $x \neq 1$</p> <p>ב. $a = 4, c = 0$</p> <p>ג. (1) אין תחומי עלייה.</p> <p>תחומי הירידה: $x < 1, 1 < x$</p> <p>(2) תחומי החיוביות: כל תחום ההגדרה</p> <p>אין תחומי שליליות</p> <p>ד. (1)</p>  <p>(2) $0 < k < 1, 1 < k$</p> <p>ה. הסבר</p>	5.	<p>א. (1) $x < 0$</p> <p>(2) תחומי העלייה: $-e^{-2} < x < 0$</p> <p>תחומי הירידה: $x < -e^{-2}$</p> <p>(3) תחומי הקעירות כלפי מעלה \cup:</p> <p>$-e^{-1} < x < 0$</p> <p>תחומי הקעירות כלפי מטה \cap:</p> <p>$x < -e^{-1}$</p> <p>ב. (1) $y = 0, x = 0$ (כאשר $x \rightarrow -\infty$)</p> <p>(2)</p>  <p>ג. (1) $f(x) = \frac{1}{2}(\ln(-x) + 2)^2$</p> <p>או</p> <p>$f(x) = \frac{1}{2}(\ln(-x))^2 + 2\ln(-x) + 2$</p> <p>(2)</p> 

מתמטיקה 5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים,

טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים — $33\frac{1}{3} \times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות — $33\frac{1}{3} \times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.

כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתון מעגל שמשוואתו היא: $x^2 + y^2 = a^2$. הוא פרמטר חיובי.

הזיזו את המעגל ימינה (הזזה אופקית) כך ששיק לציר ה- y .

א. הבע באמצעות a את משוואת המעגל שהתקבל.

ב. בונים מעגל המשיק מבחוץ למעגל שהתקבל בסעיף א ומשיק גם לציר ה- y . שיעור ה- x של מרכז המעגל

שבונים הוא חיובי.

מצא את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאים מרכזי המעגלים הנבנים כך (אם יש צורך, השתמש ב- a).

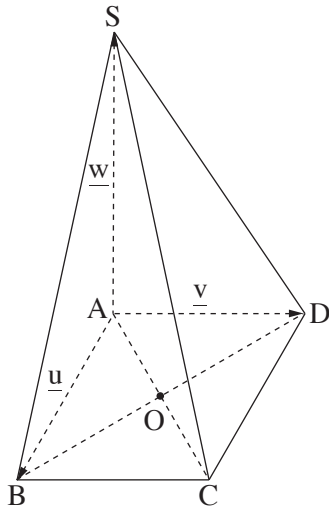
הישר $y = x + 3$ משיק בנקודה M למקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת בסעיף ב.

ג. מצא את a .

ד. רשום את שיעורי נקודת ההשקה של שני המעגלים האלה:

I. המעגל שהתקבל בסעיף א.

II. המעגל שנבנה כמתואר בסעיף ב ומרכזו הוא בנקודה M .



2. נתונה פירמידה $SABCD$, שבסיסה $ABCD$, הוא ריבוע (ראה ציור).

הנקודה O היא נקודת חיתוך אלכסוני הבסיס.

הנקודה P היא נקודה על הקטע SD , והיא מקיימת $\vec{SP} = t \cdot \vec{SD}$, $t > 0$.

נסמן: $\vec{AS} = \underline{w}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$.

א. הבע את הווקטור \vec{OP} באמצעות \underline{w} , \underline{v} , \underline{u} .

ב. מצא בעבור איזה ערך של t , OP מקביל למישור הפאה SAB .

נתון: אורך צלע הריבוע $ABCD$ הוא 4,

$AS = 4\sqrt{2}$ מאונך לבסיס הפירמידה,

הנקודה A היא ראשית הצירים. הנקודות B , D ו- S נמצאות

על החלק החיובי של הצירים x , y ו- z בהתאמה.

ג. מצא בעבור אילו ערכים של t , הישר OP יוצר זווית של 45° עם מישור הפאה SAD .

הנקודה T נמצאת על הקטע SC כך ש- $TABCD$ היא פירמידה ישרה.

ד. מצא את נפח הפירמידה $TABCD$.

3. נתונה סדרה הנדסית שהאיבר הראשון שלה הוא 1 והאיבר השני שלה הוא iz (z הוא מספר מרוכב).

נתון כי הסדרה איננה קבועה.

א. (1) רשום את חמשת האיברים הראשונים של הסדרה (אם יש צורך, הבע באמצעות z).

(2) הוכח כי סכום חמשת האיברים הראשונים בסדרה שווה ל- $\frac{z^5 + i}{z + i}$.

ב. (1) מצא את כל הפתרונות של המשוואה $z^5 = -i$ (z הוא מספר מרוכב).

(2) מצא את כל הפתרונות של המשוואה $1 + iz - z^2 - iz^3 + z^4 = 0$ (z הוא מספר מרוכב).

הנקודה A נמצאת ברביע השלישי במישור גאוס, והיא מתאימה לאחד מפתרונות המשוואה שפתרת בתת-סעיף ב (2).

ABO הוא משולש שווה צלעות במישור גאוס (O – ראשית הצירים).

ג. מצא את המספר המרוכב המתאים לנקודה B (מצא את שתי האפשרויות).

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ($\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \ln(x^2 + ax + 1)$.

a הוא פרמטר, $-2 < a < 2$.

א. הראה שהפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x .

ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x (אם יש צורך, הבע באמצעות a).

ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה (אם יש צורך, הבע באמצעות a).

ד. בסוף השאלה מוצגים שלושה גרפים (I-III) המתארים את גרף הפונקציה $f(x)$ כתלות בפרמטר a .

כל אחד מן הגרפים מתאים לאחד מן התחומים (1)-(3) של a :

$$(1) \quad 0 < a < 2$$

$$(2) \quad -2 < a < 0$$

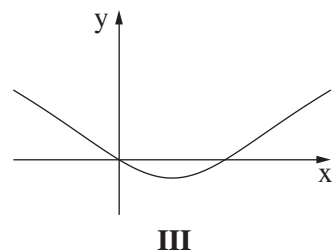
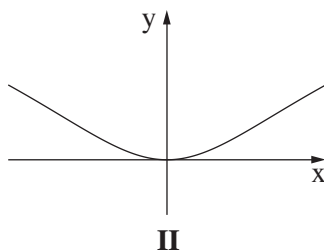
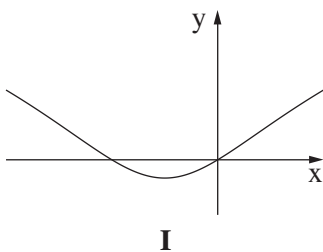
$$(3) \quad a = 0$$

כתוב איזה מתחומי הערכים (1)-(3) מתאים לכל אחד מן הגרפים.

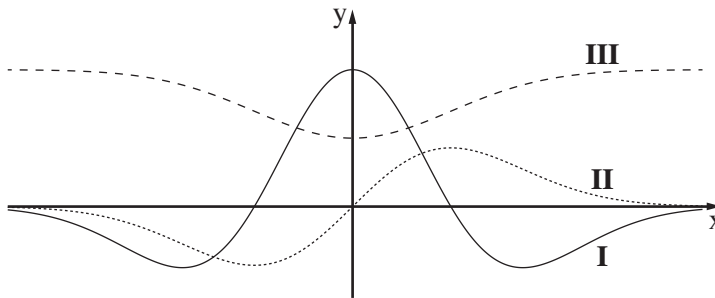
ענה על סעיף ה בעבור a המקיים $-2 < a < 0$.

נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x .

ה. הבע באמצעות a ו- S את האינטגרל: $\int_0^{-a} \ln(4x^2 + 4ax + 4) dx$.



5. לפניך סרטוט המתאר את הגרפים של הפונקציות f , f' , f'' , המוגדרות לכל x .
 הגרף III נמצא כולו מעל הגרף II.



- א. התאם כל אחד מן הגרפים I, II, III לפונקציות f , f' , f'' .
 נמק את קביעתך.
 הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ והנקודה B נמצאת על גרף הפונקציה $f'(x)$, כך שהקטע AB מקביל לציר ה- y .
 נתון כי $f'(x) = x \cdot e^{-x^2}$.
 ב. מצא בעבור איזה ערך של x אורך הקטע AB יהיה מינימלי, ובעבור איזה ערך של x אורך הקטע AB יהיה מקסימלי.
 נתון כי האורך המקסימלי של הקטע AB שווה ל- $1 + \frac{1}{2e}$.
 ג. מצא את הפונקציה $f(x)$.

בהצלחה!



משרד החינוך

פתרונות לבחינות בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני, מס' 035582, קיץ תשע"ט, מועד ב

יש לענות על שתיים מן השאלות 1-3.

יש לענות על אחת מן השאלות 4-5.

מספר השאלה	התשובה הנכונה	מספר השאלה	התשובה הנכונה
1.	א. $(x - a)^2 + y^2 = a^2$ ב. $y^2 = 4ax$ ג. $a = 3$ ד. $(3, 3)$	4.	א. להראות ב. $(0, 0), (-a, 0)$ ג. מינימום $\left(-\frac{a}{2}, \ln \frac{4 - a^2}{4}\right)$ ד. I – (1) III – (2) II – (3) ה. $-S - a \cdot \ln 4$
2.	א. $\vec{OP} = -\frac{1}{2} \cdot \underline{u} + \left(t - \frac{1}{2}\right) \underline{v} + (1 - t) \underline{w}$ ב. $t = \frac{1}{2}$ ג. $t = \frac{2}{3}, t = 1$ ד. $\frac{32\sqrt{2}}{3}$	5.	א. f – III f' – II f'' – I ב. מינימום $x = \frac{1}{2}$ ג. מקסימום $x = -1$ ד. $f(x) = -\frac{1}{2}e^{-x^2} + 1$
3.	א. (1) $1, iz, -z^2, -iz^3, z^4$ ב. (2) הוכחה ג. (1) $\text{cis}54^\circ, \text{cis}126^\circ, \text{cis}198^\circ$ $\text{cis}270^\circ, \text{cis}342^\circ$ (2) $\text{cis}54^\circ, \text{cis}126^\circ, \text{cis}198^\circ$ $\text{cis}342^\circ$ ג. $\text{cis}138^\circ, \text{cis}258^\circ$		

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,

טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים – $33\frac{1}{3} \times 2$ – $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $33\frac{1}{3} \times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות

סה"כ – 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.

כתובת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($\frac{2}{3}$ נקודות) 66

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. אורך הקטע AB הוא 4.

נתון: הנקודה A נמצאת על ציר ה-y, והנקודה B נמצאת על ציר ה-x (ראה ציור).

הנקודה M היא אמצע הקטע AB.

א. מצא את המשוואה של המקום הגאומטרי

של כל הנקודות M שנבנו כך, וזקה את המקום הגאומטרי הזה.

נתון: הנקודה L נמצאת על הקטע AB כך ש- $t = \frac{AL}{LB}$. $t > 0$ הוא פרמטר.

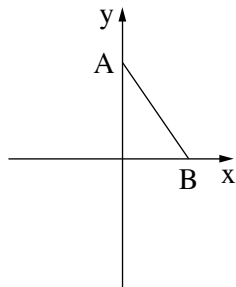
ב. הבע באמצעות t את המשוואה של המקום הגאומטרי של כל הנקודות L שנבנו כך, וזהה את המקום

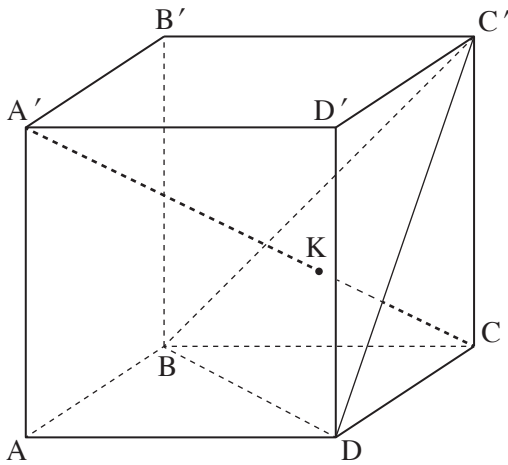
הגאומטרי הזה.

ג. בעבור איזה ערך של t המקום הגאומטרי שמצאת בסעיף ב מתלכד עם המקום הגאומטרי

שמצאת בסעיף א? נמק.

ד. האם קיים $t > 0$ שבעבורו המקום הגאומטרי שמצאת בסעיף ב חותך את ציר ה-x בנקודה (5, 0)? נמק.





2. $ABCD A'B'C'D'$ היא קובייה שאורך צלעה הוא 6 (ראה ציור).

הנקודה B נמצאת על ראשית הציורים.

א. חשב את גודל הזווית שבין הקטע $A'C$ ובין הקטע BC' .

ב. הוכח שהישר $A'C$ מאונך למישור $BC'D$.

הנקודה K היא נקודת החיתוך של הישר $A'C$

עם המישור $BC'D$.

ג. מצא את היחס $\frac{A'K}{A'C}$.

הנקודה O היא נקודת החיתוך של

אלכסון הבסיס AC עם אלכסון הבסיס BD.

ד. הוכח שהנקודה K נמצאת על הקטע $C'O$.

3. א. (1) הוכח כי לכל מספר מרוכב z מתקיים $z \cdot \bar{z} = |z|^2$.

(2) הוכח כי אם המספר המרוכב z נמצא על מעגל היחידה,

אז גם המספר $\frac{1}{z}$ נמצא על מעגל היחידה.

ב. (1) הראה כי בעבור כל מספר מרוכב z הנמצא על מעגל היחידה, הסכום $z + \frac{1}{z}$ הוא מספר ממשי.

(2) z_1 ו- z_2 הם מספרים מרוכבים הנמצאים על מעגל היחידה.

נתון כי הרכיבים המדומים של z_1 ו- z_2 הם חיוביים.

הוכח כי אם: $z_1 + \frac{1}{z_1} + z_2 + \frac{1}{z_2} > 2$ אז z_1 ו- z_2 נמצאים ברביע הראשון.

$w = 1 \cdot \text{cis}(\alpha)$ הוא מספר מרוכב. נתון: $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

נתונה סדרה הנדסית שהאיבר הראשון שלה הוא $\frac{1}{w}$ והאיבר השני הוא w .

נתון כי סכום 5 האיברים הראשונים בסדרה ההנדסית שווה ל-0.

ג. (1) הבע באמצעות α את מנת הסדרה, והסבר מדוע כל איברי הסדרה נמצאים על מעגל היחידה.

(2) מצא את α (מצא את שתי האפשרויות).

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה: $f(x) = \ln\left(\frac{e^x}{e^x + 1}\right)$, המוגדרת לכל x .

א. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(2) מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(3) מצא את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המקבילה לציר ה- x .

(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. (1) הוכח כי $f(x) = x - \ln(e^x + 1)$.

(2) הסבר מדוע גרף הפונקציה $f(x)$ נמצא כולו מתחת לישר $y = x$.

ד. נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{1}{\sqrt{e^x + 1}}$ המוגדרת לכל x .

(1) מה הם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה)?

(2) $a > 1$ הוא פרמטר.

היעזר בנגזרת הפונקציה $f(x)$ והראה כי נפח גוף הסיבוב של השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$,

על ידי הצירים ועל ידי הישר $x = \ln a$ שווה ל- $\pi \ln\left(\frac{2a}{a+1}\right)$. פרט את חישוביך.

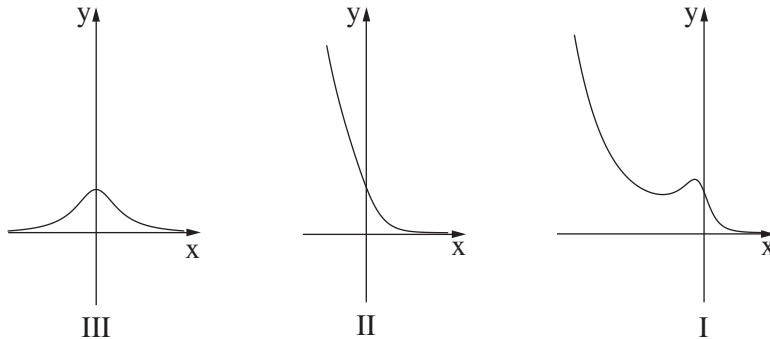
5. נתונה משפחת הפונקציות $f(x) = \frac{e^{-mx}}{1+x^2}$. m הוא פרמטר.

ענה על הסעיפים א-ב בעבור $m \geq 0$.

- א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציות $f(x)$?
 (2) מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציות $f(x)$ (אם יש כאלה). נמק.
 (3) נתון כי כל הפונקציות $f(x)$ מן המשפחה חותכות זו את זו בנקודה אחת. מצא את שיעוריה.
- ב. (1) בעבור $m \geq 0$, מצא את הערכים של m שבעבורם הנגזרת $f'(x)$:
 (i) אינה מתאפסת בשום נקודה.
 (ii) מתאפסת בנקודה אחת בדיוק.
 (iii) מתאפסת בשתי נקודות בדיוק.
- (2) בסוף השאלה נתונים שלושה גרפים (III-I) של פונקציות מן המשפחה $f(x)$ בעבור $m \geq 0$.
 ידוע כי $m \neq 1$ וכי כל אחד מן הגרפים מתאים לערך או לטווח ערכים אחר של m .
 התאם לכל גרף מבין השלושה את הערך או את טווח הערכים של m המתאים לו. נמק.

ענה על סעיף ג. תוכל להיעזר בגרף המתאים מבין הגרפים III-I.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(-x)$ בעבור $0 < m < 1$.



בהצלחה!



משרד החינוך

פתרונות לבחינות בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני, מס' 035582, קיץ תשע"ט

יש לענות על שתיים מן השאלות 1-3.

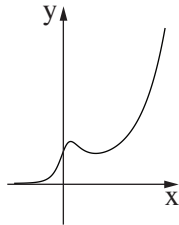
יש לענות על אחת מן השאלות 4-5.

מספר השאלה	התשובה הנכונה	מספר השאלה	התשובה הנכונה
1.	א. $x^2 + y^2 = 4$ מעגל ב. $\left(\frac{t+1}{4t}\right)^2 x^2 + \left(\frac{t+1}{4}\right)^2 y^2 = 1$ אליפסה ג. 1 ד. לא	4.	א. $\left(0, \ln\left(\frac{1}{2}\right)\right)$ ב. $y = 0$ $x \rightarrow \infty$ ג. $y = 0$ $x \rightarrow \infty$ ד. $y = 0$ $x \rightarrow \infty$
2.	א. 90° ב. הוכחה ג. $\frac{2}{3}$ ד. הוכחה	ב.	א. $\left(0, \ln\left(\frac{1}{2}\right)\right)$ ב. $y = 0$ $x \rightarrow \infty$ ג. $y = 0$ $x \rightarrow \infty$ ד. $y = 0$ $x \rightarrow \infty$
3.	א. הוכחה ב. הוכחה ג. הוכחה ד. הוכחה	ג.	א. $\left(0, \ln\left(\frac{1}{2}\right)\right)$ ב. $y = 0$ $x \rightarrow \infty$ ג. $y = 0$ $x \rightarrow \infty$ ד. $y = 0$ $x \rightarrow \infty$
	א. הוכחה ב. הוכחה ג. הוכחה ד. הוכחה	ד.	א. $\left(0, \ln\left(\frac{1}{2}\right)\right)$ ב. $y = 0$ $x \rightarrow \infty$ ג. $y = 0$ $x \rightarrow \infty$ ד. $y = 0$ $x \rightarrow \infty$
	א. הוכחה ב. הוכחה ג. הוכחה ד. הוכחה	הראות	א. $\left(0, \ln\left(\frac{1}{2}\right)\right)$ ב. $y = 0$ $x \rightarrow \infty$ ג. $y = 0$ $x \rightarrow \infty$ ד. $y = 0$ $x \rightarrow \infty$



משרד החינוך

הצעה לפתרון בחינות בגרות מתמטיקה, קיץ תשע"ט

מספר השאלה	התשובה הנכונה
5.	
א. (1)	כל x
(2)	תחום החיוביות: כל x אין תחומי שליליות
(3)	$(0, 1)$
ב. (1)	(i) $m > 1$
(ii)	$m = 1$, $m = 0$
(iii)	$0 < m < 1$
(2)	(I) $0 < m < 1$
(II)	$m > 1$
(III)	$m = 0$
ג.	

דוגמאות לשאלות דמויות בגרות שאלון 035582

פעילות לתלמידים
לכיתה י"ב – 5 יח"ל



משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית
אגף מדעים



אוניברסיטת חיפה
הפקולטה לחינוך



מינהלת מל"מ
המרכז הישראלי לחינוך מדעי
טכנולוגי ע"ש עמוס דה שליט

מרכז ארצי למורים למתמטיקה בחינוך העל יסודי

المركز القطري لعلمي الرياضيات في المرحلتين الاعدادية والثانوية



אוסף שאלות לתרגול שאלון 582, י"ב 5 יחידות

1. גיאומטריה אנליטית

- נתון המקום הגיאומטרי של הנקודות המקיימות את המשוואה: $x(6-x) = y(y+8)$.
- א. אפיין את המקום הגיאומטרי הנתון. (קבע את סוגו: ישר, מעגל, אליפסה, פרבולה).
- ב. מזיזים את המקום הגיאומטרי הנתון בסעיף א' שלוש (3) יחידות שמאלה וארבע (4) יחידות מעלה. לאחר מכן: בכל נקודה על המקום הגיאומטרי: מגדילים את שיעור ה- x פי $\frac{4}{3}$. הראה שהמקום הגיאומטרי שמתקבל באופן זה הוא אליפסה ומצא את משוואתו.
- ג. הנקודה D נמצאת על האליפסה שאת משוואתה מצאת בסעיף ב. הנקודות F ו- G הם מוקדי האליפסה. מהו היקפו של המשולש DFG ? מהו שטחו המקסימלי? הסבר תשובתך. בטא תשובתך באמצעות שרשים, או דייק עד לשתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.
- ד. האליפסה שאת משוואתה מצאת בסעיף ב זהה למקום הגיאומטרי של המספרים המרוכבים z המקיימים את הקשר הבא: $|z-n| + |z-m| = \frac{40}{3}$, (m, n) מספרים ממשיים. מהם הערכים של n ו- m ?

2. גיאומטריה אנליטית

- א. מצא משוואת פרבולה $y^2 = 2px$, p הוא פרמטר חיובי, אשר המוקד שלה נמצא על האליפסה $x^2 + 4y^2 = 36$. פרט שיקולך.
- ב. הנקודה P נמצאת על הפרבולה שאת משוואתה מצאת בסעיף א'. OP הוא מיתר בפרבולה. (O ראשית הצירים). הנקודה Q נמצאת על המיתר OP כך ש-: $\frac{PQ}{QO} = \frac{1}{m}$, $m > 1$. הראה שהמקום הגיאומטרי של הנקודות Q המתקבלות באופן זה הוא פרבולה והבע את משוואתה באמצעות m .
- ג. ידוע כי המרחק בין המוקד הימני של האליפסה לבין המוקד של הפרבולה החדשה הוא: $4.5 - 3\sqrt{3}$. מצא את ערכו של m אם ידוע $1 < m < 6$.

3. מספרים מרוכבים

z_1, z_2 ו- z_3 הם שלושה מספרים מרוכבים שונים הנמצאים על ישר אחד שעובר דרך ראשית הצירים.

z_1 ו- z_2 נמצאים ברביע הראשון, ו- z_3 נמצא ברביע השלישי.

$$\text{נסמן: } z_1 = r_1(\cos \alpha + i \sin \alpha), |z_2| = r_2, |z_3| = r_3$$

א. הבע את המנה $\frac{z_1 - z_3}{z_2 - z_3}$ באמצעות r_1, r_2, r_3 (הערכים המוחלטים של z_1, z_2 ו- z_3).

ב. z_1 ו- z_3 הם שניים מהמספרים מסעיף א. לפניכם שלוש משוואות:

$$(1) \quad (z_1)^7 = (z_3)^7 = -128$$

$$(2) \quad (z_1)^4 = (z_3)^4 = 64$$

$$(3) \quad (z_1)^8 = (z_3)^8 = -8 - 8i\sqrt{3}$$

רק אחת מהמשוואות יכולה להתאים לתכונות של z_1 ו- z_3 . איזוהי המשוואה המתאימה? נמקן.

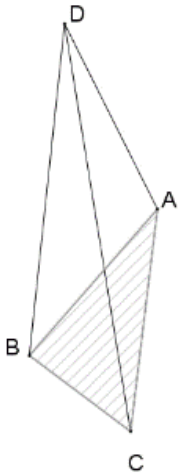
4. מספרים מרוכבים בשילוב טריגונומטריה במרחב

$$. a_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i , a_1 = i \text{ בסדרה הנדסית נתון:}$$

- א. (1) מצא את מכפלת 15 האיברים הראשונים בסדרה.
(2) מצא את הערך של n המספר הטבעי הקטן ביותר ($n \neq 1$) שעבורו: $a_n = a_1$.
- ב. המשולש ABC הוא בסיסה של פירמידה משולשת $ABCD$ ישרה שגובהה 2. קדקודי הבסיס C, B, A מיוצגים על ידי המספרים a_2, a_1, a_3 בהתאמה.

מצא את:

- (1) נפח הפירמידה,
(2) הזווית בין מקצוע צדדי לבסיס ABC ,
(3) הזווית בין הפאה הצדדית ADC לבין פאת הבסיס ABC ?



5. ווקטורים

נתונים הישר: $l_1 : \underline{x} = (5, 8, -12) + t(1, 2, -3)$ והמישור: $\pi_1 : 2x + 3y + 4z - 12 = 0$

הנקודות B ו- C הן נקודות החיתוך של המישור π_1 עם ציר ה- y וציר ה- z בהתאמה.

הישר: l_2 עובר דרך B ו- C .

א. מצא את l_2 .

ב. מצא את המצב ההדדי בין l_1 ו- l_2 .

ג. המישור π_2 עובר דרך הנקודה $A(1, 0, 0)$ ודרך הישר l_2 (הישר נמצא על המישור). מצא את

משוואת המישור: π_2 .

ד. האם נכונה הטענה הבאה: הישר: $l_3 : \underline{x} = (12, 3, 4) + t(12, 3, 4)$ מאונך ל- π_2 ועובר בראשית

הצירים. נמק קביעתך.

6. ווקטורים

נתונה **פירמידה ישרה** $SABC$ שבסיסה ABC הוא משולש שווה צלעות.

נסמן: $\vec{SA} = \underline{u}$, $\vec{SB} = \underline{v}$, $\vec{SC} = \underline{w}$.

N היא נקודה בתוך הפירמידה כך ש- $\vec{SN} = \frac{1}{4}\underline{u} + \frac{1}{4}\underline{v} + \frac{1}{4}\underline{w}$.

M היא נקודה במישור ABC כך ש- $SM \perp ABC$.

א. הוכח כי הנקודות S, M, N נמצאות על ישר אחד.

ב. (1) הוכח כי: $\underline{u} \cdot \underline{v} = \underline{u} \cdot \underline{w} = \underline{v} \cdot \underline{w}$.

(2) הוכח: $\vec{SC} \perp \vec{AB}$, $\vec{SA} \perp \vec{BC}$.

ג. נתון גם:

$$\underline{u} = (-4\sqrt{3}, 4, -8), \underline{v} = (0, -8, -8), \underline{w} = (4\sqrt{3}, 4, -8)$$
$$C(4\sqrt{3}, 4, 0)$$

מצא

את הנקודות: S, A, B, M .

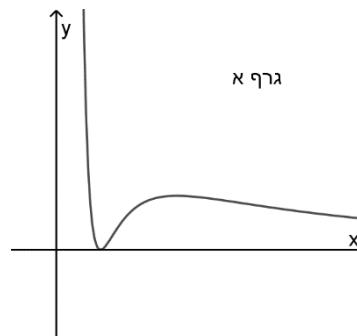
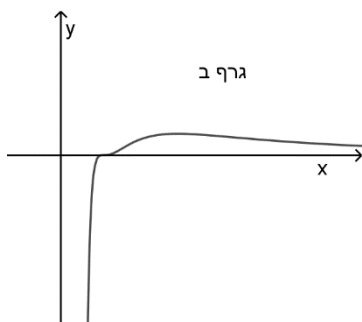
חשב את נפח הפירמידה $SABC$.

ד. מצא את משוואת המישור ABS .

7. אנליזה

נתונה משפחת הפונקציות: $f(x) = \frac{(\ln(x))^n}{x}$, n מספר טבעי גדול מ-1.

- א. רשום את תחום ההגדרה של הפונקציות במשפחה, את נקודת החיתוך שלהן עם ציר ה- x ואת האסימפטוטה האנכית שלהן.
- ב. עבור אילו ערכים של n יש לפונקציות במשפחה שתי נקודות קיצון ועבור אילו ערכים יש נקודת קיצון אחת בלבד? נמק קביעתך.
- ג. לפניך שני גרפים ששייכים לפונקציות מהמשפחה. קבע עבור כל אחד מהם האם הוא מתאים ל- n זוגי או אי-זוגי. נמק קביעתך.



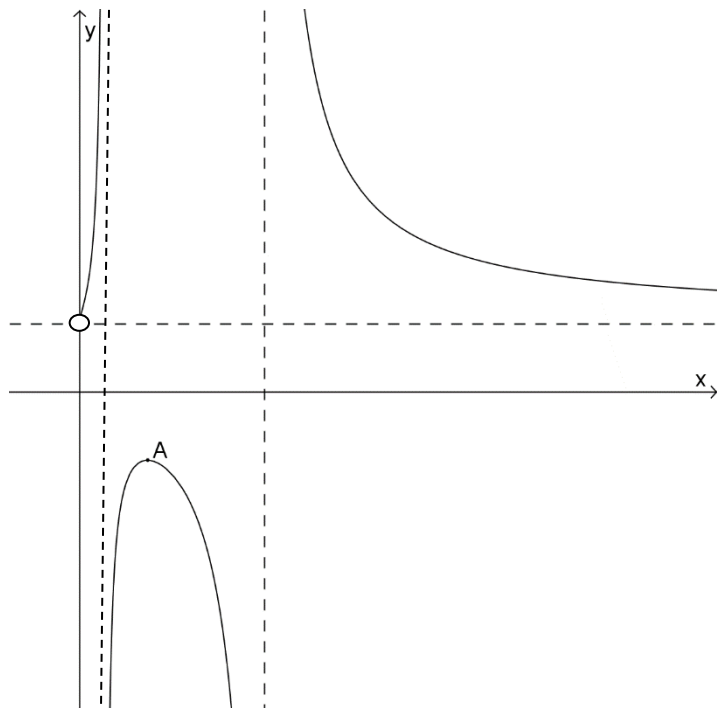
ד. נתונות הפונקציות: $l(x) = \frac{(\ln(\frac{1}{x}))^3}{x}$, $k(x) = \frac{(\ln(\frac{1}{x}))^2}{x}$.

היעזר בגרפים של סעיף ג' ושרטט גרפים עבור $k(x)$ ו- $l(x)$.

ה. חשב את גודל השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות:

$$h(x) = \frac{(\ln(x-1))^3}{(x-1)} - 1 \quad g(x) = \frac{(\ln(x-1))^2}{(x-1)}$$

8. אנליזה



א. בציור שלפניך מתואר גרף

$$f(x) = \frac{\ln^2 x + a^2}{\ln^2 x - a^2}$$

הפונקציה

a הוא פרמטר חיובי.

מצא את:

(1) המשוואות של האסימפטוטות

המקבילות לצירים. בטא

באמצעות a במידת הצורך.

(2) שיעורי הנקודה A , שהיא

נקודת המקסימום של

הפונקציה.

ב. העתק למחברתך את הגרף של

$f(x)$ והוסף לשרטוט גם את

$$g(x) = \frac{\ln^2 x - a^2}{\ln^2 x + a^2}$$

הגרפים של:

$$(g(x))^2 = \left(\frac{\ln^2 x - a^2}{\ln^2 x + a^2} \right)^2$$

ושל:

שים לב: אין צורך בחקירה מלאה, אלא בנימוק מושכל שמסביר את השרטוט.

הקפד לציין את מיקומן של נקודות הקיצון, נקודות החיתוך עם הצירים ואת

האסימפטוטות המקבילות לצירים של כל אחת מהפונקציות.

ג. מצא את ערכו של a , אם נתון ששטחו של המלבן שיוצרות האסימפטוטות המקבילות

לצירים של $f(x)$ עם ציר x הוא: e יחידות שטח (בטא תשובתך באמצעות \ln או דייק

בתשובתך עד לשתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית).

9. אנליזה

נתונה הפונקציות: $f(x) = e^x \cdot \sqrt[3]{x^2}$, $g(x) = e^x \cdot \sqrt[3]{x}$.

א. עבור כל אחת מהפונקציות:

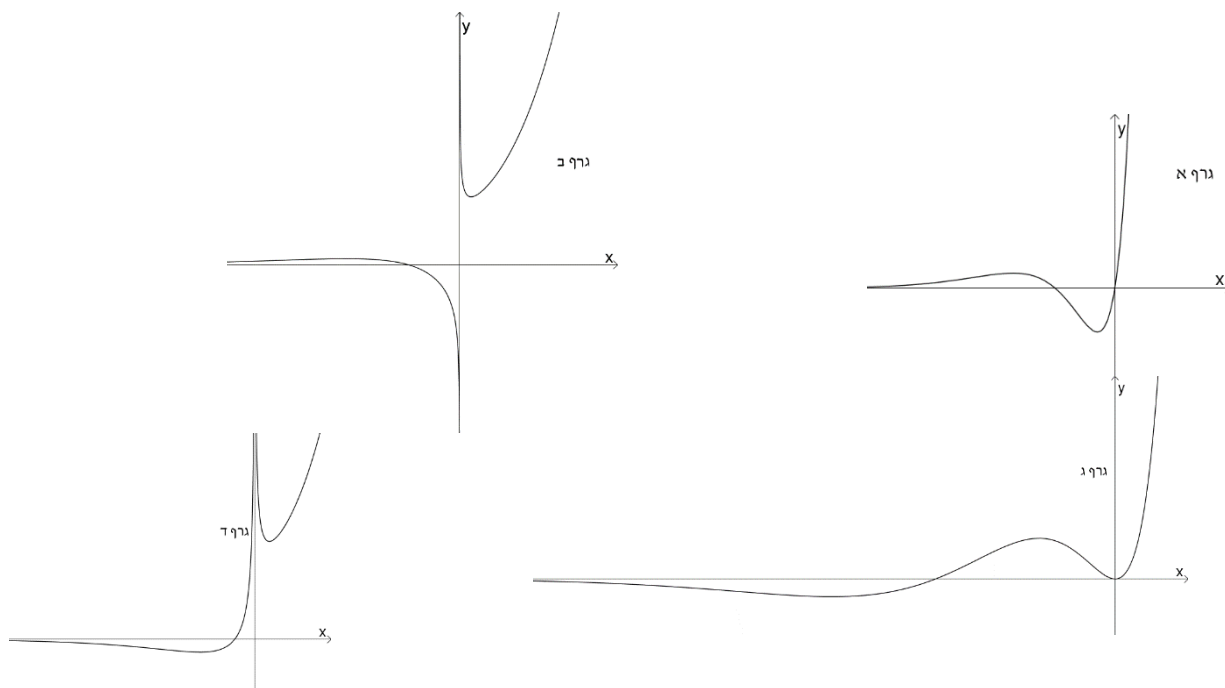
(1) רשום את תחום ההגדרה,

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה ואת נקודות הקיצון.

(3) שרטט סקיצה מתאימה.

ב. לפניך ארבעה גרפים. בחר ביניהם את הגרף המתאים ל- $f'(x)$ ואת הגרף המתאים ל-

$g'(x)$. נמק בחירתך היטב.



ג. היעזר בגרפים שבחרת ובחקירה שביצעת וקבע

מהן האסימפטוטות האפקיות לגרף הפונקציה: $h(x) = \frac{1}{e^{f(x)}}$

10. גדילה ודעיכה בשילוב אנליזה

בשני כלים שונים יש תרבויות חיידקים. בכלי א' מתרבים החיידקים באופן בו היחס בין מספר החיידקים ברגע מסוים גדול פי a ממספרם שעה שלמה קודם לכן. בכלי ב' מתרבים החיידקים לפי הקשר הבא: $g(x) = g(0) \cdot b^x$, x מייצג את הזמן בשעות. במדידה ראשונה ביום מסוים העריכו את מספר החיידקים בתרבות בכלי א' כ- K ואת מספר החיידקים בכלי ב' כ- $5K$.

במדידה שנייה באותו היום, שנערכה לאחר 3 שעות, היו בכלי א' L חיידקים ובתרבות בכלי ב' $\frac{5}{8}L$ חיידקים.

א. חשב כמה שעות מאז המדידה הראשונה היה מספר זהה של חיידקים בשתי התרבויות.

ב. בטא באמצעות K ו- b את:

(1) הפונקציה $f(x)$ המתארת את מספר החיידקים בכלי א', ו-

(2) את הפונקציה $g(x)$ המתארת את מספר החיידקים בכלי ב', לפי הזמן x שנמדד מרגע המדידה הראשונה.

ג. שרטט במערכת צירים את הפונקציה: $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ עבור $x > 0$. חשב את השטח המוגבל

בין גרף הפונקציה, בין ציר ה- x ובין הישרים: $x = 1$, ו- $x = 3$.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים – $33\frac{1}{3} \times 2$ – $66\frac{2}{3}$ נקודות
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $33\frac{1}{3} \times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

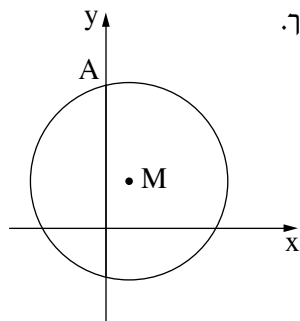
השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. מעגל שמרכזו M חותך את החלק החיובי של ציר ה- y בנקודה A, כמתואר בציור שלפניך.

ממרכז המעגל העבירו אנך לציר ה- y , החותך את הציר בנקודה E.

נתון כי $AE = 6$.

נתון גם כי מרחק הנקודה M מראשית הצירים הוא מחצית מן האורך

של רדיוס המעגל.

א. הוכח כי המקום הגאומטרי של כל הנקודות M המקיימות את נתוני השאלה

נמצא על אליפסה, ומצא את משוואתה.

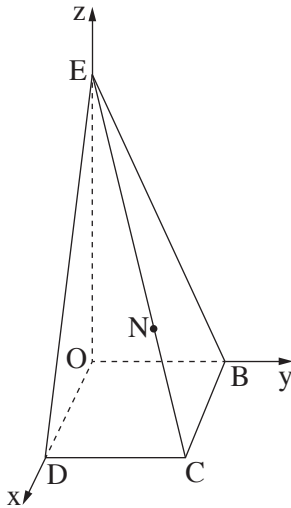
נסמן ב- F_1 וב- F_2 את מוקדי האליפסה שאת משוואתה מצאת בסעיף א.

הנקודות D_1 ו- D_2 הן נקודות על האליפסה.

שיעור ה- y של D_1 חיובי ושיעור ה- y של D_2 שלילי.

ב. (1) מצא את השטח הגדול ביותר האפשרי עבור המרובע $F_1D_1F_2D_2$. נמק.

(2) האם קיים מרובע $F_1D_1F_2D_2$ בעל היקף גדול ביותר? נמק.



2. נתונה פירמידה OBCDE שבסיסה OBCD הוא ריבוע.

המקצוע OE מאונך למישור הבסיס.

נתון: $OE = 12$, $OD = 4$.

מיקמו את הפירמידה במערכת צירים כך שהנקודה O היא ראשית הצירים והנקודות E, B, D נמצאות על הצירים x, y, z בהתאמה (כמתואר בציור).

א. מצא את ההצגה הפרמטרית של הישר EC.

הנקודה N נמצאת על המקצוע EC. מן הנקודה N מורידים אנך

לבסיס הפירמידה החותך אותו בנקודה F. מרחק הנקודה F מציר ה-y הוא 3.

ב. מצא את שיעורי הנקודה N.

ג. מצא את גודל הזווית שבין המישור BCN ובין בסיס הפירמידה OBCD.

K היא נקודה על המקצוע EC כך ש-KOBCD היא פירמידה ישרה (OBCD בסיס הפירמידה).

ד. מצא את ההצגה הפרמטרית של הישר שעליו מונח הגובה לבסיס מן הנקודה K.

3. א. מצא את כל הפתרונות של המשוואה $z^3 = \bar{z}$, $z \neq 0$. הוא מספר מרוכב.

ב. (1) מצא את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות במישור גאוס המקיימות $z^2 \cdot (\bar{z})^2 = 1$.

(2) הראה כי כל הפתרונות של המשוואה בסעיף א נמצאים על המקום הגאומטרי שמצאת

בתת-סעיף ב(1).

ג. (1) את הנקודות שמתאימות לפתרונות המשוואה שמצאת בסעיף א מסובבים בזווית 45°

(נגד כיוון השעון). נתון שכל אחת מן הנקודות המתקבלות לאחר הסיבוב מתאימה למספר המקיים

את המשוואה $z^4 = a$.

מצא את a.

(2) את הנקודות שמתאימות לפתרונות המשוואה שמצאת בסעיף א מסובבים בזווית α (נגד

כיוון השעון).

הוכח שסכום המספרים המתאימים לנקודות המתקבלות לאחר הסיבוב שווה ל-0.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{e^{ax} - e^x}{e^{ax} - 3e^x + 2}$, a הוא פרמטר.

לפונקציה יש אסימפטוטה אנכית $x = \ln 2$.

א. מצא את a .

הצב את הערך של a שמצאת, וענה על הסעיפים ב-ה.

ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$ והראה כי עבור כל $x \neq 0$ בתחום מתקיים: $f(x) = \frac{e^x}{e^x - 2}$.

ג. (1) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

הגדירים פונקציה $h(x) = \left| \frac{e^x}{e^x - 2} - \frac{1}{2} \right|$.

ד. (1) רשום את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $h(x)$.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $h(x)$.

(3) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $h(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = \ln 8$

והישר $x = \ln 16$.

נתון: הפונקציה $h(x)$ סימטרית ביחס לישר $x = \ln 2$.

הנקודות A ו- B נמצאות על גרף הפונקציה $h(x)$, והן סימטריות ביחס לישר $x = \ln 2$.

שיעור ה- x של הנקודה A הוא $\ln 8$.

ה. מצא את שיעורי הנקודה B .

5. $f(x)$ היא פונקציה גזירה לכל x בתחום ההגדרה שלה.
- א. הראה שלפונקציה $f(x)$ ולפונקציה $e^{f(x)}$ יש נקודות קיצון באותם שיעורי x , ונקודות הקיצון האלה הן מאותו סוג (מינימום או מקסימום).
- נתון כי $f(x) = x \ln(x^n)$. n הוא פרמטר טבעי.
- ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$. התייחס לערכים שונים של n .
- ג. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x . התייחס לערכים שונים של n .
- נתון: גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בשתי נקודות.
- ד. (1) הראה כי הפונקציה $f(x)$ היא אי-זוגית.
 (2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן (אם צריך – הבע באמצעות n).
 (3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ עבור $n = 2$.
- ה. היעזר בתשובתך על סעיף א, מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $e^{x \ln(x^n)}$ (n טבעי), וקבע את סוגן (אם צריך – הבע באמצעות n).

בהצלחה!

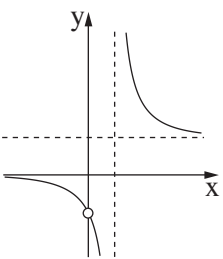
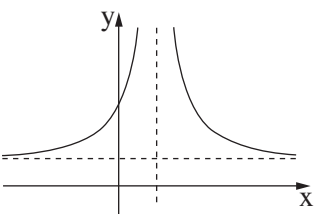


משרד החינוך

פתרונות לבחינות בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד — שאלון שני, מס' 035582, חורף תשע"ט

יש לענות על שתיים מן השאלות 1-3.

יש לענות על אחת מן השאלות 4-5.

התשובה הנכונה	מספר השאלה
$a = 2$ $x \neq 0$ $x \neq \ln 2$ ולהראות $x = \ln 2$	4. א. ב. ג. (1)
$x \rightarrow +\infty$, כאשר $y = 1$ $x \rightarrow -\infty$, כאשר $y = 0$ יורדת: $x \neq 0$, $x < \ln 2$, $x > \ln 2$	ג. (1)
	ג. (3)
$x = \ln 2$ $y = \frac{1}{2}$	ד. (1)
	ג. (2)
$S = \ln \frac{7}{3\sqrt{2}} \approx 0.5$	ג. (3)
$B\left(-\ln 2, \frac{5}{6}\right)$ או $B\left(\ln \frac{1}{2}, \frac{5}{6}\right)$	ה.

התשובה הנכונה	מספר השאלה
$\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{9} = 1$ $6\sqrt{3}$ לא	1. א. ב. (1) ג. (2)
$\underline{x} = (0, 0, 12) + t(1, 1, -3)$ $N(3, 3, 3)$ 71.57°	2. א. ב. ג. ד.
$\underline{x} = (2, 2, 0) + s(0, 0, 1)$	3. א.
$z_1 = 1$, $z_2 = i$ $z_3 = -1$, $z_4 = -i$	א.
$x^2 + y^2 = 1$ להראות	ב. (1) ג. (2)
$a = -1$ הוכחה	ג. (1) ד. (2)



משרד החינוך

הצעה לפתרון בחינות בגרות מתמטיקה, חורף תשע"ט

מספר השאלה	התשובה הנכונה
5.	
א.	להראות
ב.	$x \neq 0$ בעבור n זוגי
	$x > 0$ בעבור n אי-זוגי
ג.	$(-1, 0)$ בעבור n זוגי
	$(1, 0)$ בעבור n אי-זוגי
ד. (1)	להראות
(2)	מינימום $(\frac{1}{e}, -\frac{n}{e})$
	מקסימום $(-\frac{1}{e}, \frac{n}{e})$
(3)	
ה.	מינימום $(\frac{1}{e}, e^{-\frac{n}{e}})$
	מקסימום $(-\frac{1}{e}, e^{\frac{n}{e}})$

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים – $2 \times 33\frac{1}{3}$ – $66\frac{2}{3}$ נקודות
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $1 \times 33\frac{1}{3}$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה.
שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($\frac{2}{3}$ נקודות) 66

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונה הפרבולה הקנונית $y^2 = 2px$. $p > 0$ הוא פרמטר.

הנקודות $A(x_1, y_1)$ ו- $B(x_2, y_2)$ נמצאות על הפרבולה.

נתון: שיפוע הישר AB הוא $\frac{4}{3}$,

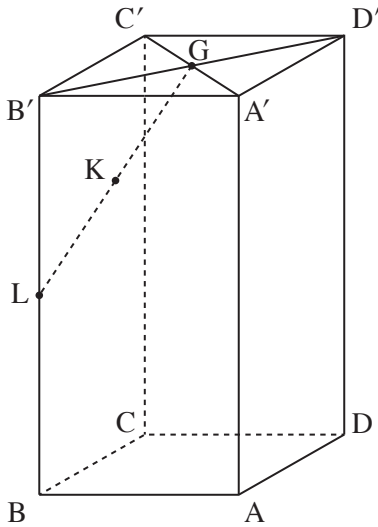
שיעור ה- y של אמצע הקטע AB הוא 9 .

א. מצא את משוואת הפרבולה.

נתון: המשיקים לפרבולה דרך הנקודות A ו- B מאונכים זה לזה.

ב. מצא את שיעורי הנקודות A ו- B (הנקודה A נמצאת ברביע הראשון).

ג. מצא עוד זוג נקודות על הפרבולה שהמשיקים דרכן לפרבולה מאונכים זה לזה.



2. בתיבה $ABCD A' B' C' D'$ הנקודה L היא אמצע המקצוע BB' ,

והנקודה G היא מפגש האלכסונים של הפאה $A' B' C' D'$.

הנקודה K היא אמצע הקטע LG (ראה ציור).

נסמן: $\vec{AA'} = \underline{w}$, $\vec{AB} = \underline{v}$, $\vec{AD} = \underline{u}$.

א. הבע באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} את \vec{DK} .

ב. הוכח שהנקודה K נמצאת על האלכסון DB' ,

ומצא את היחס $\frac{DK}{DB'}$.

ההמשך של הקטע AK חותך את המישור $BCC'B'$ בנקודה F .

נתון: $\vec{AF} = s \cdot \underline{u} + \underline{v} + t \cdot \underline{w}$.

ג. (1) מצא את s ואת t , והראה כי הנקודה F נמצאת

על המקצוע $B'C'$.

(2) מצא את היחס $\frac{B'F}{B'C'}$.

3. z_A , z_B ו- z_C הם שלושה מספרים מרוכבים שונים זה מזה המייצגים

את הנקודות A , B ו- C במישור גאוס, בהתאמה.

נתון: $|z_A| = |z_B| = |z_C| = \sqrt{65}$,

הנקודה A נמצאת ברביע הראשון,

ו- z_A ו- z_C מקיימים את המשוואה: $(8 - i)z = (8 + i)\bar{z}$.

א. (1) מצא את z_A ואת z_C .

(2) הסבר מדוע $\angle ABC = 90^\circ$.

נתון: $AB = BC$.

ב. מצא את z_B (מצא את שתי האפשרויות).

נתון: הנקודה B נמצאת ברביע השני.

ג. a_n היא סדרה הנדסית שבה $a_1 = z_A$ ו- $a_2 = z_B$.

נתון: m הוא מספר טבעי כך שסכום m האיברים הראשונים של הסדרה a_n הוא 0 .

הסבר מדוע m מתחלק ב-4 ללא שארית.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x - x}$.

נסמן: $g(x) = e^x - x$.

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$?

(2) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, והסבר מדוע לכל x מתקיים: $e^x - x \geq 1$.

ב. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$? נמק.

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(4) הראה כי $f'(x) = \frac{2e^x - xe^x - 1}{(e^x - x)^2}$.

ידוע כי הביטוי $2e^x - xe^x - 1$ מוגדר לכל x וחיובי בתחום $-1 \leq x \leq 1$.

ג. (1) חשב את $f(-1)$ ואת $f(1)$, וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $-1 \leq x \leq 1$.

(2) הסתמך על הסעיפים הקודמים והסבר מדוע לפונקציה $f(x)$ יש לפחות שתי נקודות קיצון בתחום ההגדרה שלה כולו.

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי ציר ה- x , על ידי הישר $x = -1$ ועל ידי גרף הפונקציה $f(x)$

בתחום $-1 \leq x \leq 0$.

5. נתונה הפונקציה: $f(x) = \ln(e^{2x} + b)$. $b > 0$ הוא פרמטר.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

נתונה הפונקציה: $g(x) = \ln(e^x + be^{-x})$.

ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

ג. (1) הוכח: $f(x) - g(x) = x$.

(2) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ (אם צריך, הבע באמצעות b).

נתון כי נקודת המינימום של הפונקציה $g(x)$ נמצאת על האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$.

ד. מצא את ערך הפרמטר b .

ה. הצב $b = 4$ וסרטט במערכת צירים אחת סקיצה של הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

בהצלחה!



משרד החינוך

פתרונות לבחינות בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני, מס' 035582, קיץ תשע"ח, מועד ב

יש לענות על שתיים מן השאלות 1-3.

יש לענות על אחת מן השאלות 4-5.

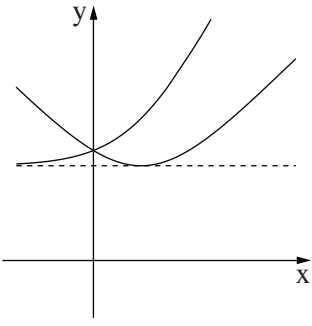
מספר השאלה	התשובה הנכונה
4.	התשובה הנכונה
א. (1)	כל x
ב. (2)	$(0, 1)$ והסבר
ג. (1)	כל x
ד. (2)	$y = 1, y = 0$
א. (3)	$(0, 0)$
ב. (4)	גזירה
ג. (1)	$f(-1) = \frac{1-e}{1+e} \approx -0.46$ $f(1) = 1$
	הסבר
ד. (2)	$\ln\left(1 + \frac{1}{e}\right)$

מספר השאלה	התשובה הנכונה
1.	התשובה הנכונה
א.	$y^2 = 24x$
ב.	$B(1.5, -6), A(24, 24)$
ג.	למצוא
2.	התשובה הנכונה
א.	$\vec{DK} = -\frac{3}{4} \cdot \vec{u} + \frac{3}{4} \cdot \vec{v} + \frac{3}{4} \cdot \vec{w}$
ב.	הוכחה, 3:4
ג. (1)	$t = 1, s = \frac{1}{3}$ ולהראות
ד. (2)	1:3
3.	התשובה הנכונה
א. (1)	$z_C = -8 - i, z_A = 8 + i$
ב. (2)	או $z_A \approx \sqrt{65} \text{cis } 7.13^\circ$ $z_C \approx \sqrt{65} \text{cis } 187.13^\circ$
ג. (2)	הסבר
ד. (2)	$z_B = -1 + 8i \approx \sqrt{65} \text{cis } 97.13^\circ$ $z_B = 1 - 8i \approx \sqrt{65} \text{cis } (-82.87^\circ)$
ה. (2)	הסבר



משרד החינוך

הצעה לפתרון בחינות בגרות מתמטיקה, קיץ תשע"ח, מועד ב

מספר השאלה	התשובה הנכונה
5.	
א. (1)	כל x
(2)	$f(x)$ עולה לכל x .
ב.	כל x
ג. (1)	הוכחה
(2)	$(0, \ln(b+1))$
ד.	4
ה.	

סוג הבחינה: בגרות

מועד הבחינה: קיץ תשע"ח, 2018

מספר השאלון: 035582

נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים – $33\frac{1}{3} \times 2$ – $66\frac{2}{3}$ נקודות
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $33\frac{1}{3} \times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה.
שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($\frac{2}{3}$ 66 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — $\frac{1}{3}$ 33 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונות הנקודות $A(-3a, 0)$ ו- $B(3, 0)$. $a > 0$ הוא פרמטר.

א. הבע באמצעות a את המקום הגאומטרי של כל הנקודות P המקיימות $\frac{PA}{PB} = 1$.

ב. הראה שהמקום הגאומטרי של כל הנקודות Q המקיימות $\frac{QA}{QB} = 2$ הוא מעגל, והבע באמצעות a את שיעורי מרכז המעגל הזה ואת הרדיוס שלו.

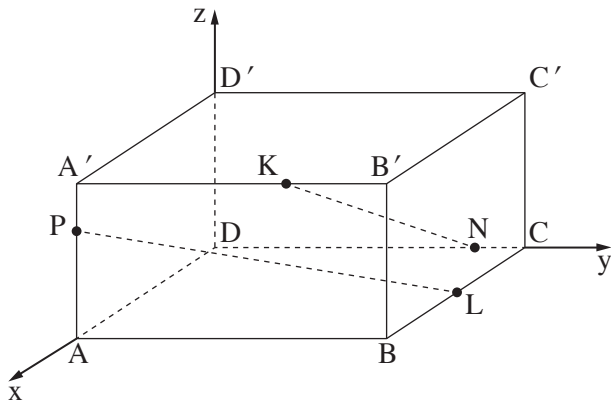
ג. נתבונן באוסף כל המעגלים אשר משיקים למקום הגאומטרי שמצאת בסעיף א ועוברים דרך מרכז המעגל שמצאת בסעיף ב.

נתון כי מרכזי המעגלים האלה מהווים מקום גאומטרי העובר דרך ראשית הצירים.

(1) זהה את המקום הגאומטרי הזה.

(2) מצא את a , וכתוב את משוואתו של המקום הגאומטרי הזה.

2. בציר שלפניך נתונה התיבה $ABCD A' B' C' D'$. המקצועות DA , DC ו- DD' מונחים על הצירים x , y ו- z בהתאמה, כמתואר בציר.



נתון: $AA' = 3$, $DA = 4$.

נסמן: $AB = a$, $a > 0$ הוא פרמטר.

הנקודות K ו- L, N, P נמצאות על

מקצועות התיבה AA' , BC , DC ו- $A'B'$ בהתאמה,

כך שמתקיים: $AP = 2PA'$,

$N(0, 5, 0)$,

L היא אמצע המקצוע BC ,

$$\vec{A'K} = \frac{4}{5} \vec{DN}$$

א. מצא את משוואת המישור PNK .

ב. (1) מצא הצגה פרמטרית של הישר NK ושל הישר PL . אם צריך, הבע באמצעות a .

(2) הסבר מדוע הישרים NK ו- PL הם ישרים מצטלבים.

ג. (1) עבור איזה ערך של a $\sphericalangle PC'C = 82.1^\circ$? בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

(2) האם קיים a שעבורו $\sphericalangle PC'C = 90^\circ$? נמק.

3. z_1 ו- z_2 הם שני מספרים מרוכבים המקיימים: $|z_1| = |z_2| = r$, $\arg z_1 + \arg z_2 = 90^\circ$.

א. הוכח כי תוצאת המכפלה $z_1 \cdot z_2$ היא מספר מדומה טהור, והבע אותו באמצעות r .

הנקודות A , B ו- C במישור גאוס מייצגות בהתאמה את המספרים המרוכבים z_1 , z_2 ו- z_3 .

נתון: הנקודות A , B ו- C אינן נמצאות על ישר אחד, והנקודה C נמצאת על הישר $y = x$.

ב. הסבר מדוע המשולש ABC הוא משולש שווה שוקיים.

הנקודה D במישור גאוס מתאימה למספר המרוכב $z_3 \cdot (z_1 \cdot z_2)^2$.

$$\text{נתון: } z_1 + z_2 = 7 + 7i$$

$$z_1 - z_2 = 1 - i$$

$$(z_3)^2 = 2i$$

ג. (1) מצא את שיעורי הנקודות C ו- D (מצא את שתי האפשרויות).

(2) חשב את שטח המרובע $BDAC$ עבור הנקודה C הנמצאת ברביע הראשון.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה משפחת הפונקציות $f(x) = e^{2mx} - e^{mx}$. $m > 0$ הוא פרמטר.

ענה על סעיף א. אם צריך, הבע באמצעות m .

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(4) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

ב. סרטט במערכת צירים אחת גרפים של הפונקציות $f(x)$ עבור $m = 1$ ועבור $m = 2$ (ידוע ששני הגרפים

חותכים זה את זה בשתי נקודות בדיוק). התאם בין הגרפים שסרטטת ובין ערכי m הנתונים.

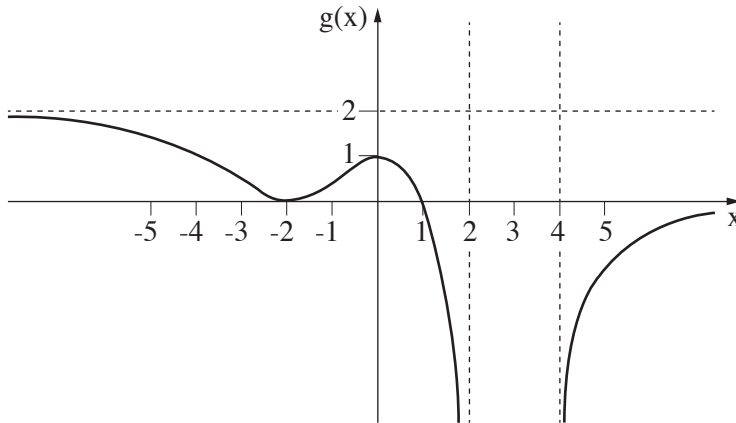
הישר $y = k$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$.

ג. (1) הבע באמצעות m את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- y ועל ידי הישר $y = k$.

עבור כל m , נסמן את השטח המתואר בתת-סעיף ג(1) ב- S_m (S_1 הוא השטח עבור $m = 1$).

(2) הראה שלכל m מתקיים: $S_m = \frac{S_1}{m}$.

5. נתון: $f(x)$ היא פונקציה רציפה וגזירה לכל x . נסמן $g(x) = \ln(f(x))$.
 הפונקציה $g(x)$ מוגדרת לכל $x > 4$ ולכל $x < 2$, ורק שם.
 בתחום $2 \leq x \leq 4$, $f'(x) = 0$ רק עבור $x = 3$.
 בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה $g(x)$.
 הפונקציה $g(x)$ מתאפסת רק בנקודות שבהן $x = 1$ ו- $x = -2$.



- א. מצא את $f(-2)$, $f(0)$ ו- $f(1)$.
 ב. מה הם תחומי החיוביות ותחומי השליליות של הפונקציה $f(x)$? נמק.
 ג. מה הם שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם כל אחד מן הצירים? נמק.
 ד. לפונקציה $f(x)$ יש שתי אסימפטוטות אופקיות. כתוב את משוואותיהן.
 ה. מה הם תחומי העלייה ותחומי הירידה של הפונקציה $f(x)$? נמק.
 ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 ז. הסבר מדוע: $\int_{-2}^1 f(x) dx > 3$.

בהצלחה!



משרד החינוך

פתרונות לבחינות בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני, מס' 035582, קיץ תשע"ח

יש לענות על שתיים מן השאלות 1-3.

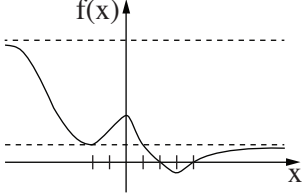
יש לענות על אחת מן השאלות 4-5.

מספר השאלה	התשובה הנכונה	מספר השאלה	התשובה הנכונה
1.	<p>א. $x = \frac{3}{2}(1 - a)$</p> <p>ב. להראות כי המקום הגאומטרי הוא מעגל. מרכז המעגל: $(a + 4, 0)$ רדיוס המעגל: $2(a + 1)$</p> <p>ג. (1) פרבולה (2) $y^2 = 60x, a = 11$</p>	4.	<p>א. (1) כל x</p> <p>(2) $(0, 0)$</p> <p>(3) $y = 0$ (כאשר $x \rightarrow -\infty$)</p> <p>(4) מינימום $\left(\frac{\ln \frac{1}{2}}{m}, -\frac{1}{4}\right)$</p> <p>ב.</p> <p>ג. (1) $-\frac{1}{8m} - \frac{\ln \frac{1}{2}}{4m}$ (2) להראות</p>
2.	<p>א. $13x + 4y - 16z - 20 = 0$</p> <p>ב. (1) NK: $(0, 5, 0) + s(4, -1, 3)$ PL: $(4, 0, 2) + t(-2, a, -2)$</p> <p>(2) הסבר</p> <p>ג. (1) ~ 5.99 (2) לא</p>		
3.	<p>א. הוכחה, $i \cdot r^2$</p> <p>ב. הסבר</p> <p>ג. (1) $D(-625, -625), C(1, 1)$ $D(625, 625), C(-1, -1)$ (2) 626</p>		



משרד החינוך

הצעה לפתרון בחינות בגרות מתמטיקה, קיץ תשע"ח

מספר השאלה	התשובה הנכונה
5.	
א.	$f(1) = 1, f(0) = e, f(-2) = 1$
ב.	תחומי החיוביות: $x < 2, x > 4$
ג.	תחומי השליליות: $2 < x < 4$ עם ציר ה- y : $(0, e)$
ד.	עם ציר ה- x : $(2, 0), (4, 0)$ $y = e^2, y = 1$
ה.	תחומי העלייה: $-2 \leq x \leq 0, x \geq 3$
ו.	תחומי הירידה: $x \leq -2, 0 \leq x \leq 3$
ז.	 הסבר

סוג הבחינה: בגרות

מועד הבחינה: חורף תשע"ח, 2018

מספר השאלון: 317,035807,035582

נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב,
מספרים מרוכבים – $66\frac{2}{3}$ נקודות
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $33\frac{1}{3} \times 2$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות
סה"כ – $33\frac{1}{3}$ נקודות
100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה.
שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.
בהצלחה!

השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
 חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($\frac{2}{3}$ 66 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — $\frac{1}{3}$ 33 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונות הנקודות: $A(0, 0)$, $B(19, 0)$ ו- $D(9, 0)$.

א. מצא את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאות הנקודות C , שעבורן CD הוא חוצה זווית

במשולש ABC .

ב. מהו השטח הגדול ביותר של משולש ABC שנבנה באופן המתואר בסעיף א?

ג. מצא את שיעורי שתי הנקודות C שעבורן הצלע BC במשולש ABC משיקה למקום הגאומטרי שאת

משוואתו מצאת בסעיף א.

תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

2. $ABCA'B'C'$ היא מנסרה משולשת ישרה שכל מקצועותיה שווים זה לזה.

נסמן את אורך המקצוע a .

$ABCK$ היא פירמידה ישרה. DK הוא גובה בפירמידה $ABCK$, כמתואר בציור.

נתון: $DK = t \cdot AA'$,

נפח המנסרה $ABCA'B'C'$ גדול פי 4.5 מנפח הפירמידה $ABCK$.

א. חשב את t .

ב. מצא את הזווית בין המישור ABK למישור ABC .

נתון: נפח הפירמידה $ABCK$ הוא $12\sqrt{3}$.

ג. מצא את a .

נתון: הקודקוד A נמצא בראשית הצירים, הקודקוד A' נמצא על החלק החיובי של ציר ה- z ,

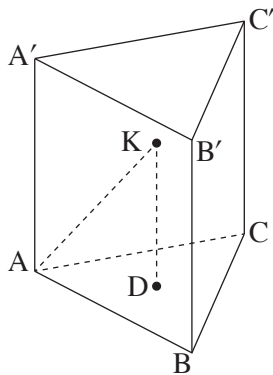
והקודקוד C נמצא על החלק החיובי של ציר ה- y .

שיעורי הקודקוד B הם חיוביים.

ד. (1) מצא את שיעורי הקודקוד B' .

(2) מצא את משוואת המישור $AB'K$.

תוכל להשאיר שורש בתשובותיך.



3. א. פתור את המשוואה $z^2 + (-5 + 2i)z + 7 + i = 0$.

נסמן ב- w את פתרון המשוואה מסעיף א, המייצג את הנקודה שקרובה יותר לראשית הצירים.

a_n היא סדרה חשבונית. w הוא איבר בסדרה וגם 1 הוא איבר בסדרה.

ב. (1) הסבר מדוע כל איברי הסדרה הם מן הצורה: $a_n = 1 + b \cdot i$. b הוא מספר ממשי.

(2) הסבר מדוע כל הנקודות במישור גאוס המייצגות את איברי הסדרה a_n , חוץ מן הנקודה $(1, 0)$,

נמצאות מחוץ למעגל היחידה.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$.

- א.** (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
 (3) מצא את שיעורי נקודות הפיתול של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
 (4) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.
 (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ב.** הסבר מדוע עבור כל מספר ממשי a מתקיים: $\int_a^{a+1} f(x) dx < 1$. תוכל להיעזר בסרטוט.
- ג.** (1) $g(x)$ היא פונקציה המקיימת: $f(x) = g(x) + \frac{1}{2}$. הוכח שהפונקציה $g(x)$ היא פונקציה אי-זוגית.

- (2) הסבר מדוע לכל שני מספרים b ו- c המקיימים $0 < b < c$ מתקיים:

$$\int_{-c}^{-b} f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = c - b$$

בתשובתך תוכל להיעזר בסרטוט מתאים ובשיקולי סימטריה.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{(\ln x)^n}{\sqrt{x}}$. n הוא מספר טבעי.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

סובבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 1$ ו- $x = e^2$.

סביב ציר ה- x . נפח גוף הסיבוב שהתקבל שווה ל- $\frac{32\pi}{2n+1}$.

ב. מצא את n .

הצב בפונקציה $f(x)$ את n שמצאת בסעיף ב וענה על הסעיפים ג-ה.

ג. (1) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

(2) מצא את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המאונכת לציר ה- x .

לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה שמשוואתה היא $y = 0$.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x) = f(x) + m$, $m \neq 0$, הוא פרמטר.

נתון כי קיימת נקודה שבה גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לציר ה- x .

(1) מצא את m .

(2) עבור אילו ערכים של k יש למשוואה $g(x) = k$ פתרון יחיד?

בהצלחה!

יש לענות על שתיים מן השאלות 1-3.

יש לענות על אחת מן השאלות 4-5.

שאלה 1

א. $(x + 81)^2 + y^2 = 8,100$.

ב. 855 יח"ר.

ג. $C(0, -\sqrt{1,539}), C(0, \sqrt{1,539})$.

שאלה 2

א. $t = \frac{2}{3}$

ב. 69.59° .

ג. $a = 6$.

ד. (1) $B'(3\sqrt{3}, 3, 6)$.

(2) $x + \sqrt{3}y - \sqrt{3}z = 0$

שאלה 3

א. $Z_1 = 1 + i, Z_2 = 4 - 3i$.

ב. (1) הסבר.

(2) הסבר.

שאלה 4

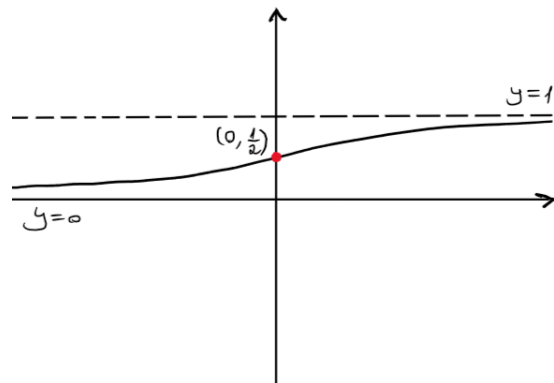
א. (1) כל x.

(2) עלייה: כל x, ירידה: אין.

(3) $(0, \frac{1}{2})$.

(4) $y = 1, y = 0$

(5)



ב. הסבר.

ג. (1) הוכחה.

(2) הסבר.

שאלה 5

א. $x > 0$ (1)

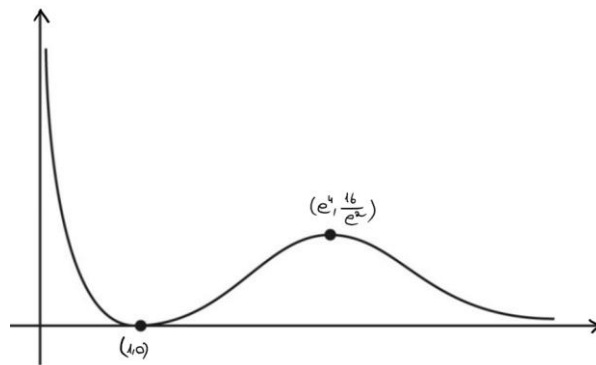
(2) $(1,0)$

ב. $n = 2$

ג. (1) מינימום: $(1,0)$, מקסימום: $(e^4, \frac{16}{e^2})$

(2) $x = 0$

ד.



ה. (1) $m = -\frac{16}{e^2}$

(2) $k > 0$ או $k = -\frac{16}{e^2}$

סוג הבחינה: בגרות
 מועד הבחינה: קיץ תשע"ז, 2017, מועד ב
 מספר השאלון: 035582
 נספח: דפי נוסחאות ל- 5 יחידות לימוד

מתמטיקה

על פי תכנית הרפורמה ללמידה משמעותית שאלון שני מ- 5 יחידות לימוד הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
 פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,
 טריגונומטריה במרחב,
 מספרים מרוכבים
 $66\frac{2}{3}$ נקודות – $33\frac{1}{3} \times 2$
 פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,
 פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
 $33\frac{1}{3}$ נקודות – $33\frac{1}{3} \times 1$
 סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
 (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
 שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
 (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
 (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
 הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
 חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
 (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה.
 שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

המשך מעבר לדף ◀

השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונה הנקודה $A(20, 0)$.

B היא נקודה שנמצאת על ציר ה- y ואינה ראשית הצירים.

דרך הנקודה B מעבירים ישר, l_1 , המקביל לציר ה- x .

דרך ראשית הצירים, O, מעבירים ישר, l_2 , שמאונך לישר AB.

הישרים l_1 ו- l_2 נחתכים בנקודה C.

א. הוכח שהמקום הגאומטרי של הנקודות C הנבנות כמתואר נמצא על פרבולה, ומצא את משוואתה.

ב. D היא נקודה כלשהי הנמצאת על הפרבולה שאת משוואתה מצאת בסעיף א.
הנקודה F היא מוקד הפרבולה.

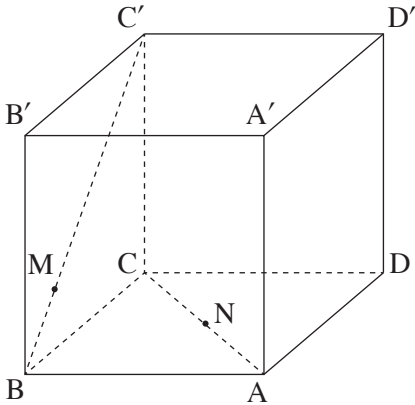
נתון הישר $x = k$. $k < 0$ הוא פרמטר.

דרך הנקודה D העבירו ישר המקביל לציר ה- x וחותך את הישר $x = k$ בנקודה N.
קיים ערך של k שעבורו כל משולש NDF שנבנה כמתואר הוא שווה שוקיים.

(1) מצא את הערך של k. נמק.

(2) נתון: הנקודה D נמצאת ברביע הראשון.

מצא את שיעורי הנקודה D שעבורה המשולש NDF הוא שווה צלעות.



2. נתונה קובייה $ABCD A' B' C' D'$.

נסמן: $\vec{CB} = \underline{u}$, $\vec{CD} = \underline{v}$, $\vec{CC'} = \underline{w}$.

נתון: $\vec{BM} = t \vec{BC'}$, $\vec{AN} = s \vec{AC}$.

א. מצא את היחס $\frac{s}{t}$ שעבורו MN מקביל

למישור $AA'B'B$. ($t \neq 0$).

נתון: $t = \frac{1}{4}$, $s = \frac{1}{2}$.

ב. חשב את הזווית שבין MN ובין המישור $ABCD$.

ג. מהו המצב ההדדי של הישרים AB ו- MN ? נמק.

3. במעגל שמרכזו בראשית הצירים במישור גאוס חסום משולש שווה צלעות ABC .

הקדקוד A מתאים למספר המרוכב $z_1 = a - \sqrt{3} \cdot a \cdot i$ ($a > 0$ הוא פרמטר ממשי).

נתון: הקדקוד B נמצא ברביע הראשון.

א. הבע באמצעות a את המספרים המרוכבים z_2 ו- z_3 המתאימים לקדקודים B ו- C

בהתאמה.

נתון: $z_3 = \frac{z_1^3}{4}$.

ב. מצא את a .

ג. המספר z_1^{6n+5} מתאים לנקודה P במישור גאוס. n הוא מספר שלם.

הנקודה O היא ראשית הצירים. הראה שהנקודה B נמצאת על הקרן OP .

**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות** ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $g(x) = 2x^2 + c$. c הוא פרמטר.
הפונקציה $f(x)$ מוגדרת כך: $f(x) = e^{g(x)}$.
הגרפים של פונקציות הנגזרת, $f'(x)$ ו- $g'(x)$, נחתכים בנקודה ששיעור ה- x שלה הוא 2.
- א. מצא את c .
ב. (1) הוכח ש- $f'(x)$ היא פונקציה אי-זוגית.
(2) מצא את שיעורי כל הנקודות שבהן הגרפים של הפונקציות $f'(x)$ ו- $g'(x)$ חותכים זה את זה.
(3) עבור אילו ערכי x $f'(x) > g'(x)$?
(4) סרטט סקיצה של הגרפים של הפונקציות $f'(x)$ ו- $g'(x)$ באותה מערכת צירים.
- ג. נתון: $N(-2, -8)$, $M(2, 8)$.
 MN הוא אלכסון של מלבן שצלעותיו מקבילות לצירים.
הראה שגרף הפונקציה $f'(x)$ מחלק את המלבן לשני חלקים שווים בשטחם.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = x + m \cdot \ln\left(\frac{1}{x}\right)$. הוא פרמטר. m

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

נתון שלפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון.

ב. (1) מצא את תחום הערכים של m .

(2) הבע את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ באמצעות m , וקבע את סוגה.

ג. הנקודה P נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ושיעוריה אינם תלויים ב- m .

(1) מצא את שיעורי הנקודה P .

(2) מצא את הערך של m שעבורו הנקודה P היא נקודת מינימום של הפונקציה $f(x)$.

הצב את m שמצאת בתת-סעיף ג(2) וענה על הסעיפים ד-ה.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{f(x) - x}{x}$. חשב את $\int_1^e g(x) dx$.

בהצלחה!

יש לענות על שתיים מן השאלות 1-3.

יש לענות על אחת מן השאלות 4-5.

שאלה 1

א. $y^2 = 20x$.

ב. $k = -5$ (1)

(2) $D(15, 10\sqrt{3})$

שאלה 2

א. $\frac{s}{t} = 1$

ב. 24.09°

ג. מצטלבים.

שאלה 3

א. $Z_1 = a - \sqrt{3} \cdot ai = 2acis(300^\circ)$

$Z_2 = a + \sqrt{3} \cdot ai = 2acis(60^\circ)$

$Z_3 = -2a = 2acis(180^\circ)$

ב. $a = 1$

ג. הוכחה.

שאלה 4

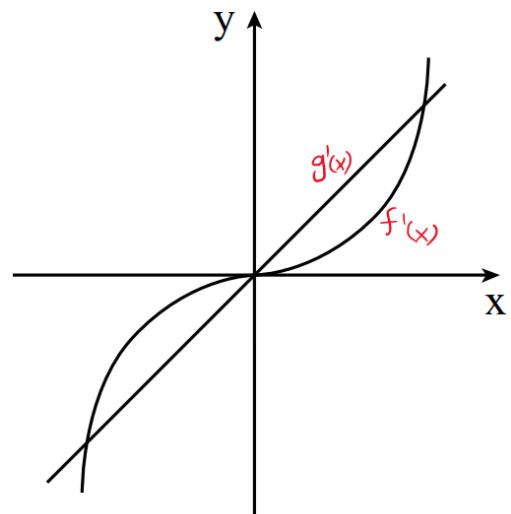
א. $c = -8$

ב. (1) הוכחה.

(2) $(0,0), (2,8), (-2,-8)$

(3) $-2 < x < 0$ או $x > 2$

(4)



ג. הוכחה.

שאלה 5

א. $x > 0$.

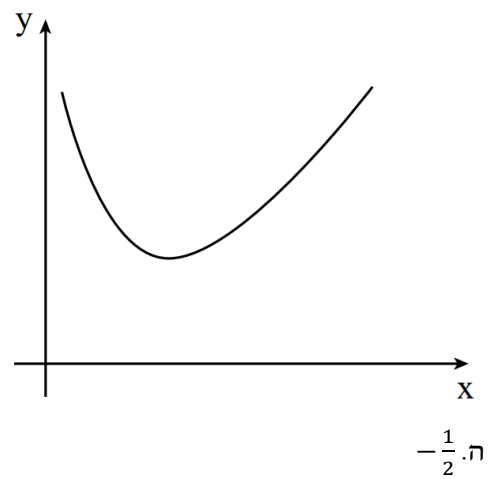
ב. (1) $m > 0$.

(2) מינימום $(m, m - m \ln(m))$.

ג. (1) $P(1,1)$.

(2) $m = 1$.

ד.



מתמטיקה

על פי תכנית הרפורמה ללמידה משמעותית

שאלון שני מ-5 יחידות לימוד

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,

טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים

— $33\frac{1}{3} \times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני – גדילה ודעיכה,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

— $33\frac{1}{3} \times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר

החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מן המשגיחים.

שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

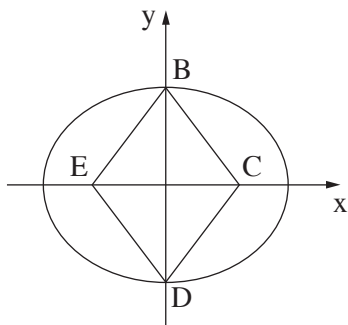
השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
 חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. נתון מעוין BCDE.

הקדקודים B ו-D נמצאים על ציר ה-y,

והקדקודים C ו-E נמצאים על ציר ה-x.

נתון: אורך צלע המעוין הוא 5,

אורך גובהו הוא 4.8,

ואורך האלכסון BD גדול מאורך האלכסון CE.

דרך הקדקודים B ו-D עוברת אליפסה קנונית (ראה ציור), שמוקדה הם הנקודות C ו-E.

א. (1) מצא את השיעורים של קדקודי המעוין.

(2) מצא את משוואת האליפסה.

פרבולה שמשוואתה $y^2 = 2px$ חותכת את האליפסה ברביע הראשון בנקודה M.

נתון: שיעור ה-y של M הוא $\sqrt{15}$.

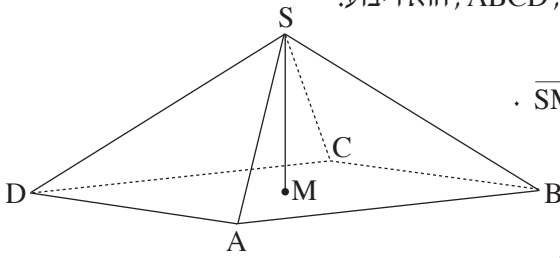
ב. הוכח שמוקד הפרבולה נמצא בנקודה C.

ג. דרך הנקודה E מעבירים ישר המקביל לציר ה-y.

P היא נקודה על הפרבולה שמרחקה מהישר הזה הוא k.

מצא את היחס $\frac{PC}{k}$. הסבר.

2. נתונה פירמידה ישרה $SABCD$, שבסיסה, $ABCD$, הוא ריבוע.



$$\vec{SM} = \frac{1}{2}\vec{SA} + \frac{1}{2}\vec{SC} \quad \text{כך ש- } M \text{ היא נקודה כזו}$$

$$\vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{AC} \quad \text{א. הוכח: (1)}$$

$$\vec{SM} \perp \vec{AC} \quad \text{ב. הוכח ש- } \vec{SM} \text{ מאונך ל- } \vec{AC} \text{ (2)}$$

(3) נמק מדוע SM הוא גובה בפירמידה.

נתון: $A(\sqrt{3}, 1, 0)$, $C(-\sqrt{3}, -1, 0)$, הנקודות B ו- D נמצאות במישור $z = 0$ ונפח הפירמידה $SABCD$ הוא 16.

ב. (1) מצא את שיעורי הנקודה M .

(2) מצא את שיעורי הקדקוד S (מצא את שתי האפשרויות).

נסמן את הנקודות שמצאת בתת-סעיף ב(2) ב- S_1 ו- S_2 .

ג. (1) מצא את משוואת המישור AS_1S_2 .

(2) האם נקודה C נמצאת על המישור AS_1S_2 ? נמק.

3. א. מצא את המספרים המרוכבים z המקיימים $z^3 = -1$.
 נסמן את פתרונות המשוואה מסעיף א ב־ z_1, z_2, z_3 .
 נתון כי z_2 הוא ממשי.
- ב. (1) הראה ש־ z_1, z_2, z_3 הם שלושה איברים עוקבים בסדרה הנדסית.
 (2) z_1, z_2, z_3 הם שלושת האיברים הראשונים בסדרה ההנדסית z_n .
 מצא את z_5 , האיבר החמישי בסדרה.
- ג. (1) z_{13}, z_{14}, z_{15} (האיברים ה־ 13, ה־ 14 וה־ 15 בסדרה z_n שמצאת בסעיף ב)
 מיוצגים על ידי הנקודות A, B, C במישור גאוס, בהתאמה.
 חשב את שטח המשולש ABC .
- (2) L, K, M הן שלוש נקודות במישור גאוס המייצגות שלושה איברים עוקבים
 בסדרה z_n .
- הסבר מדוע המשולש KLM חופף למשולש שאת שטחו מצאת בתת־סעיף ג(1).

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

(33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

$$4. \quad \text{נתונה הפונקציה } f(x) = \frac{e^{x^2} - 2x}{e^{x^2}}.$$

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.
 (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
 (4) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).
 (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

$$\text{נתונה הפונקציה } g(x) = \frac{1}{f(x)}.$$

היעזר בתשובתיך על סעיף א וענה על סעיף ב.

- ב. (1) הסבר מדוע הפונקציה $g(x)$ מוגדרת לכל x .
 (2) מה הם שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, ומה סוגן? נמק את תשובתך.
 (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.
 (4) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $g(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).
 נמק את תשובתך.
 (5) הוסף לסרטוט של גרף הפונקציה $f(x)$ סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

5. נתונה הפונקציה $h(x) = \frac{x+3}{x}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של $h(x)$.

ב. מצא את התחום שבו $h(x) > 0$.

בתחום שבו $h(x) > 0$ נתונה הפונקציה $f(x)$ המקיימת: $f'(x) = \frac{h'(x)}{h(x)}$.

נתון שגרף הפונקציה $f(x)$ עובר דרך הנקודה $(2, 3)$,

וידוע שלפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית אחת.

ג. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ד. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

ה. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

בהצלחה!

יש לענות על שתיים מן השאלות 1-3.

יש לענות על אחת מן השאלות 4-5.

שאלה 1

א. (1) $E(-3,0)$, $C(3,0)$, $D(0,-4)$, $B(0,4)$.

$$(2) \cdot \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$$

ב. מוקד הפרבולה הוא $C(3,0)$.

$$ג. \cdot \frac{PC}{k} = 1$$

שאלה 2

א. (1) הוכחה.

(2) הוכחה.

(3) נימוק.

ב. (1) $M(0,0,0)$.

(2) $S(0,0,-6)$ או $S(0,0,6)$.

$$ג. (1) \cdot x - \sqrt{3}y = 0$$

(2) C נמצאת על המישור.

שאלה 3

$$א. Z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i = cis(60^\circ)$$

$$Z_2 = -1 = cis(180^\circ)$$

$$Z_3 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i = cis(300^\circ)$$

ב. (1) הוכחה.

$$(2) Z_2 = -1 = cis(180^\circ)$$

$$ג. \cdot S_{ABC} = \frac{3\sqrt{3}}{4} \quad (1)$$

(2) הוכחה.

שאלה 4

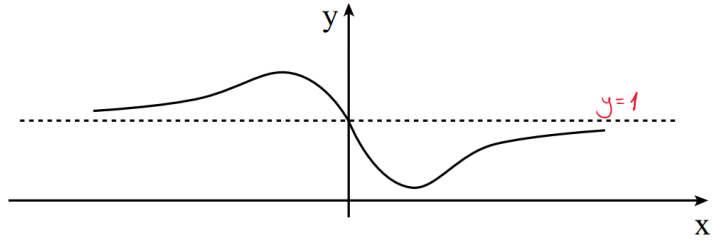
א. (1) לכל x .

$$(2) \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 0.142\right) \text{ מינימום, } \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, 1.858\right) \text{ מקסימום.}$$

$$(3) \text{ עלייה: } x > \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ או } x < -\frac{\sqrt{2}}{2}, \text{ ירידה: } -\frac{\sqrt{2}}{2} < x < \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$(4) \cdot y = 1$$

(5)



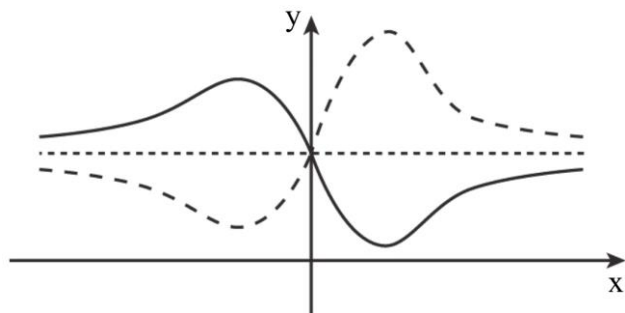
ב. (1) הסבר.

(2) מקסימום, $(\frac{\sqrt{2}}{2}, 7.031)$ מינימום, $(-\frac{\sqrt{2}}{2}, 0.538)$.

(3) עלייה: $-\frac{\sqrt{2}}{2} < x < \frac{\sqrt{2}}{2}$, ירידה: $x < -\frac{\sqrt{2}}{2}$ או $x > \frac{\sqrt{2}}{2}$.

(4) $y = 1$.

(5)



שאלה 5

א. $x \neq 0$.

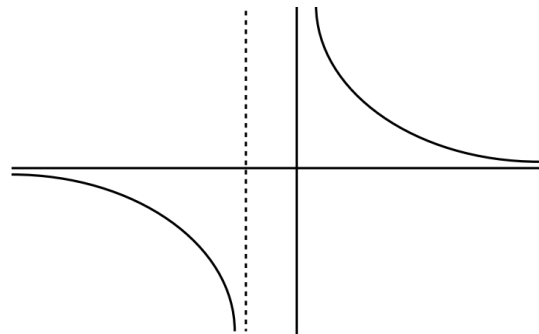
ב. $x < -3$ או $x > 0$.

ג. $f(x) = \ln(\frac{x+3}{x})$.

ד. $x = 0, x = -3, y = 0$.

ה. ירידה: $x < -3$ או $x > 0$, עלייה: אין.

ו.



מתמטיקה

על פי תכנית הרפורמה ללמידה משמעותית

שאלון שני מ-5 יחידות לימוד

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

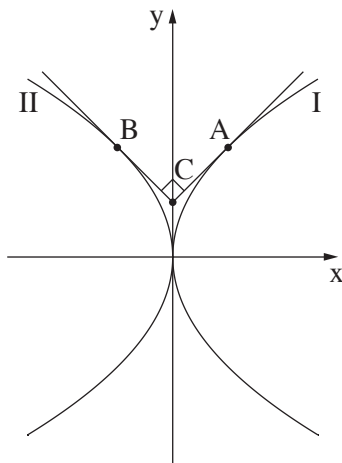
השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

**פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,
מספרים מרוכבים** ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. נתונות שתי פרבולות:

$$I. \quad y^2 = 4x$$

$$II. \quad y^2 = -4x$$

A היא נקודה על פרבולה I.

B היא נקודה על פרבולה II.

הנקודות A ו-B נמצאות מעל ציר ה-x.

העבירו לפרבולות I ו-II משיקים

דרך הנקודות A ו-B, בהתאמה, כמתואר בציור.

נתון ששני המשיקים מאונכים זה לזה ונחתכים בנקודה C,

הנמצאת על ציר ה-y.

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

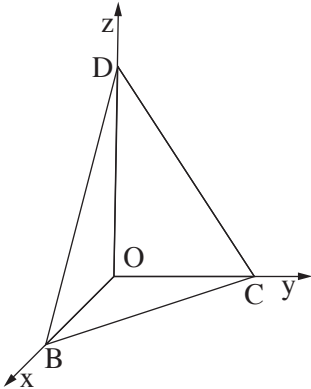
ב. נתון: A, B, C הם שלושה מקדקודיו של ריבוע ACBM.

(1) מצא את שיעורי הקדקוד M.

(2) נתון מעגל שמרכזו M. המעגל משיק לישרים AC ו-BC.

מצא את משוואת המעגל, והסבר מדוע A ו-B הן נקודות ההשקה.

המשך בעמוד 3



2. נתונה פירמידה משולשת OBCD,

שבה $OD \perp OC$, $OC \perp OB$, $OB \perp OD$,

כמתואר בציור.

נתון: $OD = 6$, $OC = 4$, $OB = 3$.

הנקודות K ו-P נמצאות על המקצועות OB ו-OD בהתאמה,

כך שמתקיים: $OP : PD = 1 : 1$, $OK : KB = 2 : 1$.

דרך הנקודות K ו-P עובר מישור המקביל למקצוע CD

וחותך את OC בנקודה Q.

א. מצא את היחס בין OQ ל-QC. נמק את תשובתך.

ב. מצא את היחס בין נפח הפירמידה OKPQ לנפח הפירמידה OBCD.

ג. מצא את הזווית בין הישר CB למישור KPQ.

3. z הוא מספר מרוכב. נתונים שני מקומות גאומטריים:

$$I. \quad z\bar{z} + i(z - \bar{z}) + z + \bar{z} = 0$$

$$II. \quad |z|^2 + i(\bar{z} - z) = 0$$

א. סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של שני המקומות הגאומטריים.

המקומות הגאומטריים הנתונים נחתכים בשתי נקודות $A(x_1, y_1)$ ו- $B(x_2, y_2)$

$$(x_1 < x_2)$$

ב. מצא את השיעורים של הנקודות A ו-B.

ג. נתונה הנקודה $P(x_0, y_0)$. הנקודה P נמצאת במרחק שווה מכל הנקודות שעל המקום

הגאומטרי I.

$$\text{נתון: } z_0 = x_0 + y_0 \cdot i$$

הוכח שהמספר הצמוד ל- z_0 נמצא על המקום הגאומטרי II.

ד. נתון: $z_1 = x_1 + y_1 \cdot i$ הם שיעורי הנקודה A שמצאת בסעיף ב).

נתונה סדרה חשבונית שבה האיבר הראשון הוא $5z_1$ וההפרש הוא z_0 .

מצא את כל ערכי n שעבורם S_n (סכום n האיברים הראשונים בסדרה) הוא מספר ממשי

(אם יש כאלה).

◀ המשך בעמוד 4

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = e^{ax^2 + bx + 2}$. a ו- b הם פרמטרים.

נתון כי הפונקציה זוגית.

א. מצא את b .

לפונקציה יש בדיוק שתי נקודות פיתול.

ב. הוכח כי $a < 0$.

הפונקציה הנתונה קעורה כלפי מטה \cap בתחום $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$ וקעורה כלפי מעלה \cup

בתחומים $x > \frac{1}{2}$ ו- $x < -\frac{1}{2}$.

ג. מצא את a .

ד. (1) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. סרטט סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$.

ו. נתונה הפונקציה $h(x) = f'(x) \cdot f''(x)$. מהו התחום שבו הפונקציה $h(x)$ חיובית?

◀ המשך בעמוד 5

5. נתונות שתי פונקציות:

$$f(x) = \ln(ae^x - be^{2x}), \quad g(x) = \ln(2 - e^x)$$

הם פרמטרים. $a > 0$ ו- $b > 0$.

נתון: $a > 0$, $b > 0$.

- א. ידוע שלשתי הפונקציות יש אותו תחום הגדרה. הוכח: $a = 2b$.
- ב. ידוע שלשתי הפונקציות יש נקודה משותפת אחת בלבד. נקודה זו היא נקודת הקיצון היחידה של הפונקציה $f(x)$. חשב את a , את b ואת שיעורי נקודת הקיצון של $f(x)$.
- ג. הוכח כי $g(x)$ יורדת וקעורה כלפי מטה \cap בכל תחום הגדרתה.
- ד. הוכח שההפרש בין הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ הוא פונקציה קווית.
- ה. (1) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ (אם יש כאלה).
- (2) סרטט על מערכת צירים אחת סקיצה של הגרפים של שתי הפונקציות. בסרטוט הדגש את גרף הפונקציה $f(x)$.

בהצלחה!

יש לענות על שתיים מן השאלות 1-3.

יש לענות על אחת מן השאלות 4-5.

שאלה 1

א. $A(1,2), B(-1,2)$.

ב. $M(0,3)$ (1)

(2) $x^2 + (y - 3)^2 = 2$

שאלה 2

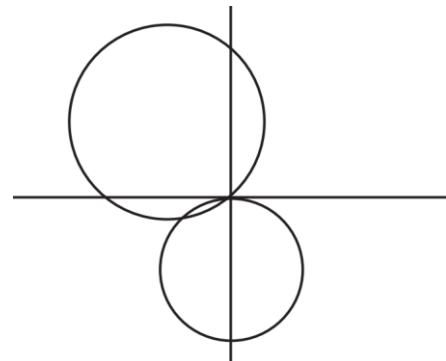
א. $\frac{OQ}{QC} = 1$.

ב. $\frac{1}{6}$.

ג. 7.35° .

שאלה 3

א.



I. $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$

II. $x^2 + (y + 1)^2 = 1$

ב. $A(-0.8, -0.4), B(0,0)$.

ג. הוכחה.

ד. $n = 5$.

שאלה 4

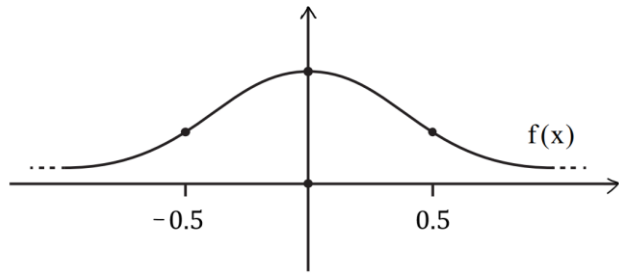
א. $b = 0$.

ב. הוכחה.

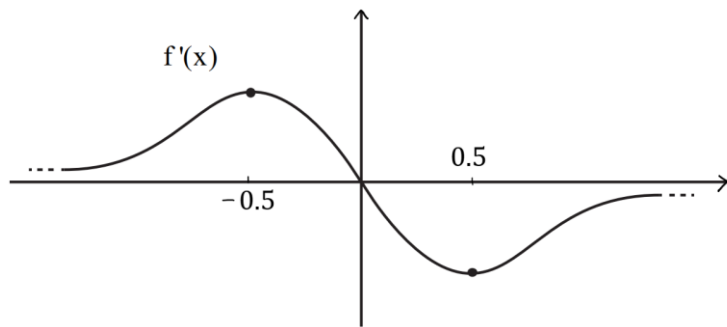
ג. $a = -2$.

ד. $y = 0$ (1)

(2)



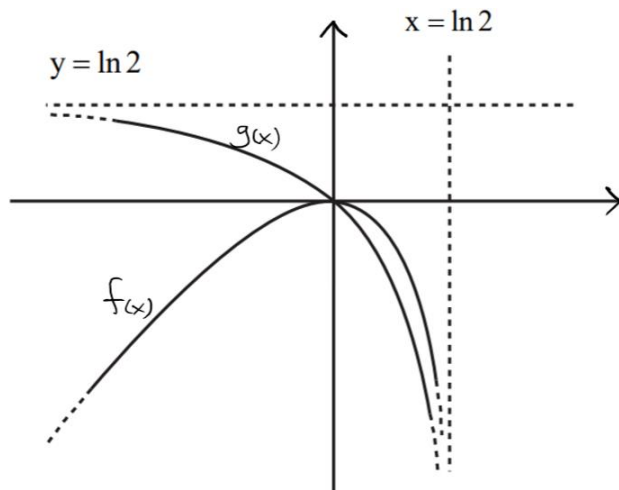
ה.



ו. $x < -\frac{1}{2}$ או $0 < x < \frac{1}{2}$

שאלה 5

- א. הוכחה.
- ב. $a = 2, b = 1$, מקסימום $(0,0)$.
- ג. הוכחה.
- ד. הוכחה: $f(x) - g(x) = x$.
- ה. (1) $f(x) = \ln 2$.
- ו. (2) $g(x) = \ln 2, x = \ln 2$.



סוג הבחינה: בגרות לבתי ספר על-יסודיים

מועד הבחינה: קיץ תשע"ו, מועד ב

מספר השאלון: 035582

נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

על פי תכנית הרפורמה ללמידה משמעותית

שאלון שני מ-5 יחידות לימוד

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטיטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

המשך מעבר לדף ◀

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($\frac{2}{3}$ נקודות) 66

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה — $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונה פרבולה שמשוואתה $y^2 = 2px$.

שני ישרים המשיקים לפרבולה בנקודות K ו- L נפגשים בנקודה A,

שהיא נקודת החיתוך של מדריך הפרבולה עם ציר ה- x.

א. (1) הראה כי שיעור ה- x של K שווה לשיעור ה- x של L.

(2) הראה כי המשיקים מאונכים זה לזה.

נתון מעגל, שמרכזו M נמצא על ציר ה- x.

המשיקים לפרבולה הנתונה בנקודות K ו- L משיקים גם למעגל זה בנקודות אלה.

הצב $p = 2$, וענה על הסעיפים ב, ג.

ב. מצא את משוואת המעגל שמרכזו M.

ג. מצא את משוואת המעגל החסום במרובע AKML.

המשך בעמוד 3 ◀

2. נתון מעגל הנמצא במישור π , ומרכזו בראשית הצירים $O(0, 0, 0)$.
 הישר $\ell_1: \underline{x} = (2, 2, 0) + t(1, 2, 1)$ נמצא במישור π , ומשיק למעגל זה בנקודה B.
 א. מצא את השיעורים של הנקודה B.
 ב. הישר $\ell_2: \underline{x} = (0, 1, 1) + s(2, -1, 1)$ חותך את המישור π בנקודה A.
 (1) הראה כי הנקודה A נמצאת על המעגל הנתון.
 (2) מצא את שטח המשולש AOB.

3. א. נתון המספר המרוכב $z = \frac{\left(\cos \frac{\pi}{9} + i \sin \frac{\pi}{9}\right)^3}{\left(\cos \frac{\pi}{12} - i \sin \frac{\pi}{12}\right)^2}$

- (1) מצא את $|z|$, ואת הארגומנט (הזווית) של z .
 (2) מצא את הערכים של n (n מספר טבעי) שעבורם z^n הוא מספר מדומה טהור.

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

- ב. נתון המקום הגאומטרי $|z + \bar{z}| - m(z - \bar{z})| = 40$, m הוא מספר ממשי גדול מ-1.
 (1) זהה את המקום הגאומטרי. נמק.
 (2) הנקודה שמיוצגת על ידי המספר $12 + 8i$ נמצאת על המקום הגאומטרי.
 מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של המקום הגאומטרי עם הצירים.

◀ המשך בעמוד 4

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($33\frac{1}{3}$ נקודות)

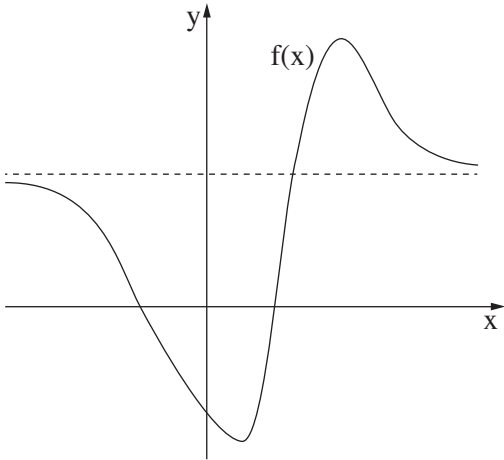
ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = 9^x - 2 \cdot 3^x - 3$ המוגדרת לכל x .

- א. (1) מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
 - (2) מצא את האסימפטוטה האופקית לגרף הפונקציה.
 - (3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.
 - (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ב. מצא את השטח מימין לציר ה־ y , המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי ציר ה־ y ועל ידי האסימפטוטה האופקית. תוכל להשאיר n בתשובתך.
- ג. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + 4$.
- השטח שמצאת בסעיף ב שווה לשטח מימין לציר ה־ y , המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה־ y ועל ידי הישר $y = k$. מהו הערך של k ? נמק.

◀ המשך בעמוד 5



5. בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x)$.

נתון כי הפונקציות $f''(x)$, $f'(x)$, $f(x)$ מוגדרות לכל x .

לגרף הפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה

אופקית אחת שמשוואתה $y = 1.5e$

כמתואר בציור.

נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ הן:

$B(1, -1.5e)$, $A(4, 3e)$

הנקודות $E(5, 2e)$, $D(2, 0)$, $C(-2, 0)$

נמצאות על גרף הפונקציה $f(x)$.

הפונקציה $f(x)$ קעורה כלפי מטה \cap בתחום $x < -2$ ובתחום $2 < x < 5$,

וקעורה כלפי מעלה \cup בתחום $x > 5$ ובתחום $-2 < x < 2$

א. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, וקבע את סוגן. נמק.

ב. הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x) = \ln[f(x)]$.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות של $g(x)$ המאונכות לציר ה- x .

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה),

וקבע את סוגן.

(4) לפונקציה $g(x)$ יש אסימפטוטה אופקית אחת שמשוואתה $y = \ln(1.5e)$.

סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

בהצלחה!

יש לענות על שתיים מן השאלות 1-3.

יש לענות על אחת מן השאלות 4-5.

שאלה 1

- א. (1) הוכחה.
 ב. (2) הוכחה.

ב. $(x - 3)^2 + y^2 = 8$

ג. $(x - 1)^2 + y^2 = 2$

שאלה 2

- א. $B(1,0,-1)$.
 ב. (1) הוכחה.

$S_{ABO} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (2)

שאלה 3

א. (1) $arg(z) = \frac{\pi}{2} \setminus arg(z) = 90^\circ, |Z| = 1$

(2) עבור ערכי n טבעיים אי-זוגיים, נקבל ש- z^n הוא מספר מדומה טהור.

ב. (1) $\frac{x^2}{400} + \frac{m^2 y^2}{400} = 1$ אליפסה קנונית.

(2) $(0, -10), (0, 10), (-20, 0), (20, 0)$

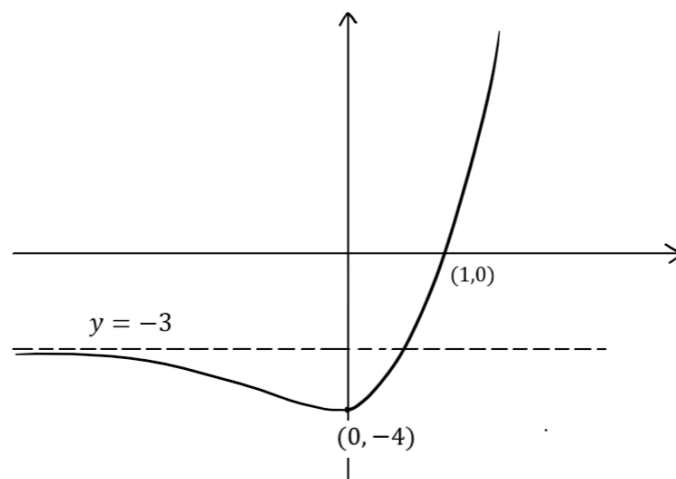
שאלה 4

א. (1) $(1,0), (0,-4)$.

(2) $y = -3$.

(3) מינימום $(0, -4)$.

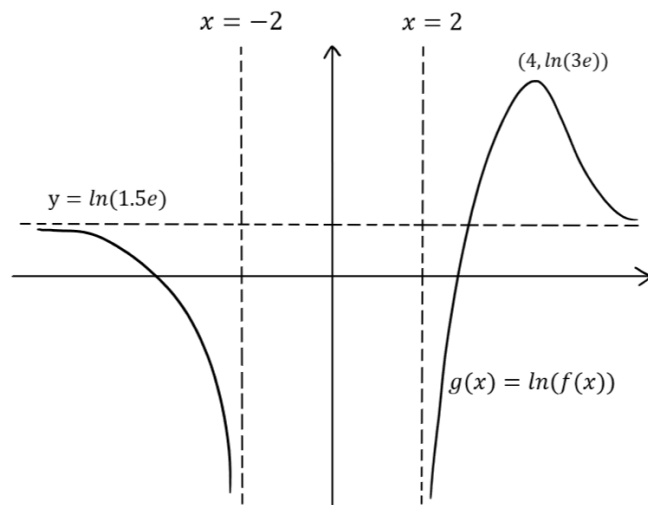
(4)



ב. $S = \frac{1}{2\ln 3} = 0.455$
 ג. $k = 1$

שאלה 5

- א. $x = -2$ מינימום, $x = 2$ מקסימום, $x = 5$ מינימום.
 ב. (1) $x < -2$ או $x > 2$
 (2) $x = -2, x = 2$
 (3) $(4, \ln(3e))$ מקסימום.
 (5)



סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
 ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
 מועד הבחינה: קיץ תשע"ו, 2016
 מספר השאלון: 035582
 נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

על פי תכנית הרפורמה ללמידה משמעותית שאלון שני מ-5 יחידות לימוד

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
 פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
 פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
 $33\frac{1}{3} \times 2$ – $66\frac{2}{3}$ נקודות
 $33\frac{1}{3} \times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות
 סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
 (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
 שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
 (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
 (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
 הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
 חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
 (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
 שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

המשך מעבר לדף ◀

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($\frac{2}{3}$ נקודות) 66

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתון טרפז $ABCD$ ($AB \parallel DC$).

המשכי השוקיים BC ו- AD נפגשים בראשית הצירים.

השוק BC מונחת על החלק החיובי של ציר ה- x .

הקדקודים A ו- D נמצאים ברביע השלישי.

הבסיס AB מונח על הישר $3x - 4y - 15 = 0$.

גובה הטרפז הוא 6.

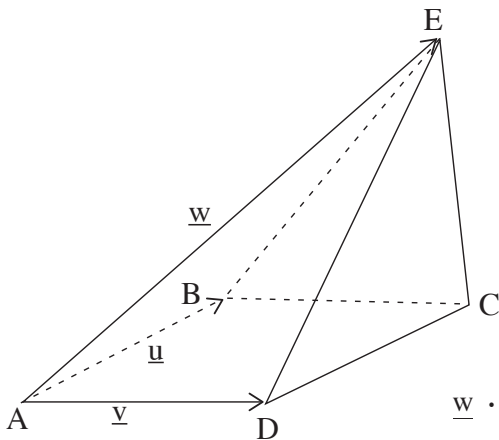
היעזר בסרטוט סקיצה של הטרפז במערכת צירים, וענה על סעיפים א ו- ב.

א. מצא את משוואת הבסיס DC .

נתון כי הקדקודים A ו- C נמצאים על מעגל שמרכזו בקדקוד B .

ב. (1) מצא את רדיוס המעגל.

(2) מצא את השיעורים של הקדקוד D .



2. בפירמידה ABCDE שבסיסה ריבוע

נתון: $\vec{AD} \perp \vec{DE}$,

הווקטור \vec{AE} יוצר זוויות שוות

עם הווקטורים \vec{AD} ו- \vec{AB} ,

אורך צלע הבסיס הוא 5.

נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AD} = \underline{v}$,

$\vec{AE} = \underline{w}$

(ראה ציור).

א. מצא את הערך של המכפלה הסקלרית $\underline{w} \cdot \underline{v}$

ושל המכפלה הסקלרית $\underline{w} \cdot \underline{u}$.

הנקודה H נמצאת על המקצוע EC כך ש- $\vec{EH} = \frac{2}{5}\vec{EC}$.

נתון: $|\vec{AH}| = 2\sqrt{17}$

ב. מצא את אורך המקצוע AE.

ג. (1) הראה כי המשולש EDC הוא ישר-זווית, ומצא את שטחו.

(2) מצא את נפח הפירמידה המשולשת AECD.

◀ המשך בעמוד 4

3. נתון: $z^2 - 2R \operatorname{cis}\theta \cdot z - 3R^2 \operatorname{cis}(2\theta) = 0$, z הוא מספר מרוכב, $0 < \theta < 90^\circ$, R הוא מספר ממשי חיובי.
- פתרונות המשוואה הנתונה הם z_1 ו- z_2 .
- z_1 נמצא ברביע הראשון.
- א. הבע באמצעות θ ו- R את z_1 ואת z_2 .
- ב. מצא את θ .
- נתון כי משוואת הישר העובר דרך z_1 ו- z_2 היא $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$.
- המספר המרוכב z_3 מקיים: $z_3 = \bar{z}_1$.
- ג. (1) סרטט במישור גאוס את המספרים z_1, z_2, z_3 .
- (2) נתון כי שטח המשולש $z_1 O z_3$ הוא $225\sqrt{3}$ (O – ראשית הצירים) מצא את הערך המוחלט של z_2 .

המשך בעמוד 5 ◀

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

(33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = -3x^2 \cdot e^{x^3}$.

א. (1) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

בתשובתך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

(2) מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.(4) נתון כי הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g(x) = |f(x)|$.הוסף סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ לסקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.ב. חשב את השטח הסגור בין הגרפים של שתי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ ובין הישר $x = -1$.ג. הפונקציות $h(a)$ ו- $t(a)$ מקיימות:

$$a \geq -1, \quad h(a) = \int_{-1}^a f(x) dx, \quad t(a) = \int_{-1}^a g(x) dx$$

מצא את השיעורים של נקודת הפגישה בין הגרפים של הפונקציות $h(a)$ ו- $t(a)$.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2}{2} \left(\frac{1}{2} - \ln x \right)$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של $f(x)$.

(2) מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה),

וקבע את סוגן.

ב. (1) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ (אם יש כאלה),

וקבע את סוגן.

(2) מצא את השיעורים של נקודת הפיתול של הפונקציה $f(x)$.

ג. (1) סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של הפונקציה $f(x)$,

וסקיצה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

(2) ברביע הראשון הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$ נפגשים בנקודה אחת.

באיזה תחום ערכים נמצא שיעור ה- x של נקודה זו?

ד. הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g'(x) = f(x)$.

נתון: $g(1) = a$, $g(\sqrt{e}) = b$, $g(e) = c$.

הבע באמצעות a , b , ו- c את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$,

על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 1$ ו- $x = e$.

בהצלחה!

יש לענות על שתיים מן השאלות 1-3.

יש לענות על אחת מן השאלות 4-5.

שאלה 1

א. $-3x + 4y + 45 = 0$.

ב. (1) $R = 10$.

(2) $D(-9, -18)$.

שאלה 2

א. $\underline{w} \cdot \underline{v} = \underline{w} \cdot \underline{u} = 25$.

ב. $AE = 10$.

ג. (1) $S_{EDC} = \frac{5\sqrt{50}}{2} = 17.68$.

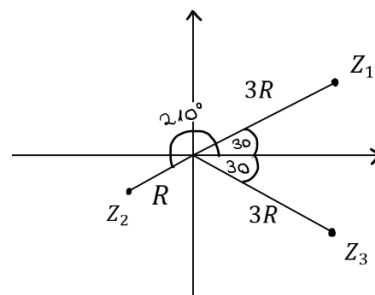
(2) $V_{AEDC} = \frac{25\sqrt{50}}{6} = 29.46$.

שאלה 3

א. $Z_1 = 3Rcis\theta$, $Z_2 = Rcis(\theta + 180^\circ) = -Rcis\theta$.

ב. $\theta = 30^\circ$.

ג. (1)



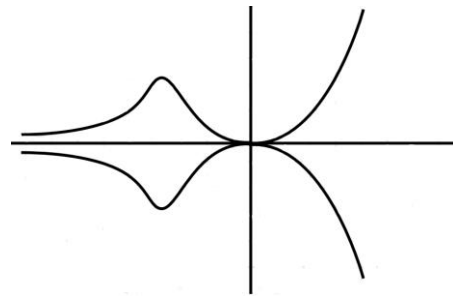
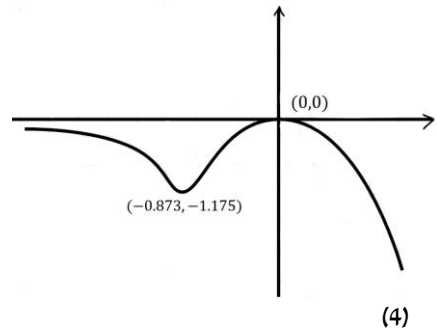
(2) $|Z_2| = R = 10$.

שאלה 4

א. (1) (0,0) מקסימום, (-0.873, -1.175) מינימום.

(2) (0,0).

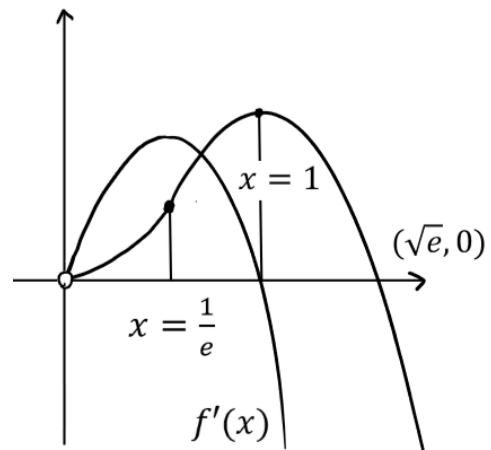
(3)



ב. $S = \frac{2e-2}{e} = 1.264$
 ג. $(-1, 0)$

שאלה 5

- א. $x > 0$ (1)
 ב. $(\sqrt{e}, 0)$ (2)
 ג. מקסימום $(1, \frac{1}{4})$ (3)
 ד. מקסימום $(\frac{1}{e}, \frac{1}{e})$ (1)
 ה. פיתול $(\frac{1}{e}, \frac{3}{4e^2})$ (2)
 ו. (1)



$\frac{1}{e} < x < 1$ (2)
 $S = 2b - a - c$. ד

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
 ב. בגרות לנבחנים אקסטראניים
 מועד הבחינה: חורף תשע"ו, 2016
 מספר השאלון: 35582
 נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

על פי תכנית הרפורמה ללמידה משמעותית

שאלון שני מ-5 יחידות לימוד

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים ורבע
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
 פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
 פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
 (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
 (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
 (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
 הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
 (3) לטיטה יש להשתמש במחברת הבחינה. שימוש בטיטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

המשך מעבר לדף

ב ה צ ל ח ה !

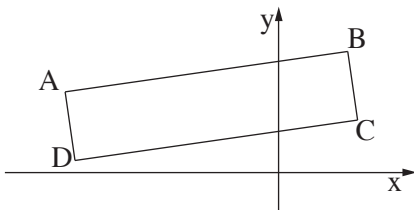
ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. מעגל שמרכזו על ציר ה- x

עובר דרך הנקודות $(1, 4)$ ו- $(-6, 3)$

(שאינן קדקודי המלבן שבציור).

הצלע AB של המלבן $ABCD$ מונחת על ישר

העובר דרך הנקודות האלה.

קדקודי המלבן $ABCD$ נמצאים ברביע הראשון וברביע השני, כמתואר בציור.

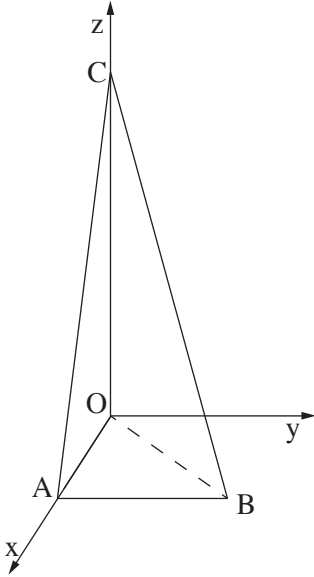
א. מצא את נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה- x .

ב. המשכי הצלעות BC ו- AD עוברים דרך נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה- x .

נתון כי המרחק של הצלע DC מראשית הצירים הוא $\sqrt{2}$.

מצא את שטח המלבן $ABCD$.

המשך בעמוד 3 ◀



2. נתונה פירמידה AOB C .

המקצוע AO מונח על החלק החיובי של ציר ה- x ,
 המקצוע CO מונח על החלק החיובי של ציר ה- z ,
 והמקצוע AB נמצא במישור [xy] , כך ששיעור ה- x
 ושיעור ה- y של הקדקוד B חיוביים
 (ראה ציור).

נתון: $\vec{AC} \cdot \vec{AB} = 0$, $BO = 5$, $CO = 12$, $AO = 3$.

- מהו המצב ההדדי בין הישר AB ובין ציר ה- y ? נמק.
- מצא את הזווית בין המישור CAB ובין המישור [zy] .
- נקודה D נמצאת במישור CAB ובמישור [xy] .
 כך ש- $CB = CD$.
 מצא את הזווית בין הישר CD למישור [zy] .

3. המספר המרוכב z_1 נמצא במישור גאוס ברביע הראשון על מעגל שרדיוסו 2 ומרכזו ראשית הצירים O .

המספר המרוכב z_2 נמצא במישור גאוס ברביע השני על מעגל שרדיוסו 4 ומרכזו ראשית הצירים O .

נתון כי הזווית בין הקטע Oz_2 ובין הקטע Oz_1 היא 60° .

המספרים z_1 ו- z_2 הם האיבר הראשון והאיבר השני בסדרה הנדסית בהתאמה. z_4 הוא האיבר הרביעי בסדרה זו.

א. הראה כי z_1 ו- z_4 נמצאים על קו ישר אחד העובר דרך ראשית הצירים.

ב. נתון גם: $z_1 \cdot z_4 = -32i$.

מצא את הארגומנט (הזווית) של z_4 .

ג. מצא את שטח המשולש $z_1 z_2 z_4$.

◀ המשך בעמוד 4

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\ln(ax - 2)}{ax - 2}$, a הוא פרמטר שונה מ-0.

ענה על הסעיפים א ו-ב עבור $a > 0$.

א. מצא (הבע באמצעות a במידת הצורך):

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) את האסימפטוטה של הפונקציה המאונכת לציר ה- x .

(3) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

(4) את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ענה על הסעיפים ג ו-ד עבור $a < 0$.

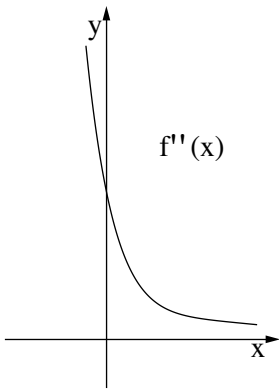
ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ד. נתון כי האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים נפגשות בנקודה $(-2, 0)$.

מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי ציר ה- x

ועל ידי הישר $x = \frac{e+2}{a}$ (ערוך מספרי).

◀ המשך בעמוד 5



5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2 + 2x + a}{e^x}$, a הוא פרמטר גדול מ-4.

בציור שלפניך נתון הגרף של פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$.

הגרף של $f''(x)$ אינו חותך את ציר ה- x .

הפונקציה $f''(x)$ מוגדרת לכל x , ויורדת בכל תחום הגדרתה.

א. (1) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$

עם הצירים (אם יש כאלה).

הבע באמצעות a במידת הצורך.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$

(אם יש כאלה).

(3) האם לפונקציה $f(x)$ יש נקודות פיתול? נמק.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. האם לפונקציית הנגזרת הראשונה $f'(x)$ יש נקודות פיתול? נמק.

ג. השטח, המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת הראשונה $f'(x)$, על ידי הצירים

ועל ידי הישר $x = 1$, שווה ל- $5 - \frac{8}{e}$.

מצא את הערך של a .

בהצלחה!

פתרונות לבחינת בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני, מס 035582, מועד חורף תשע"ו 2016

יש לענות על שתיים מן השאלות 1-3.

יש לענות על אחת מן השאלות 4-5.

שאלה 1

- א. $(-7,0)$, $(3,0)$.
ב. 23.8 .

שאלה 2

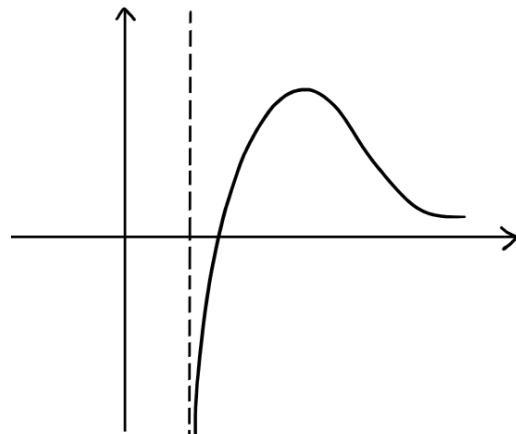
- א. הישר AB מקביל לציר ה- y .
ב. 14.036° .
ג. 13.342° .

שאלה 3

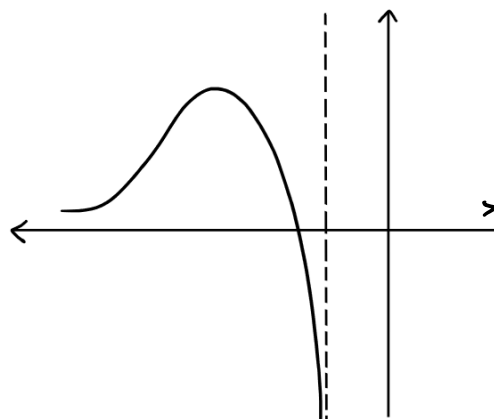
- א. הוכחה.
ב. 225° .
ג. $18\sqrt{3}$.

שאלה 4

- א. (1) $x > \frac{2}{a}$.
(2) $x = \frac{2}{a}$.
(3) $(\frac{3}{a}, 0)$.
(4) מקסימום $(\frac{e+2}{a}, \frac{1}{e})$.
ב.



ג.



ד. $\frac{1}{2}$.

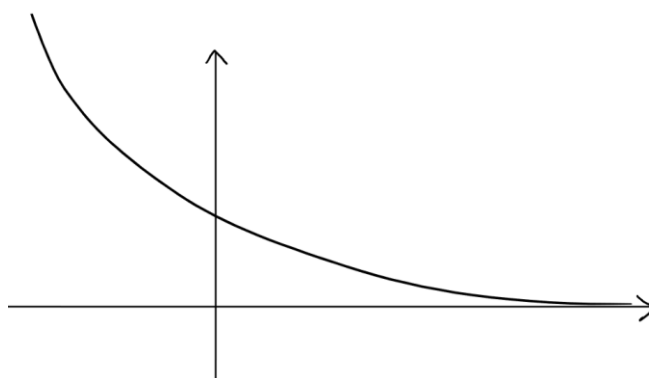
שאלה 5

א. (1) $(0, a)$.

(2) עלייה: אין, ירידה: כל x .

(3) לא.

(4)



ב. לא.

ג. $a = 5$.

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
 ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
 מועד הבחינה: קיץ תשע"ה, מועד ב
 מספר השאלון: 317, 035807
 נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
 פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים —
 $33\frac{1}{3} \times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות
 פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות —
 $33\frac{1}{3} \times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות
 סה"כ — 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
 (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
 שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
 (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
 (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
 הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
 חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
 (3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה.
 שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

ה ש א ל ו ת

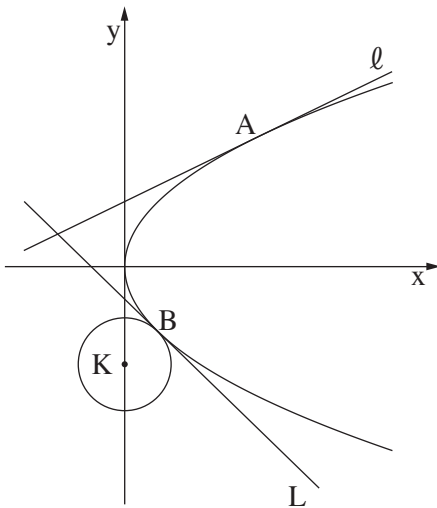
שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה — $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. נתונה הפרבולה $y^2 = 4x$.

הישרים l ו- L משיקים לפרבולה

בנקודות A ו- B בהתאמה.

הנקודה A נמצאת ברביע הראשון

והנקודה B נמצאת ברביע הרביעי,

כמתואר בציור.

המשיקים נפגשים בנקודה $(-2, 1)$.

א. מצא את השיעורים של הנקודה A ,

ואת השיעורים של הנקודה B .

ב. הפרבולה משיקה בנקודה B למעגל

שמרכזו K נמצא על ציר ה- y (ראה ציור).

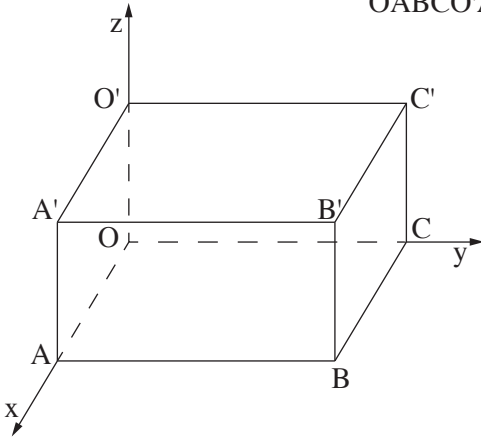
מעגל שמרכזו M משיק לציר ה- y בראשית הצירים ומשיק מבחוץ למעגל שמרכזו K .

המרכז M נמצא משמאל לציר ה- y .

(1) מצא את השיעורים של המרכז K .

(2) מצא את משוואת המעגל שמרכזו M .

תוכל להשאיר שורש בתשובתך.



2. המקצועות OC , OA ו- OO' של התיבה $OABCO'A'B'C'$

מונחים על הצירים, כמתואר בציור.

נתון כי המישור $2x + y + 2z - 2m = 0$

עובר דרך הקדקודים A , C ו- O' .

m הוא פרמטר גדול מ-0.

א. האם הישר BC' מקביל למישור הנתון

או חותך אותו? נמק.

ב. הישר $O'M$ נמצא במישור הנתון,

ואינו מתלכד עם הישר $O'A$.

(1) האם הישרים BC' ו- $O'M$ מקבילים? נמק.

(2) הבע באמצעות m את המרחק בין הישרים BC' ו- $O'M$.

ג. דרך הקדקודים C' ו- B העבירו אנכים למישור ACO' .

האנכים חותכים את המישור בנקודות E ו- F .

אורך הקטע EF הוא $2\sqrt{2}$.

מצא את הערך של m .

3. א. סרטט במערכת צירים את המקום הגאומטרי המקיים $|z^2 - 3i| = |z^2 - i|$.

z הוא מספר מרוכב.

ב. שני מספרים מרוכבים שונים, z_1 ו- z_2 , נמצאים על המקום הגאומטרי שסרטטת.

המרחק של z_1 מראשית הצירים שווה למרחק של z_2 מהראשית.

נתון: $z_1 = 1 + iy_1$ (הוא מספר ממשי).

מצא את הארגומנט של z_2 .

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \ln \frac{a+x}{a-x}$. a הוא פרמטר גדול מ-0.

א. מצא (הבע באמצעות a במידת הצורך):

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) את שתי האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לציר ה- x .

(3) את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(4) את השיעורים של נקודות הפיתול של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. הישר $y = x$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת הפיתול שלה.

לפונקציה $f(x)$ ולפונקציית הנגזרת $f'(x)$ יש אותו תחום הגדרה.

סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. ציין בגרף את הערכים המספריים של

האסימפטוטות ושל נקודות החיתוך עם הצירים (אם יש כאלה).

5. נתונה הפונקציה $f(x) = -\frac{4e^x}{e^x - 2} + e^x + 4$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(4) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר $x = -1$,

על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y .

ג. נתונה פונקציה המקיימת $F(x) = \int f(x) dx$ בתחום $x > \ln 2$.

מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $F(x)$ (אם יש כאלה). נמק.

בהצלחה!

יש לענות על שתיים מן השאלות 1-3.

יש לענות על אחת מן השאלות 4-5.

שאלה 1

א. $A(4,4)$, $B(1,-2)$.

ב. $K(0,-3)$ (1)

$$\left(x + \frac{7}{2\sqrt{2}}\right)^2 + y^2 = \frac{49}{8} \quad (2)$$

שאלה 2

א. הישר BC' מקביל למישור הנתון.

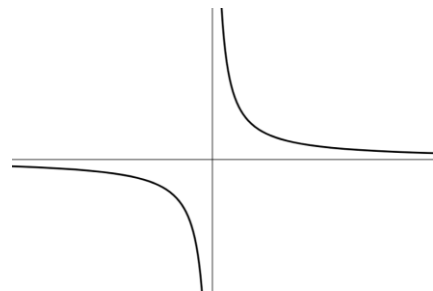
ב. (1) לא, הישרים BC' ו- $O'M$ מצטלבים.

$$\frac{2}{3}m \quad (2)$$

$$m = 2 \quad \text{ג.}$$

שאלה 3

א.



ב. 225° .

שאלה 4

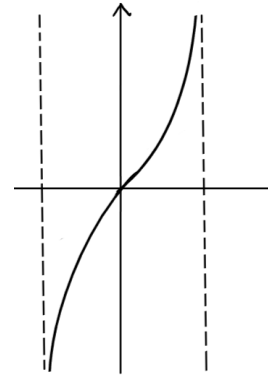
$$-a < x < a \quad (1) \text{ א.}$$

$$x = -a, x = a \quad (2)$$

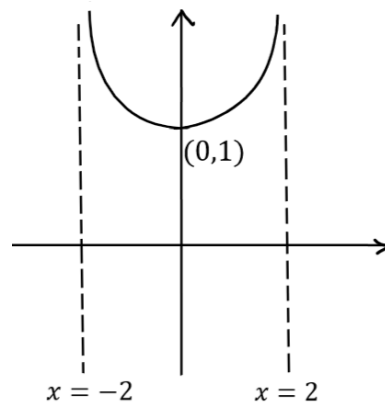
(3) עלייה: $-a < x < a$, ירידה: אין.

$$(0,0) \quad (4)$$

ב.



ג.



שאלה 5

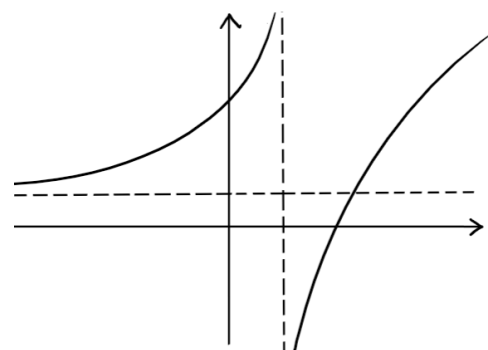
א. (1) $x \neq \ln 2$.

(2) $y = 4$, $x = \ln 2$.

(3) עלייה: $x > \ln 2$ או $x < \ln 2$, ירידה: אין.

(4) $(0,9)$, $(\ln 4, 0)$.

(5)



ב. $4\ln\left(2 - \frac{1}{e}\right) + 5 - \frac{1}{e} \approx 6.592$

ג. $x = \ln 4$ (מינימום).

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: קיץ תשע"ה, 2015
מספר השאלון: 317,035807
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
סה"כ — 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($\frac{2}{3}$ נקודות) 66

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונה פרבולה המקיימת: $y^2 = 2px$, $p > 0$.

נקודה D נמצאת על הפרבולה ברביע הראשון במרחק 8 מציר ה־x.

א. הבע באמצעות p את המרחק של הנקודה D מן המדריך של הפרבולה.

מעבירים שני מעגלים: מעגל ראשון שמרכזו בנקודה D ורדיוסו $p + 4$,

מעגל שני שמרכזו במוקד F של הפרבולה.

המעגל השני משיק מבחוץ למעגל הראשון ומשיק גם לציר ה־y.

ב. היעזר בסעיף א, ומצא את משוואת הפרבולה.

ג. נקודה K נמצאת על הפרבולה שאת משוואתה מצאת.

דרך הנקודה K העבירו משיק לפרבולה ואנך למשיק.

המשיק והאנך חותכים את ציר ה־x בנקודות T ו־S בהתאמה.

המרחק בין הנקודה T לנקודה S הוא 16.

מצא את השיעורים של הנקודה K. (מצא את שתי האפשרויות.)

בתשובתך תוכל להשאיר שורש במידת הצורך.

2. נתון ישר ℓ שמשוואתו $\underline{x} = (1, 2, -4) + t(1, -2, 2)$.

מישור π מאונך לישר ℓ , וחותר את ציר ה- x בנקודה A .

נקודה A נמצאת על הקרן החיובית של ציר ה- x במרחק 8 מראשית הצירים O .

נקודות B ו- C הן נקודות החיתוך של המישור π עם ציר ה- y ועם ציר ה- z בהתאמה.

א. (1) מצא את האורך של כל אחד מששת המקצועות של הפירמידה $OABC$.

(2) האם הפירמידה $OABC$ היא ישרה? נמק.

ב. נקודה D נמצאת על הקטע AC כך ש- OD חוצה-זווית AOC .

מהו המצב ההדדי בין הישר OD לישר BC ? נמק.

3. נתונה המשוואה $z^n = 8$, z הוא מספר מרוכב, $n > 2$.

א. הוכח כי n הפתרונות של המשוואה הם קדקודים של מצולע משוכלל.

המספרים z_0, z_1, z_2, z_3 הם ארבעה קדקודים עוקבים מבין n הקדקודים של המצולע

שבסעיף א (לפי סדר המספרים הרשום).

z_0 הוא מספר ממשי וחיובי. נמצא במישור גאוס ברביע הראשון.

נתון: $z_0 \cdot z_1 \cdot z_2 \cdot z_3 = -\sqrt{8}i$.

ב. מצא את הערך של n .

◀ המשך בעמוד 4

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = a \cdot x \cdot e^{-\frac{x^2}{8}}$ המוגדרת לכל x . a הוא פרמטר גדול מ-0.

א. הוכח כי הפונקציה $f(x)$ היא פונקציה אי-זוגית.

ב. (1) הבע באמצעות a (במידת הצורך) את השיעורים של נקודות הקיצון

של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- x

ועל ידי הישרים $x = 1$ ו- $x = -1$, אם נתון כי $a = 2$.

ד. נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת: $g(x) = [f(x)]^2$.

מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן.

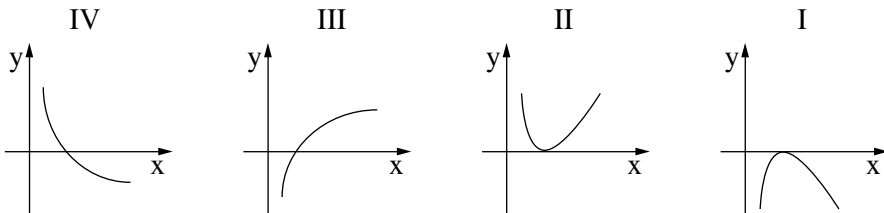
המשך בעמוד 5

5. נתונה הפונקציה $f(x) = a \cdot x \cdot \ln x - x^2$, a הוא פרמטר גדול מ-0.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. הראה כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת פיתול אחת בלבד, והבע את שיעור ה- x שלה באמצעות a .

ג. איזה מבין הגרפים I, II, III, IV שלפניך מתאים לגרף של פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$? נמק.



ד. (1) אם שיפוע המשיק בנקודת הפיתול של $f(x)$ שווה ל-0, מצא את הערך של a .

(2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עבור הערך של a שמצאת.

(3) האם עבור הערך של a שמצאת, יש לפונקציה $f(x)$ נקודות קיצון? נמק.

ה. מצא עבור אילו ערכים של a שיפוע המשיק בנקודת הפיתול של $f(x)$ גדול מ-0.

בהצלחה!

פתרונות לבחינת בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני, מס 035582, מועד א קיץ תשע"ה
2015

יש לענות על שתיים מן השאלות 1-3.

יש לענות על אחת מן השאלות 4-5.

שאלה 1

א. $\frac{32}{p} + \frac{p}{2}$.

ב. $y^2 = 8x$.

ג. $(6, -\sqrt{48}), (6, \sqrt{48})$.

שאלה 2

א. (1) $AO = 8, OB = 4, OC = 4, AC = \sqrt{80}, AB = \sqrt{80}, BC = \sqrt{32}$
 (2) הפירמידה אינה ישרה.
 ב. מצטלבים.

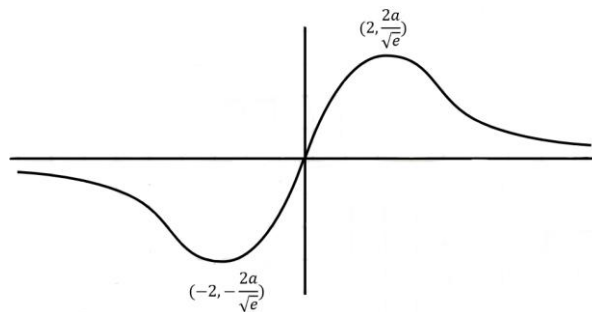
שאלה 3

א. הוכחה.

ב. $n = 8$.

שאלה 4

א. הוכחה.
 ב.



ג. $16 - \frac{16}{\sqrt[3]{e}} \approx 1.88$ יח"ר.

ד. $x = -2$ מקסימום, $x = 2$ מקסימום, $x = 0$ מינימום.

שאלה 5

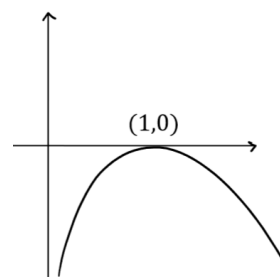
א. $x > 0$.

ב. $x = \frac{a}{2}$.

ג. גרף IV.

ד. (1) $a = 2$.

(2)



.לא (3)

. $a > 2$.ה

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: חורף תשע"ה, 2015
מספר השאלון: 317,035807
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב,
מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

/המשך מעבר לדף/

ה ש א ל ו ת

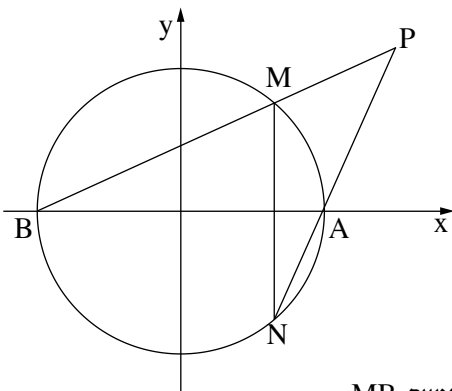
שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
 חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. נתון מעגל שמשוואתו $x^2 + y^2 = 25$.

המעגל חותך את ציר ה- x בנקודות A ו-B.

MN הוא מיתר במעגל, המאונך לציר ה- x .

א. הישרים MB ו-NA נפגשים

בנקודה $P(x, y)$, כמתואר בציור

(MN אינו מונח על ציר ה- y).

(1) נסמן: $M(x_0, y_0)$.

הבע באמצעות x_0 ו- y_0 את משוואת הישר MB,

ואת משוואת הישר NA.

(2) הראה כי המקום הגאומטרי של הנקודות $P(x, y)$, הנוצרות באופן שתואר,

מקיים את המשוואה: $y^2 = x^2 - 25$.

ב. אם המיתר MN מונח על ציר ה- y , מצא את רדיוס המעגל החסום במרובע MBNA.

הערה: הפתרון של סעיף ב אינו תלוי בפתרון של סעיף א.

/המשך בעמוד 3/

2. נתון משולש שקדקודיו הם: $A(-10, 3, 11)$, $B(-2, -5, -5)$, $C(1, 1, 1)$.

גובה המשולש לצלע AB הוא CD .

א. מצא את השיעורים של הנקודה D .

ב. נתונה הנקודה $E(-1, 5, -2)$.

מהי הזווית בין הישר CE :

(1) לישר AB ?

(2) לישר BC ?

(3) למישור ABC ?

ג. חשב את הזווית בין הישר ED לבין המישור ABC . נמק.

3. א. פתור את המשוואה: $|z|i + 2z = \sqrt{3}$.

z הוא מספר מרוכב.

ב. המספר המרוכב z_1 הוא הפתרון של המשוואה שבסעיף א.

z_1 הוא קדקוד הראש של משולש שווה־שוקיים, החסום במעגל שמרכזו בראשית הצירים.

z_2 ו־ z_3 הם שני הקדקודים האחרים של המשולש.

נתון: $z_2 = 1$.

המספר המרוכב w מקיים: $w = z_1 \cdot z_2 \cdot z_3$.

חשב את הסכום $w + w^2 + w^3 + w^4 + \dots + w^{4n}$.

n הוא מספר טבעי.

/המשך בעמוד 4 /

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{2^x - m} + 2^{m-x}$,

ונתונה הפונקציה $g(x) = f'(x) \cdot f(x)$ המקיימת:

$$g(2) = -\frac{3}{4} \ln 2$$

m הוא פרמטר.

ידוע כי הפונקציה $g(x)$ עולה לכל x .

מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של הפונקציה $g(x)$ ועל ידי הצירים (מצא ערך מספרי).

5. נתונה פונקציית הנגזרת: $f'(x) = \frac{\ln(-x) + 2}{x}$

א. מצא את תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ב. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, וקבע את סוגה.

ג. מצא את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

לפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$ יש אותו תחום הגדרה.

ד. הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x) = -\frac{1}{f'(x)}$.

היעזר בסעיפים הקודמים, ומצא:

(1) את תחום ההגדרה של $g(x)$.

(2) את השיעורים של נקודת הקיצון של $g(x)$, וקבע את סוגה.

בהצלחה!

יש לענות על שתיים מן השאלות 1-3.

יש לענות על אחת מן השאלות 4-5.

שאלה 1

א. (1) $y = \frac{y_0}{5-x_0}x - \frac{5y_0}{5-x_0}$: NA, $y = \frac{y_0}{x_0+5}x + \frac{5y_0}{x_0+5}$: MB

(2) הוכחה.

ב. $\sqrt{12.5} = 2.5\sqrt{2}$.

שאלה 2

א. $D(-4.5, -2.5, 0)$.

ב. 90° (1)

90° (2)

90° (3)

ג. 39.23° .

שאלה 3

א. $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$.

ב. הסכום הוא אפס.

שאלה 4

$3\frac{1}{16}$

שאלה 5

א. $x < 0$.

ב. מינימום $(-\frac{1}{e}, -e)$.

ג. מינימום, $x = -\frac{1}{e^2}$.

ד. (1) $x \neq -\frac{1}{e^2}, x < 0$

(2) מינימום $(-\frac{1}{e}, \frac{1}{e})$.

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
 ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
 מועד הבחינה: דצמבר 2014, תשע"ה, מועד ד
 מספר השאלון: 317, 035807
 נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
 פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים —
 $33\frac{1}{3} \times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות
 פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות —
 $33\frac{1}{3} \times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות
 סה"כ — 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
 (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
 שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
 (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
 (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
 הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
 חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
 (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
 שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

המשך מעבר לדף ◀

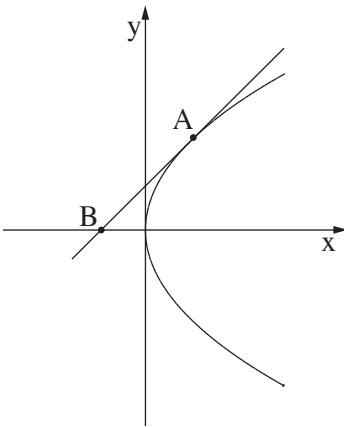
ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

**פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,
מספרים מרוכבים** ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. נתונה הפרבולה $y^2 = 2px$, p הוא פרמטר חיובי.

א. בנקודה A שעל הפרבולה העבירו משיק לפרבולה.

המשיק חותך את ציר ה- x בנקודה B (ראה ציור).

$$(1) \text{ הוכח כי } x_B = -x_A$$

(x_B הוא שיעור ה- x של הנקודה B)

(x_A הוא שיעור ה- x של הנקודה A)

(2) נתון כי משוואת המשיק AB היא $y = x + 2$.

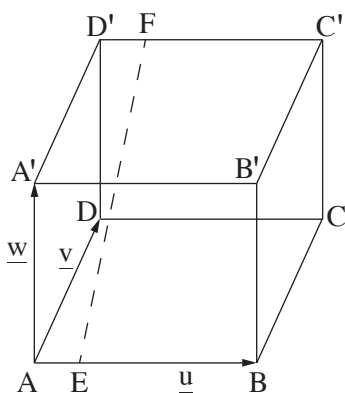
מצא את שיעורי הנקודה A ואת משוואת הפרבולה.

ב. C היא נקודה על הפרבולה שאת משוואתה מצאת בתת-סעיף א (2)

(C אינה בראשית הצירים).

בנקודה C העבירו משיק לפרבולה. המשיק חותך את ציר ה- y בנקודה D.

הנקודה F היא מוקד הפרבולה. הראה כי FD מאונך למשיק הזה.



2. בתיבה $ABCD A'B'C'D'$ הנקודות E ו- F נמצאות

על המקצועות AB ו- $D'C'$ בהתאמה.

EF מקביל למישור $AA'D'D$.

נסמן: $\vec{AA'} = \underline{w}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$

(ראה ציור).

נתון: $\vec{D'F} = t \cdot \vec{D'C'}$,

$\vec{AE} = k \cdot \vec{AB}$

א. הראה כי $k = t$.

ב. H היא נקודה שמקיימת $\vec{AH} = t \cdot \vec{AC'}$.

ג. הראה שהנקודה H נמצאת על EF .

ג. נתון גם: התיבה הנתונה היא קובייה, ו- $t = \frac{2}{5}$.

חשב את הזווית בין \vec{BH} לבין המישור $ABCD$.

3. א. פתור את המשוואה $z^2 = -8 - 8\sqrt{3}i$.

z הוא מספר מרוכב.

פתרון המשוואה שנמצא ברביע השני הוא איבר ראשון בסדרה חשבונית, והפתרון האחר

גדול פי 4 מהפרש הסדרה.

ב. הראה כי $z = 0$ הוא איבר בסדרה, ומצא את מקומו בסדרה.

ג. כל איברי הסדרה נמצאים על קו ישר. מצא את משוואת הקו הישר.

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. בציור שלפניך מוצג גרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$,

בתחום $-2 \leq x \leq 5$.

נתון: $f(-1) = a$, $f(0) = b$, $f(2) = c$, $f(3) = d$,

a, b, c, d הם פרמטרים.

א. מצא את:

(1) תחומי הקעירות כלפי מעלה \cup

וכלפי מטה \cap של הפונקציה $f(x)$

בתחום. נמק.

(2) משוואת המשיק לפונקציה $f(x)$

בנקודת הפיתול שלה בתחום (בטא בעזרת פרמטרים מתאימים).

ב. מצא את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f'(x)$ ובין ציר ה- x , בתחום $-1 \leq x \leq 3$

(בטא בעזרת פרמטרים מתאימים).

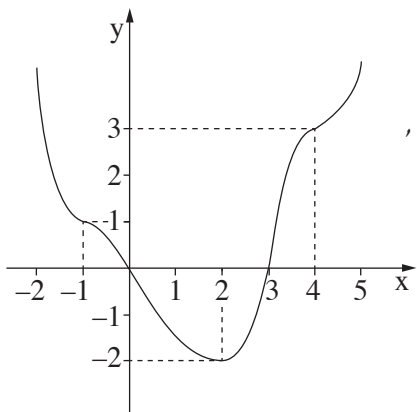
ג. נסמן ב- x_1 את שיעור ה- x של נקודת המקסימום הפנימית של $f(x)$

וב- x_2 את שיעור ה- x של נקודת הפיתול של $f(x)$ בתחום.

בטא בעזרת פרמטרים מתאימים (מהפרמטרים המופיעים בפתיח השאלה) את הערך של

$$\int_{x_1}^{x_2} f'(x) e^{-f(x)} dx$$

האינטגרל:



5. נתונות הפונקציות: $f(x) = \frac{1}{\ln x}$,

$$g(x) = \ln\left(\frac{1}{x}\right).$$

- א. מצא את תחום ההגדרה של כל אחת מן הפונקציות.
- ב. מצא את נקודות החיתוך עם הצירים (אם יש כאלה) של כל אחד מהגרפים של הפונקציות.
- ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של כל אחת מן הפונקציות (אם יש כאלה).
- ד. סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של הגרפים של הפונקציות.
- ה. הישר $x = t$ ($t > 0, t \neq 1$) חותך את הגרפים של הפונקציות בנקודות A ו-B.
מצא את הערכים של t שעבורם אורך הקטע AB הוא מינימלי. מהו האורך המינימלי?

בהצלחה!

פתרונות לבחינת בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני, מס 035582, מועד ז קיץ תשע"ד
2014

יש לענות על שתיים מן השאלות 1-3.

יש לענות על אחת מן השאלות 4-5.

שאלה 1

א. (1) הוכחה.

(2) $y^2 = 8x, A(2,4)$

ב. הוכחה.

שאלה 2

א. הוכחה.

ב. הוכחה.

ג. 29.017° .

שאלה 3

א. $-2 + 2\sqrt{3}i, 2 - 2\sqrt{3}i$

ב. $a_5 = 0$

ג. $y = -\sqrt{3}x$

שאלה 4

א. (1) קעירות כלפי מעלה: $2 < x < 5$, קעירות כלפי מטה: $-2 < x < 2$.

(2) $y = -2x + 4 + c$

ב. $2b - a - d$

ג. $\frac{1}{e^b} - \frac{1}{e^c}$

שאלה 5

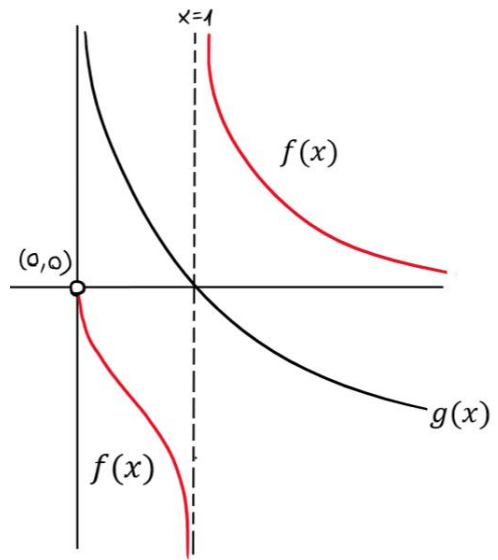
א. תחום ההגדרה של $f(x)$: $x > 0, x \neq 1$, תחום ההגדרה של $g(x)$: $x > 0$.

ב. לפונקציה $f(x)$ אין נקודות חיתוך עם הצירים ולפונקציה $g(x)$ יש נקודת חיתוך עם ציר ה-x (1,0).

ג. $f(x)$: תחום ירידה: $0 < x < 1, x > 1$, תחום עלייה: אין.

$g(x)$: תחום ירידה: $x > 0$, תחום עלייה: אין.

.ד



ה. $t = e$ או $t = \frac{1}{e}$, עבורם אורך הקטע $AB = 2$ הוא מינימלי.

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
 ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
 מועד הבחינה: תשע"ד, מועד ג
 מספר השאלון: 317, 035807
 נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
 פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,
 מספרים מרוכבים — גדילה ודעיכה,
 פרק שני — פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות — $33\frac{1}{3} \times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות
 — $66\frac{2}{3}$ נקודות
 — סה"כ 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
 (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
 שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
 (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
 (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
 הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
 חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
 (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
 שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

המשך מעבר לדף ◀

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונה המשוואה $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - 16} = 1$, a הוא פרמטר חיובי שונה מ-4.

א. מצא עבור אילו ערכים של a המשוואה מייצגת אליפסה.

אליפסה שמשוואתה $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - 16} = 1$, חותכת את הקרן השלילית של ציר ה- y בנקודה A.

F_1 הוא המוקד הימני של האליפסה, ו- F_2 הוא המוקד השמאלי.

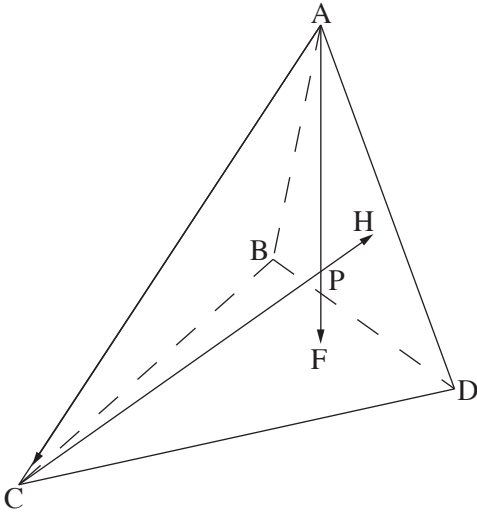
הישר AF_1 יוצר עם הקרן החיובית של ציר ה- x זווית של 26.566° .

ב. מצא את משוואת האליפסה.

ג. מצא את משוואת המקום הגאומטרי של נקודות הנמצאות במרחקים שווים מהמוקד F_1

ומן הישר שעובר דרך המוקד F_2 ומקביל לציר ה- y . נמק.

המשך בעמוד 3



2. בפירמידה משולשת ABCD

AF הוא גובה הפירמידה לפאה BDC, ו-CH הוא גובה הפירמידה לפאה ABD. הישרים AF ו-CH נפגשים בנקודה P. (ראה ציור).

א. (1) הסבר מדוע $\vec{AP} \cdot \vec{BD} = 0$.

(2) הוכח כי $\vec{AC} \perp \vec{BD}$.

ב. הוכח כי $\vec{AH} \perp \vec{BD}$.

ג. סמן: $\vec{BA} = \underline{w}$, $\vec{BC} = \underline{v}$, $\vec{BD} = \underline{u}$.

הוכח כי אם $AB = BC$ אז $\angle CBD = \angle ABD$.

3. נתון המספר המרוכב $z = \cos \alpha + i \sin \alpha$,

ונתון מספר מרוכב w שהערך המוחלט שלו הוא r ($r > 0$).

z ו- w נמצאים ברביע הראשון.

המספר z מקיים: $z = \frac{w}{\bar{w}}$.

א. הבע באמצעות α ו- r את המספר w , את הצמוד שלו \bar{w} , ואת ההפכי שלו $\frac{1}{\bar{w}}$.

ב. סרטט במערכת צירים את מעגל היחידה, והוסף לסרטוט דוגמה של מספר w ושל ההפכי שלו $\frac{1}{\bar{w}}$ עבור $r > 1$.

ג. נתונה סדרה הנדסית a_n שבה $a_1 = \frac{1}{\bar{w}}$, $a_2 = z$.

הבע באמצעות α ו- r את a_5 .

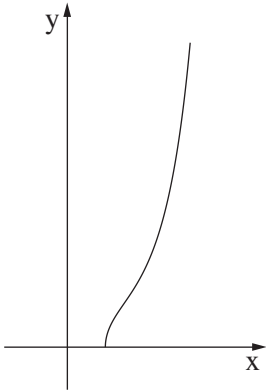
◀ המשך בעמוד 4

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

(33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

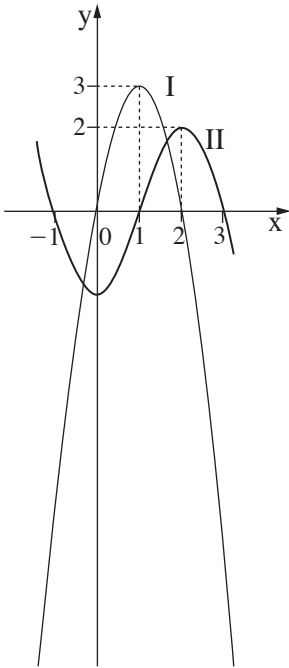
ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{2x-1} \cdot e^{x^2-x}$ (ראה ציור).

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 ב. הוכח כי הפונקציה עולה לכל x בתחום ההגדרה שלה.
 ג. העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 1$.
 הישר נפגש עם גרף הפונקציה בשתי נקודות בלבד.
- (1) מצא את משוואת המשיק.
 (2) העתק למחברתך את גרף הפונקציה, והוסף לגרף סרטוט של המשיק.
 (3) השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה ועל ידי המשיק מסתובב סביב ציר ה- x .
 מצא את נפח גוף הסיבוב שנוצר.

◀ המשך בעמוד 5



5. בציור שלפניך מוצגים שני גרפים, I ו- II, של פונקציות המוגדרות

$$\text{בתחום } -1.1 \leq x \leq 3.1 .$$

אחד הגרפים הוא של הפונקציה $f(x)$

והאחר הוא של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

א. קבע איזה מבין הגרפים I ו- II

הוא של הפונקציה $f(x)$. נמק.

ב. נתונה הפונקציה $g(x) = \ln(f(x))$.

(1) מצא את תחום ההגדרה

של הפונקציה $g(x)$.

(2) מה הן האסימפטוטות של $g(x)$ המאונכות לציר ה- x ?

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון הפנימיות

של $g(x)$ (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$,

אם נתון כי הישר $y = 1$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בשלוש נקודות.

בהצלחה!

יש לענות על שתיים מן השאלות 1-3.

יש לענות על אחת מן השאלות 4-5.

שאלה 1

א. $a > 4$.

ב. $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{4} = 1$.

ג. $y^2 = 16x$.

שאלה 2

א. הוכחה (1).

ב. הוכחה (2).

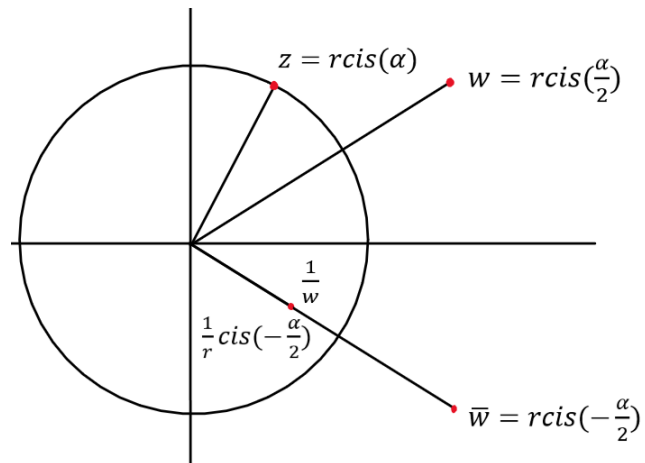
ג. הוכחה.

ד. הוכחה.

שאלה 3

א. $\frac{1}{w} = \frac{1}{r} \operatorname{cis}\left(-\frac{\alpha}{2}\right)$, $\bar{w} = r \operatorname{cis}\left(-\frac{\alpha}{2}\right)$, $w = r \operatorname{cis}\left(\frac{\alpha}{2}\right)$.

ב.



ג. $a_5 = r^3 \operatorname{cis}(5.5\alpha)$.

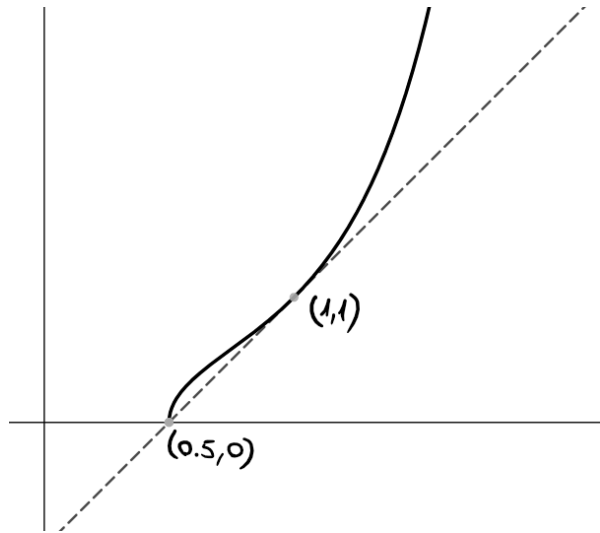
שאלה 4

א. $x \geq 0.5$.

ב. הוכחה.

ג. (1) $y = 2x - 1$

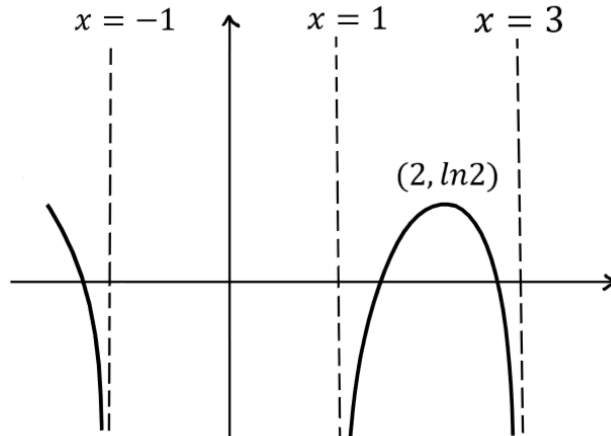
(2)



$$\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2\sqrt{e}}\right)\pi \approx 0.03\pi \approx 0.0945 \quad (3)$$

שאלה 5

- א. גרף II הוא הגרף הוא $f(x)$.
- ב. (1) תחום ההגדרה של $g(x) = \ln(f(x))$ הוא $1 < x < 3$ או $-1.1 \leq x < -1$.
- (2) האסימפטוטות האנכיות הן: $x = 3, x = 1, x = -1$.
- (3) $\max(2, \ln 2)$.
- (4) $g(x)$ עולה בתחום: $1 < x < 2$, ויורדת בתחום: $2 < x < 3$ או $-1.1 < x < -1$.
- (5)



סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
 ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
 מועד הבחינה: תשע"ד, מועד ב
 מספר השאלון: 317, 035807
 נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
 פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים —
 $33\frac{1}{3} \times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות
 פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות —
 $33\frac{1}{3} \times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות
 סה"כ — 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
 (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
 שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
 (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
 (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
 הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
 חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
 (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
 שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

הערה: קישורית לדוגמאות תשובה לשאלון זה תתפרסם בדף הראשי של אתר משרד החינוך.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

המשך מעבר לדף ◀

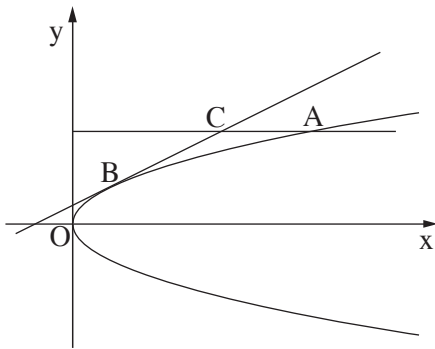
ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

**פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,
מספרים מרוכבים** ($\frac{2}{3}$ נקודות) 66

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה — $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. נקודה A נמצאת ברביע הראשון

על הפרבולה שמשוואתה $y^2 = 3x$.

ישר המשיק לפרבולה בנקודה B

מקביל למיתר OA (O — ראשית הצירים).

דרך הנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה-x.

הישר חותך את המשיק בנקודה C (ראה ציור).

נסמן: x_C — שיעור ה-x של הנקודה C.

x_A — שיעור ה-x של הנקודה A.

היעזר בעובדה שהנקודה C נמצאת על פרבולה שמשוואתה $y^2 = 4x$,

וענה על הסעיפים א, ב ו-ג.

א. הבע באמצעות x_C את x_A .

ב. הבע באמצעות x_C את השיפוע של הישר OA.

ג. נתון גם כי שטח המשולש BCA הוא 0.5625.

מצא את השיעורים של הנקודה C.

2. במשולש ABC, גובה המשולש לצלע AB הוא CD.

$$\text{נסמן: } \vec{CA} = \underline{u}, \quad \vec{CB} = \underline{v}, \quad \vec{AD} = t\vec{AB}$$

$$\text{נתון: } \cos \sphericalangle ACB = \frac{3}{4}, \quad |\vec{CA}| = 1, \quad |\vec{CB}| = 2$$

א. חשב את הערך של t בעזרת חשבון וקטורים.

ב. סרטט את המשולש ABC ואת הגובה CD כך שהסרטוט יתאים לערך של t

שחישבת בסעיף א.

ג. נקודה E נמצאת על הצלע BC (בין B ל-C).

$$\text{נתון גם: } \frac{CE}{BE} = \frac{3}{5}, \quad \text{נסמן: } \vec{CD} = \underline{h}$$

הבע את \vec{AE} באמצעות \underline{u} ו- \underline{h} בלבד.

3. א. פתור את המשוואה: $\left(\frac{2z+1}{z-1}\right)^4 = 1$, z הוא מספר מרוכב.

ב. האם שלושה מן הפתרונות שמצאת בסעיף א נמצאים על המקום הגאומטרי

של המספרים המרוכבים w השונים מ-0 ומקיימים: $107^\circ < \arg(w) < 253^\circ$? נמק.

◀ המשך בעמוד 4

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{-2(x+3)}{\sqrt{e^{ax}}}$, a הוא פרמטר.

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

(2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ב. בציור שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

היעזר בנתונים הרשומים בגרף, ומצא:

(1) ערך מספרי עבור שיעור ה־ x

וערך מספרי עבור שיעור ה־ y

של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$,

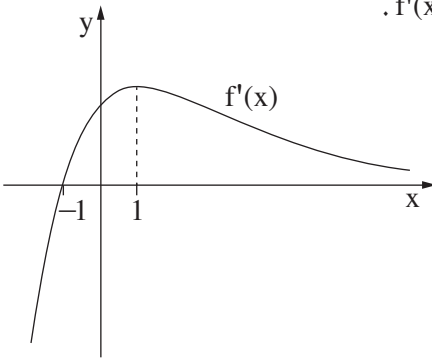
וקבע את סוגה.

(2) ערך מספרי עבור שיעור ה־ x וערך מספרי עבור שיעור ה־ y של נקודת הפיתול

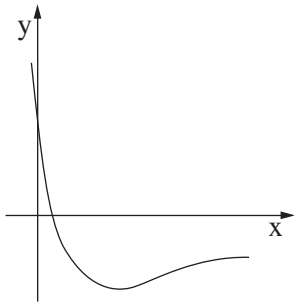
של הפונקציה $f(x)$.

(3) את תחומי הקעירות כלפי מעלה \cup וכלפי מטה \cap של הפונקציה $f(x)$.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.



המשך בעמוד 5



5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{3 - 9\ln(3x + 1)}{3x + 1}$ (ראה ציור).

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) מצא את נקודת החיתוך

של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

(2) השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקציה,

על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = \frac{e-1}{3}$ ו- $x = a$, הוא 3.5.

נתון כי $a > \frac{e-1}{3}$.

היעזר בנגזרת של $y = \ln^2(3x + 1)$, ומצא את a .

ג. לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון אחת בלבד בנקודה שבה $x = \frac{e^{\frac{4}{3}} - 1}{3}$.

מצא עבור אילו ערכי x הפונקציה $f(x)$ שלילית וגם פונקציית הנגזרת $f'(x)$ שלילית.

בהצלחה!

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: תשע"ד, מועד ב
מספר השאלון: 317,035807

הצעת תשובות לשאלות בחינת הבגרות

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים,

טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים

$$- \quad - \quad - \quad 33 \frac{1}{3} \times 2 \quad - \quad 66 \frac{2}{3} \text{ נקודות}$$

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

$$- \quad - \quad - \quad 33 \frac{1}{3} \times 1 \quad - \quad 33 \frac{1}{3} \text{ נקודות}$$

$$- \quad - \quad - \quad \text{סה"כ} \quad - \quad 100 \text{ נקודות}$$

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר

החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

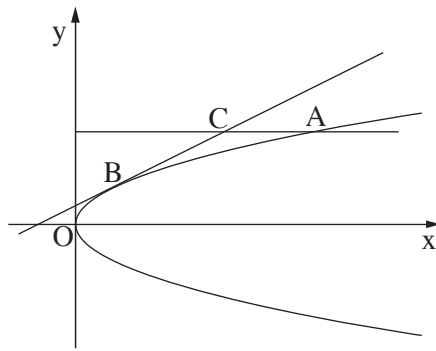
(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשיגים.

שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

שאלה 1



נקודה A נמצאת ברביע הראשון על הפרבולה שמשוואתה $y^2 = 3x$.

ישר המשיק לפרבולה בנקודה B מקביל למיתר OA (ראשית הצירים).
 דרך הנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה-x.
 הישר חותך את המשיק בנקודה C (ראה ציור).
 נסמן: x_C – שיעור ה-x של הנקודה C.
 x_A – שיעור ה-x של הנקודה A.

היעזרו בעובדה שהנקודה C נמצאת על פרבולה שמשוואתה $y^2 = 4x$, וענה על הסעיפים א, ב ו-ג.

- הבע באמצעות x_C את x_A .
- הבע באמצעות x_C את השיפוע של הישר OA.
- נתון גם כי שטח המשולש BCA הוא 0.5625. מצא את השיעורים של הנקודה C.

תשובה לשאלה 1

- CA מקביל לציר ה-x, לכן: $y_A = y_C$
 A על הפרבולה $y^2 = 3x$, לכן: I. $x_A = \frac{y_A^2}{3} = \frac{y_C^2}{3}$
 C על הפרבולה $y^2 = 4x$, לכן: II. $y_C^2 = 4x_C$
 מ- I ו- II מקבלים: $x_A = \frac{4x_C}{3}$

- השיפוע OA מקיים: $m_{OA} = \frac{y_A}{x_A}$
 \Downarrow
 $m_{OA} = \frac{y_C}{x_A}$
 \Downarrow
 $m_{OA} = \frac{3\sqrt{4x_C}}{4x_C} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x_C}}$
 נציב $x_A = \frac{4x_C}{3}$ ו- $y_C = \sqrt{4x_C}$ (C ברביע הראשון):

המשך תשובה לשאלה 1

ג. משוואת המשיק לפרבולה $y^2 = 3x$ בנקודה B היא:

$$y \cdot y_B = \frac{3}{2}(x + x_B)$$

↓

$$m = \frac{3}{2y_B}$$

שיפוע המשיק בנקודה B הוא:

$$m = m_{OA}$$

המשיק בנקודה B מקביל למיתר OA, לכן:

↓

$$\frac{3}{2y_B} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x_C}}$$

↓

$$y_B = \sqrt{x_C}$$

$$0.5625 = \frac{1}{2}(y_C - y_B)(x_A - x_C)$$

שטח המשולש BCA מקיים:

↓

$$0.5625 = \frac{1}{2}(\sqrt{4x_C} - \sqrt{x_C})\left(\frac{4}{3}x_C - x_C\right)$$

↓

$$0.5625 = \frac{x_C^2}{6\sqrt{x_C}} = \frac{1}{6}x_C^{\frac{3}{2}}$$

↓

$$(0.5625 \cdot 6)^{\frac{2}{3}} = x_C$$

↓

$$x_C = 2.25$$

$$\Rightarrow C(2.25, 3)$$

$$y_C = \sqrt{4 \cdot 2.25} = 3$$

שאלה 2

במשולש ABC, גובה המשולש לצלע AB הוא CD.

נסמן: $\vec{CA} = \underline{u}$, $\vec{CB} = \underline{v}$, $\vec{AD} = t\vec{AB}$.

נתון: $\cos \sphericalangle ACB = \frac{3}{4}$, $|\vec{CA}| = 1$, $|\vec{CB}| = 2$.

א. חשב את הערך של t בעזרת חשבון וקטורים.

ב. סרטט את המשולש ABC ואת הגובה CD כך שהסרטוט יתאים לערך של t

שחישבת בסעיף א.

ג. נקודה E נמצאת על הצלע BC (בין B ל-C).

נתון גם: $\frac{CE}{BE} = \frac{3}{5}$. נסמן: $\vec{CD} = \underline{h}$.

הבע את \vec{AE} באמצעות \underline{u} ו- \underline{h} בלבד.

תשובה לשאלה 2

א. לפי חיבור וקטורים: $\vec{CD} = \vec{CA} + \vec{AD} = \vec{CA} + t\vec{AB}$

↓

$$\vec{CD} = \underline{u} + t(\underline{v} - \underline{u})$$

$\vec{CD} \cdot \vec{AB} = 0$ לכן: $\vec{CD} \perp \vec{AB}$

↓

$$(\underline{u} + t(\underline{v} - \underline{u})) \cdot (\underline{v} - \underline{u}) = 0$$

↓

$$t|\underline{v}|^2 + (1-t) \cdot |\underline{u}| \cdot |\underline{v}| \cdot \cos \sphericalangle ACB - t|\underline{u}| \cdot |\underline{v}| \cdot \cos \sphericalangle ACB - (1-t)|\underline{u}|^2 = 0$$

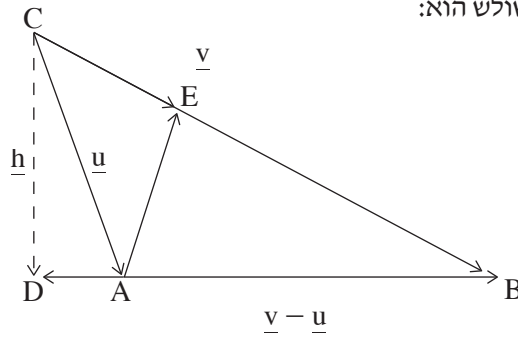
↓

$$t = -\frac{1}{4} \quad \text{נציב } |\underline{v}| = 2, |\underline{u}| = 1, \cos \sphericalangle ACB = \frac{3}{4}, \text{ ונקבל:}$$

המשך תשובה לשאלה 2.

ב. מצאנו כי $t = -\frac{1}{4}$, לכן D מחוץ לקטע AB

כך ש- \vec{AD} בכיוון הפוך ל- \vec{AB} , לכן המשולש הוא:



$$\vec{CE} = \frac{3}{8}\vec{CB} = \frac{3}{8}\underline{v}$$

ג. לפי הנתון $CE = \frac{3}{5}BE$, לכן:

$$\vec{AE} = \vec{CE} - \vec{CA} = \frac{3}{8}\underline{v} - \underline{u}$$

לפי חיבור וקטורים:

$$\underline{v} = \vec{CD} - \vec{AD} + \vec{AB} = \underline{h} + \frac{1}{4}(\underline{v} - \underline{u}) + \underline{v} - \underline{u} = \underline{h} + \frac{5}{4}\underline{v} - \frac{5}{4}\underline{u}$$

לכן, $\vec{AD} = -\frac{1}{4}(\underline{v} - \underline{u})$

↓

$$\underline{v} = -4\underline{h} + 5\underline{u}$$

$$\vec{AE} = \frac{3}{8}(-4\underline{h} + 5\underline{u}) - \underline{u}$$

נציב את \underline{v} ב- \vec{AE} , ונקבל:

↓

$$\vec{AE} = \frac{7}{8}\underline{u} - \frac{3}{2}\underline{h}$$

שאלה 3

א. פתור את המשוואה: $\left(\frac{2z+1}{z-1}\right)^4 = 1$, z הוא מספר מרוכב.

ב. האם שלושה מן הפתרונות שמצאת בסעיף א נמצאים על המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים w השונים מ-0 ומקיימים: $107^\circ < \arg(w) < 253^\circ$? נמק.

תשובה לשאלה 3

א. נסמן: $\cos \alpha + i \sin \alpha = \text{cis} \alpha$, ונקבל: $\left(\frac{2z+1}{z-1}\right)^4 = 1 = \text{cis}(0^\circ + 360^\circ k)$, k שלם

↓

$$\frac{2z+1}{z-1} = \text{cis}(90^\circ k), \quad k = 0, 1, 2, 3$$

↓

$$\frac{2z_0+1}{z_0-1} = \text{cis}0^\circ = 1, \quad \frac{2z_1+1}{z_1-1} = \text{cis}90^\circ = i, \quad \frac{2z_2+1}{z_2-1} = \text{cis}180^\circ = -1, \quad \frac{2z_3+1}{z_3-1} = \text{cis}270^\circ = -i$$

↓

$$z_0 = -2$$

↓

$$z_1 = -\frac{1}{5} - \frac{3}{5}i$$

↓

$$z_2 = 0$$

↓

$$z_3 = -\frac{1}{5} + \frac{3}{5}i$$

ב. הזוויות, שיוצרים המספרים z_3, z_1, z_0 השונים מ-0

$$\text{tg} \alpha_0 = \frac{0}{-2} = 0, \quad \text{tg} \alpha_1 = \frac{-\frac{3}{5}}{-\frac{1}{5}} = 3, \quad \text{tg} \alpha_3 = \frac{\frac{3}{5}}{-\frac{1}{5}} = -3$$

עם הכיוון החיובי של ציר ה- x , מקיימות:

↓

↓

↓

לפי שיעורי ה- x וה- y של המספרים:

z_1 ברביע השלישי, z_3 ברביע השני

$$\arg(z_0) = 180^\circ, \quad \arg(z_1) = 251.56^\circ, \quad \arg(z_3) = 108.43^\circ$$

ר- z_0 נמצא בחלק השלילי של ציר ה- x , לכן:

↓

על המקום הגאומטרי z_0, z_1, z_3

של המספרים המקיימים $107^\circ < \arg(w) < 253^\circ$

שאלה 4

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{-2(x+3)}{\sqrt{e^{ax}}}$, a הוא פרמטר.

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

(2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ב. בציר שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

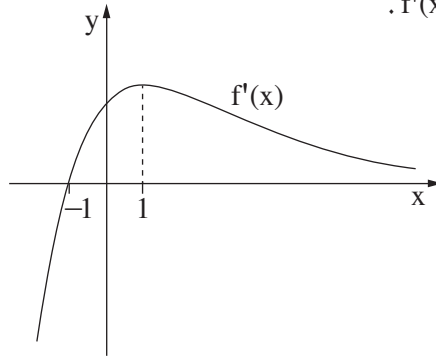
היעזר בנתונים הרשומים בגרף, ומצא:

(1) ערך מספרי עבור שיעור ה- x

וערך מספרי עבור שיעור ה- y

של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$,

וקבע את סוגה.



(2) ערך מספרי עבור שיעור ה- x וערך מספרי עבור שיעור ה- y של נקודת הפיתול

של הפונקציה $f(x)$.

(3) את תחומי הקעירות כלפי מעלה \cup וכלפי מטה \cap של הפונקציה $f(x)$.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

תשובה לשאלה 4

א. (1) $e^{ax} > 0$ לכל x

\Downarrow

$f(x)$ מוגדרת לכל x

(2) $f(x) = 0 \Rightarrow -2(x+3) = 0 \Rightarrow x = -3$

$x = 0 \Rightarrow f(0) = -6$

מכאן נקודות החיתוך עם הצירים: $(-3, 0)$, $(0, -6)$

המשך תשובה לשאלה 4.

ב. (1) לפי הנתונים בגרף נקבל:

x	$x < -1$	-1	$x > -1$
f'(x)	-	0	+
f(x)	↘		↗

⇓

ל- f(x) מינימום ב- $x = -1$

$$f'(x) = \frac{-2\sqrt{e^{ax}} + 2(x+3) \cdot \frac{ae^{ax}}{2\sqrt{e^{ax}}}}{e^{ax}}$$

$$f'(-1) = 0$$

לפי הנתונים בגרף:

⇓

$$-2 \cdot \sqrt{e^{-a}} + 4 \cdot \frac{ae^{-a}}{2\sqrt{e^{-a}}} = 0$$

⇓

$$a = 1$$

$$f(-1) = -4\sqrt{e}$$

נציב $a = 1$ ו- $x = -1$ ב- f(x), ונקבל:

$$(-1, -4\sqrt{e})$$

שיעורי נקודת המינימום של f(x):

x	$x < 1$	1	$x > 1$
f'(x)	↗		↘
f''(x)	+	0	-
f(x)	∪		∩

(2) לפי הנתונים בגרף נקבל:

⇓

$$x = 1$$

ל- f(x) פיתול בנקודה שבה:

$$f(1) = -\frac{8}{\sqrt{e}}$$

נציב $x = 1$ בפונקציה ונקבל:

$$\left(1, -\frac{8}{\sqrt{e}}\right)$$

שיעורי נקודת הפיתול של f(x):

(3) לפי הטבלה שבתת-סעיף ב(2):

$$x < 1$$

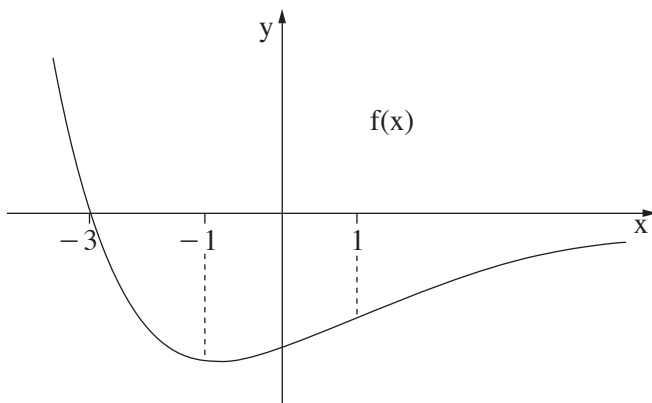
f(x) קעורה כלפי מעלה ∪ עבור:

$$x > 1$$

f(x) קעורה כלפי מטה ∩ עבור:

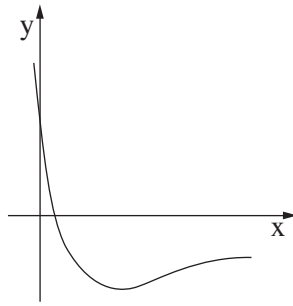
המשך תשובה לשאלה 4.

ג.



/המשך בעמוד 10/

שאלה 5



נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{3 - 9\ln(3x + 1)}{3x + 1}$ (ראה ציור).

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

(2) השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = \frac{e-1}{3}$ ו- $x = a$, הוא 3.5. נתון כי $a > \frac{e-1}{3}$.

היעזר בנגזרת של $y = \ln^2(3x + 1)$, ומצא את a .

ג. לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון אחת בלבד בנקודה שבה $x = \frac{e^{\frac{4}{3}} - 1}{3}$.

מצא עבור אילו ערכי x הפונקציה $f(x)$ שלילית וגם פונקציית הנגזרת $f'(x)$ שלילית.

תשובה לשאלה 5

א. עבור המכנה צריך להתקיים: $3x + 1 \neq 0$, עבור \ln צריך להתקיים: $3x + 1 > 0$

לכן, תחום ההגדרה של $f(x)$:

$$\downarrow$$

$$x > -\frac{1}{3}$$

המשך תשובה לשאלה 5.

ב. (1) נקודת החיתוך של $f(x)$ עם ציר ה- x : $f(x) = 0 \Rightarrow 3 - 9\ln(3x + 1) = 0$

$$\Downarrow$$

$$x = \frac{e^{\frac{1}{3}} - 1}{3}$$

$$\frac{e^{\frac{1}{3}} - 1}{3} < \frac{e - 1}{3} \tag{2}$$

\Downarrow
השטח מתחת לציר ה- x

לכן השטח מקיים: $3.5 = - \int_{\frac{e-1}{3}}^a \left(\frac{3}{3x+1} - \frac{9\ln(3x+1)}{3x+1} \right) dx$

מהנתון מקבלים כי $y' = \frac{6\ln(3x+1)}{3x+1}$, לכן: $3.5 = \left[-\frac{3 \cdot \ln(3x+1)}{3} + \frac{9}{6} \ln^2(3x+1) \right]_{\frac{e-1}{3}}^a$

$$\Downarrow$$

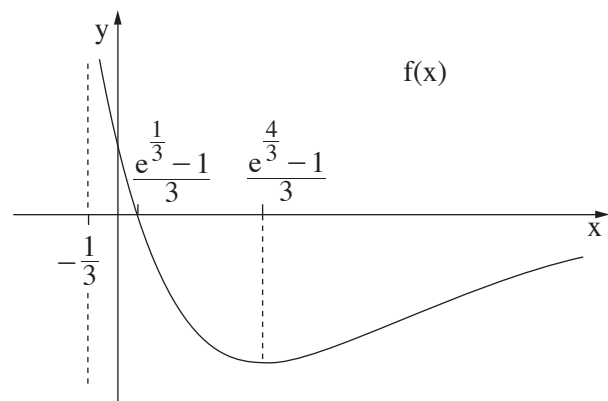
$$1.5\ln^2(3a+1) - \ln(3a+1) - 4 = 0$$

\Downarrow פתרונות המשוואה הריבועית
שהנעלם שלה $\ln(3a+1)$ הם: $\ln(3a+1) = -\frac{4}{3}$, $\ln(3a+1) = 2$

\Downarrow לא בתחום הערכים של a , $a = \frac{e^{-\frac{4}{3}} - 1}{3}$, $a = \frac{e^2 - 1}{3}$

$$\Downarrow$$

$$a = \frac{e^2 - 1}{3}$$



לפי הגרף: עבור $f(x) < 0$ עבור $x > \frac{e^{\frac{1}{3}} - 1}{3}$, עבור $f'(x) < 0$ עבור $-\frac{1}{3} < x < \frac{e^{\frac{4}{3}} - 1}{3}$

$$\Downarrow$$

$$\frac{e^{\frac{1}{3}} - 1}{3} < x < \frac{e^{\frac{4}{3}} - 1}{3} \text{ עבור } f'(x) < 0 \text{ וגם } f(x) < 0$$

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: קיץ תשע"ד, 2014
מספר השאלון: 317,035807
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
סה"כ — 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- הערה: קישורית לדוגמאות תשובה לשאלון זה תתפרסם בדף הראשי של אתר משרד החינוך.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

/המשך מעבר לדף/

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($\frac{2}{3}$ נקודות) 66

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. א. מצא את המשוואה של המקום הגאומטרי של הנקודות, שהמרחק של כל אחת מהן

מהישר $-5x + 12y + 13 = 0$, הוא 3.

ב. מהי משוואת המקום הגאומטרי של מרכזי המעגלים המשיקים בשתי נקודות

למקום הגאומטרי שמצאת בסעיף א?

ג. האם ציר ה־y יכול להשיק בנקודה (0,0) לאחד המעגלים שבסעיף ב? נמק.

2. נתונה פירמידה ישרה SABC, שבסיסה ABC

הוא משולש שווה-צלעות.

גובה הפירמידה הוא SO.

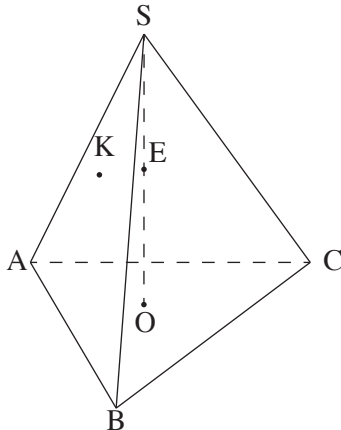
נקודה E היא אמצע SO (ראה ציור).

נקודה F מקיימת: $\vec{SF} = t\vec{SC}$.

נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{OS} = \underline{w}$.

נקודה K מקיימת: $\vec{SK} = \frac{1}{9}\underline{u} - \frac{2}{9}\underline{v} - \frac{2}{3}\underline{w}$.

מצא את הערך של t, אם ידוע שהנקודות E, K, F נמצאות על ישר אחד.



3. א. סרטט במישור גאוס סקיצה של המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים z

$$\text{המקיימים: } |z + 3 - \sqrt{3}i| = \sqrt{3} \text{ . נמק.}$$

ב. המקום הגאומטרי שבסעיף א נפגש עם ציר ה־ x בנקודה z_1 .

נתונה הנקודה $M(-3, \sqrt{3})$. נסמן ב־ O את ראשית הצירים.

המספר המרוכב z_2 נמצא על המקום הגאומטרי שבסעיף א

כך שהמרובע $z_1 M z_2 O$ הוא דלתון.

מצא את הזווית החדה של הדלתון.

ג. (1) מצא את הארגומנט של z_2 .

(2) מבין המספרים המרוכבים z שבסעיף א, מהו המספר שיש לו הארגומנט הגדול ביותר?

מהו ארגומנט זה?

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

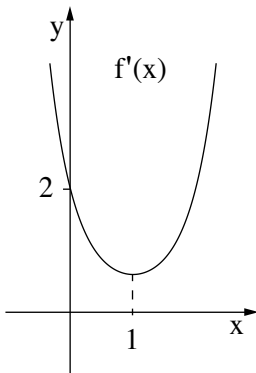
שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. בציור שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, המוגדרת לכל x .

א. על פי הגרף של $f'(x)$

מצא תחומי קעירות כלפי מעלה \cup

וכלפי מטה \cap של הפונקציה $f(x)$, המוגדרת לכל x . נמק.



נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- y בחלקו השלילי.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. נתון גם: $f(x) = (x - a)e^{0.5x^2 - x}$, a הוא פרמטר.

היעזר בנתונים בגרף של $f'(x)$, וחשב את השטח המוגבל

על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הצירים.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \log_4(x^2 + 4x + c)$, c הוא פרמטר.

נתון כי לפונקציה יש אסימפטוטה שמשוואתה $x = -2$.

א. (1) מצא את ערך הפרמטר c .

(2) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

(4) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ב. (1) נתונה הפונקציה $g(x) = -|f(x)|$

סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

(2) עבור אילו ערכים של k יש למשוואה $g(x) = k$ שני פתרונות בלבד?

בהצלחה!

הצעת תשובות לשאלות בחינת הבגרות

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים – $33 \frac{1}{3} \times 2$ – $66 \frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $33 \frac{1}{3} \times 1$ – $33 \frac{1}{3}$ נקודות

סה"כ – 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר

החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשיגים.

שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

שאלה 1

- א. מצא את המשוואה של המקום הגאומטרי של הנקודות, שהמרחק של כל אחת מהן מהישר $-5x + 12y + 13 = 0$, הוא 3.
- ב. מהי משוואת המקום הגאומטרי של מרכזי המעגלים המשיקים בשתי נקודות למקום הגאומטרי שמצאת בסעיף א?
- ג. האם ציר ה- y יכול להשיק בנקודה $(0,0)$ לאחד המעגלים שבסעיף ב? נמק.

תשובה לשאלה 1

- א. מרחק נקודה (x, y) מהישר $-5x + 12y + 13 = 0$ מקיים:

$$\left| \frac{-5x + 12y + 13}{\sqrt{5^2 + 12^2}} \right| = 3$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{-5x + 12y + 13}{13} = 3 \quad \text{או} \quad \frac{5x - 12y - 13}{13} = 3$$

$$\Downarrow$$

$$5x - 12y + 26 = 0 \quad \text{ו} \quad 5x - 12y - 52 = 0$$

המקום הגאומטרי הוא שני ישרים מקבילים שמשוואותיהם:
- ב. המעגלים משיקים לשני הישרים

$$\Downarrow$$

מרחק מרכזי המעגלים מכל ישר הוא 3

$$\Downarrow$$

מרכזי המעגלים מונחים על הישר הנתון בסעיף א

$$\Downarrow$$

משוואת המקום הגאומטרי של מרכזי המעגלים:

$$-5x + 12y + 13 = 0$$

/המשך בעמוד 3/

המשך תשובה לשאלה 1.

ג. אם ציר ה- y משיק למעגל בנקודה $(0, 0)$

אז מרכז המעגל מונח על ציר ה- x במרחק R מציר ה- y ,

ולכן שיעורי המרכז יהיו: $(\pm R, 0)$

רדיוס המעגל הוא $R = 3$, לכן שיעורי המרכז יהיו: $(3, 0)$ או $(-3, 0)$

כדי לבדוק אם המרכזים $(3, 0)$ ו- $(-3, 0)$

נמצאים על המקום הגאומטרי שמצאנו בסעיף ב,

נציב את שיעורי המרכזים במשוואת המקום הגאומטרי, ונקבל: $-5 \cdot 3 + 12 \cdot 0 + 13 \neq 0$, $-5 \cdot (-3) + 12 \cdot 0 + 13 \neq 0$

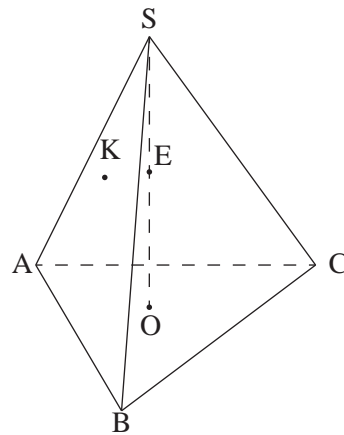
↓

ציר ה- y לא יכול להשיק

לאחד המעגלים בנקודה $(0, 0)$

/המשך בעמוד 4/

שאלה 2



נתונה פירמידה ישרה $SABC$, שבסיסה ABC הוא משולש שווה-צלעות.

גובה הפירמידה הוא SO .

נקודה E היא אמצע SO (ראה ציור).

נקודה F מקיימת: $\vec{SF} = t\vec{SC}$.

נסמן: $\vec{OS} = \underline{w}$, $\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$.

נקודה K מקיימת: $\vec{SK} = \frac{1}{9}\underline{u} - \frac{2}{9}\underline{v} - \frac{2}{3}\underline{w}$.

מצא את הערך של t , אם ידוע שהנקודות F , K ו- E נמצאות על ישר אחד.

תשובה לשאלה 2

F על המקצוע SC ,

ועל פי חיבור וקטורים נקבל:

$$\text{I. } \vec{KE} = -\vec{ES} - \vec{SK}, \quad \text{II. } \vec{KF} = \vec{SF} - \vec{SK}$$

על פי הנתון:

$$\vec{ES} = \frac{1}{2}\underline{w}, \quad \vec{SK} = \frac{1}{9}\underline{u} - \frac{2}{9}\underline{v} - \frac{2}{3}\underline{w}$$

$$\vec{KE} = -\frac{1}{9}\underline{u} + \frac{2}{9}\underline{v} + \frac{1}{6}\underline{w}$$

נציב \vec{ES} ו- \vec{SK} ב-I, ונקבל:

$$\text{III. } \vec{SC} = -\vec{CO} - \vec{OS}$$

על פי חיבור וקטורים:

$$\vec{CO} = \frac{2}{3}\vec{CD}$$

\vec{CO} מונח על התיכון CD במשולש שווה-צלעות

כאשר O מפגש התיכונים ו- D אמצע הצלע AB , לכן:

$$\text{IV. } \vec{CD} = \frac{1}{2}\vec{CA} + \frac{1}{2}\vec{CB}$$

\vec{CD} תיכון במשולש ABC , לכן:

$$\vec{CB} = \underline{u} - \underline{v}$$

על פי חיבור וקטורים:

$$\vec{CD} = -\frac{1}{2}\underline{v} + \frac{1}{2}(\underline{u} - \underline{v}) = \frac{1}{2}\underline{u} - \underline{v}$$

נציב \vec{CB} ו- \vec{CA} ב-IV, ונקבל:

↓

$$\vec{CO} = \frac{1}{3}\underline{u} - \frac{2}{3}\underline{v}$$

מצאנו $\vec{CO} = \frac{2}{3}\vec{CD}$, לכן:

המשך תשובה לשאלה 2.

נציב \vec{CO} ו- \vec{OS} ב- III, ונקבל:

$$\vec{SC} = -\frac{1}{3}\underline{u} + \frac{2}{3}\underline{v} - \underline{w}$$

$$\Downarrow$$

$$\vec{SF} = -\frac{t}{3}\underline{u} + \frac{2t}{3}\underline{v} - t\underline{w}$$

לפי הנתון $\vec{SF} = t\vec{SC}$, לכן:

$$\vec{KF} = -\left(\frac{t}{3} + \frac{1}{9}\right)\underline{u} + \left(\frac{2t}{3} + \frac{2}{9}\right)\underline{v} + \left(\frac{2}{3} - t\right)\underline{w}$$

נציב \vec{SF} ו- \vec{SK} ב- II, ונקבל:

$$\vec{KF} = s\vec{KE}$$

מאחר ש- K, F ו- E על ישר אחד, אז צריך להתקיים:
$$\Downarrow$$

$$\vec{KF} = -\frac{s}{9}\underline{u} + \frac{2s}{9}\underline{v} + \frac{s}{6}\underline{w}$$

$$(1) \quad -\frac{s}{9} = -\left(\frac{t}{3} + \frac{1}{9}\right)$$

על פי יחידות ההצגה של \vec{KF} נקבל:

$$(2) \quad \frac{2}{9}s = \frac{2t}{3} + \frac{2}{9}$$

$$(3) \quad \frac{s}{6} = \frac{2}{3} - t$$

משוואה (1) שקולה למשוואה (2),

$$t = \frac{1}{3}$$

ומהמשוואות (2) ו- (3) מקבלים:

שאלה 3

א. סרטט במישור גאוס סקיצה של המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים z

$$\text{המקיימים: } |z + 3 - \sqrt{3}i| = \sqrt{3}. \text{ נמק.}$$

ב. המקום הגאומטרי שבסעיף א נפגש עם ציר ה- x בנקודה z_1 .

נתונה הנקודה $M(-3, \sqrt{3})$. נסמן ב- O את ראשית הצירים.

המספר המרוכב z_2 נמצא על המקום הגאומטרי שבסעיף א

כך שהמרובע $z_1 M z_2 O$ הוא דלתון.

מצא את הזווית החדה של הדלתון.

ג. (1) מצא את הארגומנט של z_2 .

(2) מבין המספרים המרוכבים z שבסעיף א, מהו המספר שיש לו הארגומנט הגדול ביותר?

מהו ארגומנט זה?

תשובה לשאלה 3

א. נציב $z = x + iy$ במשוואת המקום הגאומטרי:

$$|x + iy + 3 - \sqrt{3}i| = \sqrt{3}$$

↓

$$|x + 3 + (y - \sqrt{3})i| = \sqrt{3}$$

↓

$$\sqrt{(x + 3)^2 + (y - \sqrt{3})^2} = \sqrt{3}$$

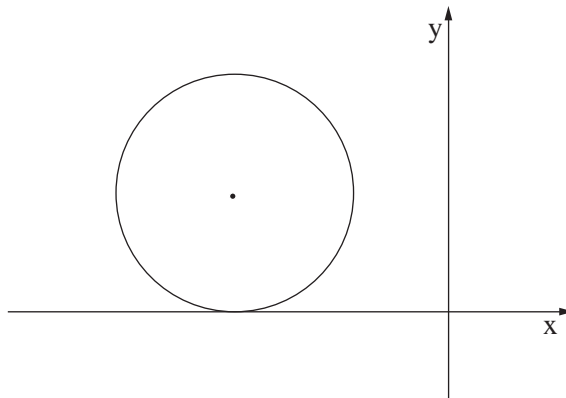
↓

$$(x + 3)^2 + (y - \sqrt{3})^2 = 3$$

↓

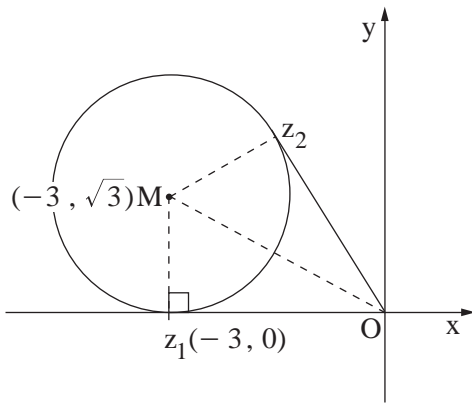
המקום הגאומטרי הוא מעגל שרדיוסו $\sqrt{3}$ ומרכזו $(-3, \sqrt{3})$

↓



המשך תשובה לשאלה 3.

ב. מצאנו בסעיף א כי $M(-3, \sqrt{3})$ מרכז המעגל. Oz_1 משיק למעגל (ראה ציור).



↓

$$\operatorname{tg} \angle MOz_1 = \frac{Mz_1}{|z_1O|} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

↓

$$\angle MOz_1 = 30^\circ$$

$$\angle z_1Oz_2 = 2 \cdot 30^\circ = 60^\circ \quad \text{בדלתון } z_1Mz_2O \text{ מתקיים:}$$

$$\angle z_1Oz_2 = 60^\circ \quad \text{ג. (1) מצאנו:}$$

↓

$$\arg(z_2) = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ \quad \text{לכן: } z_2 \text{ ברביע השני, לכן:}$$

(2) הארגומנט של כל נקודה על המעגל

הוא בין 120° ל- 180° , לכן: לנקודה שבה המעגל משיק לציר ה- x יש הארגומנט הגדול ביותר, שהוא 180°

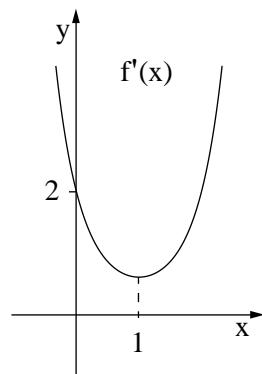
↓

למספר $(-3, 0)$ יש הארגומנט הגדול ביותר

/המשך בעמוד 8/

שאלה 4

בציור שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, המוגדרת לכל x .



א. על פי הגרף של $f'(x)$

מצא תחומי קעירות כלפי מעלה \cup

וכלפי מטה \cap של הפונקציה $f(x)$, המוגדרת לכל x . נמק.

נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- y בחלקו השלילי.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. נתון גם: $f(x) = (x - a)e^{0.5x^2 - x}$, a הוא פרמטר.

היעזר בנתונים בגרף של $f'(x)$, וחשב את השטח המוגבל

על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הצירים.

תשובה לשאלה 4

א. על פי הגרף נקבל:

x	$x < 1$	1	$x > 1$
$f'(x)$	\searrow		\nearrow
$f''(x)$	-	0	+
$f(x)$	\cap		\cup

$f(x)$ קעורה כלפי מטה \cap עבור: $x < 1$

$f(x)$ קעורה כלפי מעלה \cup עבור: $x > 1$

ב. על פי הגרף: $f'(x) > 0$ לכל x

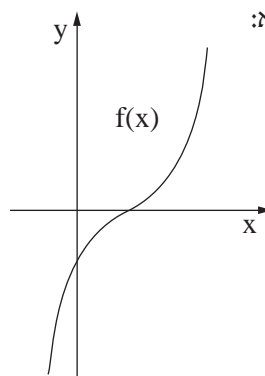
\Downarrow

$f(x)$ מוגדרת לכל x , לכן: $f(x)$ עולה לכל x

\Downarrow

$f(x)$ חותכת את ציר ה- y בחלקו השלילי,

ועל פי תחומי קעירות סקיצה אפשרית של $f(x)$ היא:



המשך תשובה לשאלה 4

$$f'(x) = e^{0.5x^2 - x} + (x - a)e^{0.5x^2 - x}(x - 1) \quad .ג.$$

$$f'(0) = 2 \quad \text{לפי הגרף של } f'(x) :$$

↓

$$2 = e^0 + e^0(-a)(-1) \quad \text{נציב } (0, 2) \text{ ב-} f'(x) \text{, ונקבל:}$$

↓

$$a = 1$$

נציב $a = 1$ בפונקציה $f(x)$

ונמצא את נקודת החיתוך של $f(x)$ עם ציר ה- x :

$$f(x) = 0 \Rightarrow x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$S = - \int_0^1 [(x - 1)e^{0.5x^2 - x}] dx$$

לפי הסקיצה של $f(x)$, השטח המבוקש מתחת לציר ה- x , לכן:

↓

$$S = - [e^{0.5x^2 - x}]_0^1 = -e^{0.5 - 1} + e^0 = 1 - \frac{1}{\sqrt{e}}$$

הנגזרת של $0.5x^2 - x$ היא $x - 1$, לכן:

/המשך בעמוד 10/

שאלה 5

נתונה הפונקציה $f(x) = \log_4(x^2 + 4x + c)$, c הוא פרמטר.

נתון כי לפונקציה יש אסימפטוטה שמשוואתה $x = -2$.

א. (1) מצא את ערך הפרמטר c .

(2) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

(4) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ב. (1) נתונה הפונקציה $g(x) = -|f(x)|$.

סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

(2) עבור אילו ערכים של k יש למשוואה $g(x) = k$ שני פתרונות בלבד?

תשובה לשאלה 5

א. (1) לפונקציה אסימפטוטה $x = -2$

↓

כאשר הערך של x מתקרב ל-2 הביטוי בתוך הלוגריתם מתקרב ל-0

↓

$$(-2)^2 - 4 \cdot 2 + c = 0$$

↓

$$c = 4$$

(2) $f(x)$ מוגדרת עבור: $x^2 + 4x + 4 > 0$

↓

$$x \neq -2$$

↓

$f(x)$ מוגדרת לכל x שונה מ-2

$$f'(x) = \frac{2x + 4}{x^2 + 4x + 4} \cdot \frac{1}{\ln 4} \quad (3)$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x = -2$$

אבל $f(x)$ ו- $f'(x)$ אינן מוגדרות ב-2

x	-3	-2	-1	נבדוק את הסימן של $f'(x)$ בסביבות הנקודה $x = -2$:
$f'(x)$	-		+	
$f(x)$	↘		↗	

$f(x)$ יורדת עבור: $x < -2$

$f(x)$ עולה עבור: $x > -2$

המשך תשובה לשאלה 5

$$f(x) = 0 \Rightarrow x^2 + 4x + 4 = 1 \quad (4)$$

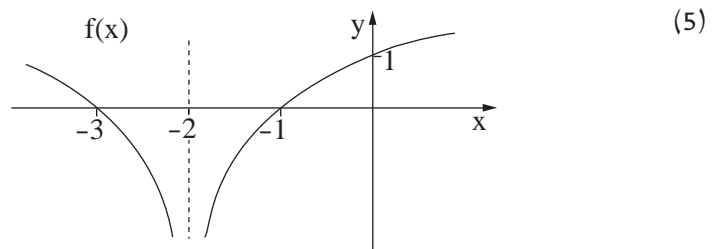
\Downarrow

$$x = -1, x = -3$$

$$x = 0 \Rightarrow f(0) = 1$$

מכאן נקודות החיתוך

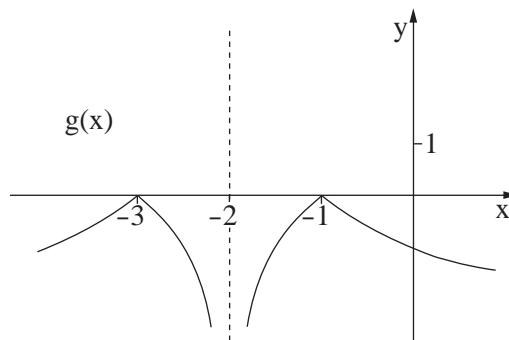
של $f(x)$ עם הצירים הן: $(-1, 0)$ $(-3, 0)$ $(0, 1)$



ב. (1) בתחומים שבהם $f(x)$ שלילית, הערך המוחלט $|f(x)|$ חיובי, ושם $g(x)$ שלילית ומתלכדת עם $f(x)$.

בתחומים שבהם $f(x)$ חיובית, $g(x)$ שלילית ושווה בערכה המוחלט ל- $f(x)$,

כלומר סימטרית ל- $f(x)$ ביחס לציר ה- x , לכן הסרטוט של $g(x)$ הוא:



(2) לפי הגרף הישר $y = k$ חותך את $g(x)$ בשתי נקודות בלבד רק עבור: $k = 0$

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: חורף תשע"ד, 2014
מספר השאלון: 317,035807
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
חומר עזר מותר בשימוש: סה"כ – 100 נקודות
- ג. (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- הערה: קישורית לדוגמאות תשובה לשאלון זה תתפרסם בדף הראשי של אתר משרד החינוך.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

/המשך מעבר לדף/

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים ($\frac{2}{3}$ נקודות) 66

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה — $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. הנקודות $C(x_1, y_1)$ ו- $D(x_2, y_2)$ נמצאות ברביע הראשון על הפרבולה $y^2 = 4x$.

א. (1) הראה כי שיפוע המיתר CD הוא $m = \frac{4}{y_2 + y_1}$.

(2) הנקודה $(x, 3)$ היא אמצע המיתר CD.

מצא את m.

ב. נתון כי מרחק כל נקודה על הפרבולה הנתונה מהישר $x = a$ שווה למרחקה

מהנקודה $(1, 0)$.

מרחק הנקודה C מהישר $x = 2a$ הוא 6.

(1) מהו הערך של a ? נמק.

(2) מצא את משוואת הישר CD.

2. נתונים הווקטורים: $\vec{AD} = \underline{u}$, $\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{w}$ (ראה ציור).

נתון: $\angle DAB = 90^\circ$, $\angle BAC = \angle DAC = 60^\circ$,

$$|\underline{u}| = |\underline{v}| = |\underline{w}| = 2$$

א. האם ייתכן ששלושת הווקטורים \underline{u} , \underline{v} , \underline{w}

נמצאים במישור אחד? נמק.

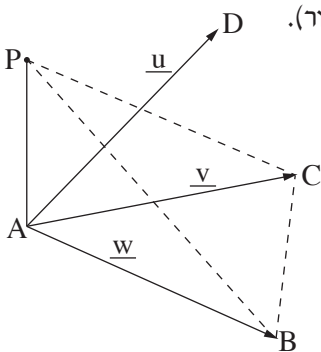
נתון גם כי הווקטור $\vec{AP} = a\underline{u} + b\underline{v} + \underline{w}$

מאונך למישור ABC, a ו- b הם פרמטרים (ראה ציור).

ב. מצא את האורך של \vec{AP} (ערך מספרי).

ג. היעזר בחישובים טריגונומטריים ומצא את הזווית

בין המישור PCB ובין המישור ABC.



3. המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים z מקיים: $|z - 12 - 5i| = 7$.
- המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים $w = x + iy$ מקיים: $\arg(w) = 45^\circ$.
- ($\arg(w)$ היא הזווית בהצגה הקוטבית של w .)
- המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים w חותך את המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים z בנקודות B ו- C .
- א. סרטט באותה מערכת צירים סקיצות של שני המקומות הגאומטריים.
- ב. הנקודות B ו- C מייצגות במישור גאוס את המספרים המרוכבים z_1 ו- z_2 בהתאמה. מצא את $\arg(z_2 \cdot z_1)$.

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

- ענה על אחת מהשאלות 4-5.
- שים לב!** אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = 2e^{\sqrt{x}}$.

א. מצא:

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) את תחומי העלייה והירידה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ב. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה $y = 2 \cdot f'(x)$,

והראה כי נקודה זו נמצאת על גרף הפונקציה $y = f(x^2)$, $x > 0$.

ג. הפונקציות $y = 2 \cdot f'(x)$ ו- $y = f(x^2)$ נפגשות בנקודה אחת בלבד

(הנקודה שמצאת בסעיף ב).

השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי פונקציות אלה ועל ידי הישר $x = a$, $a > 1$,

שווה ל- $8e - 2 \cdot f(a)$.

מצא את הערך של a . תוכל להשאיר ℓ בתשובתך.

5. א. קבלן מציע דירות למכירה בתשלומים חודשיים. בתאריך 1/1/2012 התשלום החודשי עבור הדירה היה 5900 שקל, ובכל חודש התשלום גדל ב- 0.2%. המשכורת החודשית של הן בתאריך 1/1/2012 הייתה 8000 שקל, ובכל חודש היא גדלה ב- 1.2%. הן יכול להתחיל לשלם עבור הדירה רק אחרי התאריך שבו התשלום החודשי עבור הדירה יהיה 60% ממשכורתו החודשית. כעבור כמה חודשים שלמים מהתאריך 1/1/2012 יוכל הן להתחיל לשלם עבור הדירה?

ב. נתונה הפונקציה $f(x) = x^n \cdot \ln(x^n)$. הפרמטר n הוא מספר טבעי וזוגי.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) קבע אם הפונקציה $f(x)$ היא זוגית או אי-זוגית. נמק.

(3) הראה כי יש רק ישר אחד המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ ומקביל לציר ה- x ,

ומצא את משוואתו.

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

בהצלחה!

הצעת תשובות לשאלות בחינת הבגרות

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעותיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,

טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים

$$- \quad - \quad - \quad 33 \frac{1}{3} \times 2 \quad - \quad 66 \frac{2}{3} \text{ נקודות}$$

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

$$- \quad - \quad - \quad 33 \frac{1}{3} \times 1 \quad - \quad 33 \frac{1}{3} \text{ נקודות}$$

$$- \quad - \quad - \quad \text{סה"כ} \quad - \quad 100 \text{ נקודות}$$

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר

החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשיגים.

שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

שאלה 1

הנקודות $C(x_1, y_1)$ ו- $D(x_2, y_2)$ נמצאות ברביע הראשון על הפרבולה $y^2 = 4x$.

א. (1) הראה כי שיפוע המיתר CD הוא $m = \frac{4}{y_2 + y_1}$.

(2) הנקודה $(x, 3)$ היא אמצע המיתר CD.

מצא את m .

ב. נתון כי מרחק כל נקודה על הפרבולה הנתונה מהישר $x = a$ שווה למרחקה

מהנקודה $(1, 0)$.

מרחק הנקודה C מהישר $x = 2a$ הוא 6.

(1) מהו הערך של a ? נמק.

(2) מצא את משוואת הישר CD.

תשובה לשאלה 1

א. (1) שיפוע הישר CD מקיים: $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

שיעורי ה- x של הנקודות C ו- D מקיימים: $x_1 = \frac{(y_1)^2}{4}$, $x_2 = \frac{(y_2)^2}{4}$

מהצבת שיעורי ה- x של C ו- D בשיפוע נקבל: $m = \frac{4(y_1 - y_2)}{(y_1)^2 - (y_2)^2}$

\Downarrow

$$m = \frac{4}{y_1 + y_2}$$

(2) על פי הנתון אמצע קטע CD הוא בנקודה: $(x, 3)$

\Downarrow

$$3 = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

שיעורי ה- y של הנקודות C ו- D מקיימים:

\Downarrow

$$y_1 + y_2 = 6$$

\Downarrow

$$m = \frac{2}{3}$$

מהצבת $y_1 + y_2 = 6$ בשיפוע CD נקבל:

המשך תשובה לשאלה 1.

ב. (1) ההגדרה של פרבולה היא:

המקום הגאומטרי של הנקודות הנמצאות
במרחק שווה מנקודה קבועה ומישר קבוע.

$$\Downarrow$$

הנקודה (1, 0) היא מוקד הפרבולה הנתונה
והישר $x = a$ הוא מדריך הפרבולה הנתונה.

משוואת המדריך של הפרבולה

$$x = -\frac{2}{2} = -1$$

הנתונה, $y^2 = 2 \cdot 2x$, היא:
$$\Downarrow$$

$$a = -1$$

$$(2) \text{ מרחק הנקודה } C \text{ מהישר } x = 2a : 6 = |x_1 - 2a|$$

$$\Downarrow$$

$$6 = x_1 + 2 \quad \text{לכן, } a = -1 \text{ ומצאנו כי } x_1 > 0$$

$$\Downarrow$$

$$x_1 = 4$$

$$\Downarrow$$

שיעור ה־y של הנקודה C

$$y_1 = \sqrt{4 \cdot 4} = 4$$

הנמצאת ברביע הראשון:

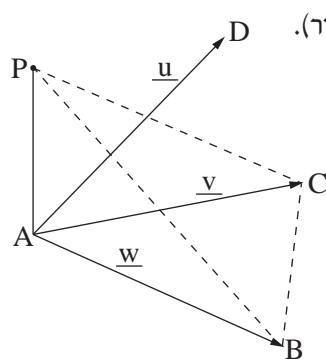
מצאנו כי $m = \frac{2}{3}$ ו־ $C(4, 4)$,

$$y - 4 = \frac{2}{3}(x - 4) \quad \text{לכן משוואת הישר } CD :$$

$$\Downarrow$$

$$y = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$$

שאלה 2



נתונים הווקטורים: $\vec{AD} = \underline{u}$, $\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{w}$ (ראה ציור).

נתון: $\angle DAB = 90^\circ$, $\angle BAC = \angle DAC = 60^\circ$,

$$|\underline{u}| = |\underline{v}| = |\underline{w}| = 2$$

א. האם ייתכן ששלושת הווקטורים \underline{u} , \underline{v} , \underline{w}

נמצאים במישור אחד? נמק.

נתון גם כי הווקטור $\vec{AP} = a\underline{u} + b\underline{v} + \underline{w}$

מאונך למישור ABC, a ו- b הם פרמטרים (ראה ציור).

ב. מצא את האורך של \vec{AP} (ערך מספרי).

ג. היעזר בחישובים טריגונומטריים ומצא את הזווית

בין המישור PCB ובין המישור ABC.

תשובה לשאלה 2

א. לפי הנתון: $\angle DAB = 90^\circ$

אם שלושת הווקטורים במישור אחד

אז צריך להתקיים: $\angle DAB = \angle BAC + \angle DAC = 120^\circ$ (או: $60^\circ = \angle BAC = \angle DAB + \angle DAC$)

מכאן: שלושת הווקטורים לא במישור אחד

ב. \vec{AP} מאונך למישור ABC, לכן מאונך לכל ווקטור במישור, ומתקיים:

$$\vec{AP} \cdot \underline{v} = 0$$

$$\vec{AP} \cdot \underline{w} = 0$$

↓

↓

$$a|\underline{u}| \cdot |\underline{v}| \cdot \frac{1}{2} + b|\underline{v}|^2 + |\underline{w}| \cdot |\underline{v}| \cdot \frac{1}{2} = 0$$

$$b|\underline{v}| \cdot |\underline{w}| \cdot \frac{1}{2} + |\underline{w}|^2 = 0$$

↓

↓

$$2a + 4b + 2 = 0$$

$$2b + 4 = 0$$

↓

$$a = 3, \quad b = -2$$

$$|\vec{AP}|^2 = (3\underline{u} - 2\underline{v} + \underline{w}) \cdot (3\underline{u} - 2\underline{v} + \underline{w})$$

אורך \vec{AP} מקיים:

↓

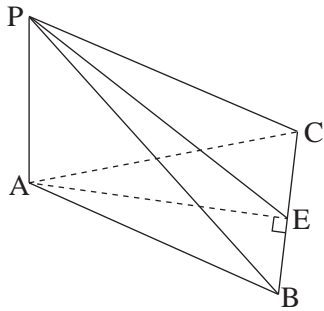
$$|\vec{AP}|^2 = 24$$

↓

$$|\vec{AP}| = 2\sqrt{6}$$

אורך \vec{AP} הוא:

המשך תשובה לשאלה 2.



ג. הזווית בין המישור PCB ובין המישור ABC היא זווית בין שני ישרים במישורים אלה המאונכים לישר החיתוך.

$\triangle PCB$ הוא שווה-שוקיים, $PB = PC$ (נובע מהנתונים).

$\triangle ABC$ הוא שווה-צלעות (על פי הנתון).

לכן אם E אמצע CB אזי $\angle PEA$ היא הזווית המבוקשת.

במשולש ישר-הזווית PEA מתקיים: $\text{tg } \angle PEA = \frac{PA}{AE}$

במשולש ישר-הזווית AEB מתקיים: $AE = AB \sin 60^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

מהצבת $AE = \sqrt{3}$ ו- $PA = 2\sqrt{6}$

ב- $\text{tg } \angle PEA$ נקבל: $\text{tg } \angle PEA = \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$

↓

$\angle PEA = 70.53^\circ$

/המשך בעמוד 6/

שאלה 3

- המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים z מקיים: $|z - 12 - 5i| = 7$.
- המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים $w = x + iy$ מקיים: $\arg(w) = 45^\circ$.
- ($\arg(w)$ היא הזווית בהצגה הקוטבית של w .)
- המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים w חותך את המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים z בנקודות B ו- C .
- א. סרטט באותה מערכת צירים סקיצות של שני המקומות הגאומטריים.
- ב. הנקודות B ו- C מייצגות במישור גאוס את המספרים המרוכבים z_1 ו- z_2 בהתאמה. מצא את $\arg(z_2 \cdot z_1)$.

תשובה לשאלה 3

- א. לפי הנתון המקום הגאומטרי של המספרים $z = x + iy$ מקיים:

$$|x - 12 + (y - 5)i| = 7$$

⇓

$$\sqrt{(x - 12)^2 + (y - 5)^2} = 7$$

⇓

$$(x - 12)^2 + (y - 5)^2 = 49$$

⇓

המקום הגאומטרי של המספרים z הוא מעגל שמרכזו $(12, 5)$ ורדיוסו 7

לפי ההגדרה של הערך המוחלט:

- לפי הנתון המספרים $w = x + iy$ יוצרים עם הכיוון החיובי של ציר ה- x זווית של 45° ומקיימים:

$$y > 0, x > 0 \quad \operatorname{tg} 45^\circ = \frac{y}{x}$$

⇓

$$1 = \frac{y}{x}$$

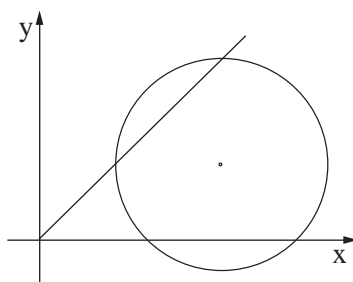
⇓

$$y = x$$

⇓

המקום הגאומטרי של המספרים w הוא ישר ברביע הראשון

מכאן:



המשך תשובה לשאלה 3.

ב. הארגומנט של B הוא 45° והארגומנט של C הוא 45° (נמצאים על המקום הגאומטרי)

$$\Downarrow$$

$$z_1 = R_1 \operatorname{cis} 45^\circ, \quad z_2 = R_2 \operatorname{cis} 45^\circ$$

$$\Downarrow$$

$$z_1 \cdot z_2 = R_1 \cdot R_2 \operatorname{cis}(45^\circ + 45^\circ)$$

$$\Downarrow$$

$$\arg(z_1 \cdot z_2) = 45^\circ + 45^\circ$$

$$\Downarrow$$

$$\arg(z_1 \cdot z_2) = 90^\circ$$

/המשך בעמוד 8/

שאלה 4

נתונה הפונקציה $f(x) = 2e^{\sqrt{x}}$.

א. מצא:

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) את תחומי העלייה והירידה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ב. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה $y = 2 \cdot f'(x)$,

והראה כי נקודה זו נמצאת על גרף הפונקציה $y = f(x^2)$, $x > 0$.

ג. הפונקציות $y = 2 \cdot f'(x)$ ו- $y = f(x^2)$ נפגשות בנקודה אחת בלבד (הנקודה שמצאת בסעיף ב).

השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי פונקציות אלה ועל ידי הישר $x = a$, $a > 1$, שווה ל- $8e - 2 \cdot f(a)$.

מצא את הערך של a . תוכל להשאיר ℓ בתשובתך.

תשובה לשאלה 4

א. (1) תחום הגדרה של $f(x)$: $x \geq 0$

$$\text{לכל } x > 0 \quad f'(x) = 2e^{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} \quad (2)$$

↓

$$f''(x) = \frac{\frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}} \cdot \sqrt{x} - e^{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}}{x} = \frac{e^{\sqrt{x}}(\sqrt{x} - 1)}{2x\sqrt{x}}$$

$$\text{עבור } x > 0 : x = 1 \Rightarrow \sqrt{x} - 1 = 0 \Rightarrow f''(x) = 0$$

x	$0 < x < 1$	1	$x > 1$
$f''(x)$	-	0	+
$f'(x)$	↘	e	↗

$f'(x)$ עולה עבור: $x > 1$

$f'(x)$ יורדת עבור: $0 < x < 1$

המשך תשובה לשאלה 4.

ב. לפי הטבלה שבתת-סעיף א(2) לפונקציה $f'(x)$ יש קיצון בנקודה: $(1, e)$

לכן, לפונקציה $y = 2f'(x)$ יש קיצון בנקודה: $(1, 2e)$

הפונקציה $y = f(x^2)$, $x > 0$, היא: $y = 2e^{\sqrt{x^2}} = 2e^x$

↓

נציב $x = 1$ בפונקציה $y = f(x^2)$ ונקבל: $y = 2e$

↓

הנקודה $(1, 2e)$ נמצאת גם על גרף הפונקציה $y = f(x^2)$

ג. לפי סעיף ב נקודת המפגש בין שתי הפונקציות $y = 2f'(x)$ ו- $y = f(x^2)$ היא: $(1, 2e)$

מצאנו: $y = f(x^2) = 2e^x$, $y = 2f'(x) = \frac{2e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$

עבור $x > 1$: $2e^x > \frac{2e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$

↓

הגרף של $f(x^2)$ מעל לגרף של $2f'(x)$

↓

השטח מקיים: $S = \int_1^a [f(x^2) - 2f'(x)] dx$

↓

$S = \int_1^a [2e^x - 2f'(x)] dx = [2e^x - 2 \cdot f(x)]_1^a = 2e^a - 2f(a) - 2e + 2f(1)$

↓

לפי הנתון: $8e - 2f(a) = 2e^a - 2f(a) - 2e + 4e \Rightarrow e^a = 3e$

↓

$a = \ln(3e)$

שאלה 5

א. קבלן מציע דירות למכירה בתשלומים חודשיים. בתאריך 1/1/2012 התשלום החודשי עבור הדירה היה 5900 שקל, ובכל חודש התשלום גדל ב- 0.2%. המשכורת החודשית של רן בתאריך 1/1/2012 הייתה 8000 שקל, ובכל חודש היא גדלה ב- 1.2%. רן יכול להתחיל לשלם עבור הדירה רק אחרי התאריך שבו התשלום החודשי עבור הדירה יהיה 60% ממשכורתו החודשית. כעבור כמה חודשים שלמים מהתאריך 1/1/2012 יוכל רן להתחיל לשלם עבור הדירה?

ב. נתונה הפונקציה $f(x) = x^n \cdot \ln(x^n)$. הפרמטר n הוא מספר טבעי וזוגי.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) קבע אם הפונקציה $f(x)$ היא זוגית או אי-זוגית. נמק.

(3) הראה כי יש רק ישר אחד המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ ומקביל לציר ה- x ,

ומצא את משוואתו.

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

תשובה לשאלה 5

א. כעבור x חודשים המשכורת של רן תהיה: $M(x) = 8000 \cdot 1.012^x$

והתשלום החודשי עבור הדירה יהיה: $N(x) = 5900 \cdot 1.002^x$

צריך להתקיים: $0.6M(x) = N(x)$

↓

$$8000 \cdot 1.012^x \cdot 0.6 = 5900 \cdot 1.002^x$$

↓

$$\left(\frac{1.012}{1.002}\right)^x = \frac{5900}{8000 \cdot 0.6}$$

↓

$$x = 20.78$$

על ידי הפעלת \ln על שני האגפים נקבל:

↓

כעבור 21 חודשים רן יוכל לשלם

המשך תשובה לשאלה 5.

ב. (1) לפי הנתון:

n זוגי

⇓

$$x^n > 0 \text{ לכל } x \neq 0$$

⇓

f(x) מוגדרת לכל $x \neq 0$

$$f(x) = x^n \cdot \ln(x^n) \quad (2)$$

⇓

$$f(-x) = (-x)^n \cdot \ln(-x)^n$$

⇓

$$(-x)^n = x^n \quad n \text{ זוגי, לכן:}$$

⇓

$$f(-x) = x^n \ln(x)^n$$

⇓

$$f(-x) = f(x)$$

⇓

f(x) פונקציה זוגית

$$f'(x) = nx^{n-1} \cdot \ln(x)^n + x^n \cdot \frac{nx^{n-1}}{x^n} = nx^{n-1}(\ln(x)^n + 1) \quad (3)$$

$$x \neq 0, f'(x) = 0 \Rightarrow \ln(x)^n + 1 = 0 \quad \text{שיפוע הישר הוא אפס:}$$

⇓

$$x^n = e^{-1} \quad \text{שיעורי ה-} x \text{ של נקודות ההשקה מקיימים:}$$

⇓

$$x = \pm e^{-\frac{1}{n}} \quad n \text{ זוגי, לכן שיעורי ה-} x \text{ של הנקודות, שבהן הישר משיק לגרף הפונקציה, הם:}$$

$$f(x) = f(-x) \quad \text{מצאנו:}$$

⇓

$$f(e^{-\frac{1}{n}}) = f(-e^{-\frac{1}{n}})$$

⇓

$$y = -e^{-1} \quad \text{משוואת המשיק:}$$

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
 ב. בגרות לנבחנים אקסטראניים
 מועד הבחינה: תשע"ג, מועד ב
 מספר השאלון: 317, 035807
 נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
 פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
 פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
 מספרים מרוכבים — $33\frac{1}{3} \times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות
 גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות — $33\frac{1}{3} \times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות
 סה"כ — 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
 (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
 (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
 (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
 הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
 (3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- הערה: קישורית לדוגמאות תשובה לשאלון זה תתפרסם בדף הראשי של אתר משרד החינוך.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

המשך מעבר לדף ◀

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונות הנקודות $A(-a, 0)$ ו- $B(a, 0)$, $a > 0$.

המקום הגאומטרי של כל הנקודות שמרחקן מהנקודה A גדול פי 2 ממרחקן מהנקודה B

זהה למקום הגאומטרי של מספרים מרוכבים z המקיימים $|z + b| = 4$.

a ו- b הם פרמטרים ממשיים.

א. מצא את הערך של a ואת הערך של b .

ב. מלבן TNEF, שצלעותיו מקבילות לצירים, חסום במקום הגאומטרי המתואר בפתח.

שיעורי ה- y של הקדקודים E ו- F קטנים מ- 0.

המספר המרוכב $z = 2 + iy$ מייצג את הקדקוד T של המלבן.

הנקודה C נמצאת על ציר ה- x כך ש- $\vec{CN} \cdot \vec{CF} = -16$.

מצא את השיעורים של הנקודה C .

2. הישר ℓ עובר דרך הנקודות $A(0, 0, 1)$ ו- $B(1, 1, 0)$.

הישר מאונך למישור π_1 , וחותר את המישור בנקודה D .

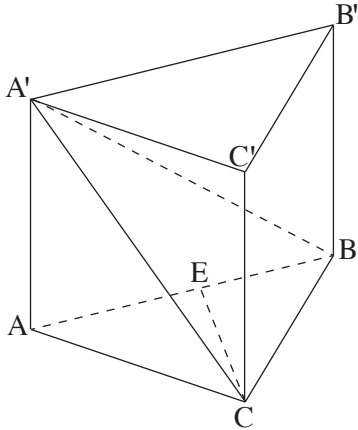
המישור π_1 עובר דרך ראשית הצירים O .

א. מצא את שטח המשולש OAD .

ב. (1) המישור π_2 מכיל את ציר ה- x ומקביל לישר ℓ .

מצא את הזווית בין הישר ℓ ובין ישר החיתוך שבין המישור π_1 למישור π_2 .

(2) מצא את המרחק של הישר ℓ מישר החיתוך שבין המישור π_1 למישור π_2 .



3. נתונה מנסרה ישרה $ABCA'B'C'$

שבסיסה משולש שווה-צלעות.

הנקודה E נמצאת על המקצוע AB

כך ש- $AE = kAB$ ($0 < k < 1$).

א. נתון כי הזווית בין המישור $A'EC$

למישור ABC היא הזווית $A'EA$.

מצא את הערך של k.

נתון: $AC = 2$, $\angle A'EA = 45^\circ$.

הזווית בין המישור $A'EC$ למישור ABC היא $\angle A'EA$.

ב. חשב את הזווית בין המישור ABC למישור $A'BC$.

נקודה F נמצאת על המישור $A'BC$ (לאו דווקא על BC) כך ש- \vec{AF} מאונך ל- \vec{BC} ,

ומתקיים: $\vec{A'F} = t\vec{A'C} + m\vec{A'B}$.

ג. סמן: $\vec{AA'} = \underline{w}$, $\vec{AC} = \underline{u}$, $\vec{AB} = \underline{v}$, והוכח כי $t = m$.

◀ המשך בעמוד 4

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. א. נתונות הפונקציות: $f(x) = e^{-ax}$, $g(x) = e^{ax}$, $a > 0$.

(1) סמן במערכת צירים את השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$

והישר $x = \frac{1}{a}$ ואת השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$

והישר $x = -\frac{1}{a}$.

(2) השטחים שסימנת בתת-סעיף א (1) מסתובבים סביב ציר ה- x .

הבע כפונקציה של a את הנפח הכולל של גוף הסיבוב שנוצר, $V(a)$.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $V(a)$.

ב. בתאריך 1/1/2005 הופקד בבנק א' סכום כסף מסוים, ובאותו תאריך הופקד גם בבנק ב'

אותו סכום כסף. בכל אחד מהבנקים סכום הכסף שהופקד גדל כל שנה באחוז קבוע.

כעבור 7 שנים היו בבנק א' 12,298 שקלים, ובבנק ב' היו 13,162 שקלים.

כעבור כמה שנים מהתאריך 1/1/2005 יהיה בבנק ב' סכום כסף הגדול ב- 25% מסכום

הכסף שיהיה בבנק א'?

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{kx}{\ln x}$, k הוא פרמטר שונה מ-0.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) מצא עבור אילו ערכים של k לפונקציה $f(x)$ יש מקסימום.

נתון כי בתחום $x > 1$ הפונקציה $f(x)$ מקבלת את כל הערכים $y \leq -2$ ורק אותם.

(2) מצא את הערך של k .

(3) נתון גם כי הישר $x = 1$ הוא האסימפטוטה היחידה של הפונקציה $f(x)$.

סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בכל תחום הגדרתה.

ג. מבין המשיקים לגרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $x > 1$, מצא את נקודת ההשקה של המשיק

ששיפועו מינימלי.

בהצלחה!

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: תשע"ג, מועד ב
מספר השאלון: 317,035807

הצעת תשובות לשאלות בחינת הבגרות

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים – $33 \frac{1}{3} \times 2$ – $66 \frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $33 \frac{1}{3} \times 1$ – $33 \frac{1}{3}$ נקודות

סה"כ – 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר

החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשיגים.

שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

שאלה 1

נתונות הנקודות $A(-a, 0)$ ו- $B(a, 0)$, $a > 0$.

המקום הגאומטרי של כל הנקודות שמרחקן מהנקודה A גדול פי 2 ממרחקן מהנקודה B

זהה למקום הגאומטרי של מספרים מרוכבים z המקיימים $|z + b| = 4$.

a ו- b הם פרמטרים ממשיים.

א. מצא את הערך של a ואת הערך של b .

ב. מלבן TNEF, שצלעותיו מקבילות לצירים, חסום במקום הגאומטרי המתואר בפתח.

שיעורי ה- y של הקדקודים E ו- F קטנים מ- 0.

המספר המרוכב $z = 2 + iy$ מייצג את הקדקוד T של המלבן.

הנקודה C נמצאת על ציר ה- x כך ש- $\vec{CN} \cdot \vec{CF} = -16$.

מצא את השיעורים של הנקודה C.

תשובה לשאלה 1

א. נסמן ב- $P(x, y)$ נקודה שמרחקה מ- $A(-a, 0)$

גדול פי 2 ממרחקה ב- $B(a, 0)$

$$(PA)^2 = 4(PB)^2 \quad \text{ונרשום על סמך הנתון:}$$

↓

$$(x + a)^2 + y^2 = 4(x - a)^2 + 4y^2$$

↓

$$\text{I. } (x - \frac{5}{3}a)^2 + y^2 = \frac{16a^2}{9} \quad \text{משוואת המקום הגאומטרי מובעת באמצעות } a:$$

נסמן $z = x + iy$ (x ו- y ממשיים) ולפי

$$|x + iy + b| = 4 \quad \text{המשוואה הנתונה של המקום הגאומטרי נקבל:}$$

↓

$$\text{II. } (x + b)^2 + y^2 = 4^2$$

מאחר שמשוואה I צריכה להיות

$$\frac{16a^2}{9} = 4^2, \quad b = -\frac{5}{3}a \quad \text{זהה למשוואה II, נקבל:}$$

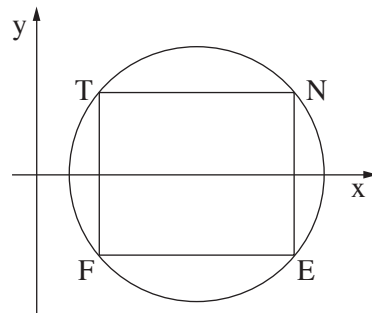
↓

$$(a > 0) \quad a = 3, \quad b = -5$$

המשך תשובה לשאלה 1.

$$(x - 5) + y^2 = 16$$

ב. לפי סעיף א משוואת המקום הגאומטרי היא:



מאחר ששיעורי ה- y של E ו- F הם שליליים, שיעורי ה- y של T ו- N הם חיוביים, כמתואר בציור שלפניך:

$$y = \sqrt{7} \quad T(2, y) \text{ על המעגל, לכן שיעור ה- } y \text{ של } T :$$

↓

$$T(2, \sqrt{7}), N(8, \sqrt{7}), E(8, -\sqrt{7}), F(2, -\sqrt{7}) \quad \text{שיעורי הקדקודים של המלבן:}$$

↓

$$\vec{CN} = (8 - x, \sqrt{7}), \quad \vec{CF} = (2 - x, -\sqrt{7}) \quad \text{נסמן } C(x, 0) \text{ ונקבל:}$$

↓

$$(8 - x, \sqrt{7}) \cdot (2 - x, -\sqrt{7}) = -16 \quad \text{בהסתמך על הנתון } \vec{CN} \cdot \vec{CF} = -16 \text{ נקבל:}$$

↓

$$x^2 - 10x + 25 = 0$$

↓

$$x = 5$$

↓

$$C(5, 0)$$

שאלה 2

הישר l עובר דרך הנקודות $A(0, 0, 1)$ ו- $B(1, 1, 0)$.

הישר מאונך למישור π_1 , וחותך את המישור בנקודה D .

המישור π_1 עובר דרך ראשית הצירים O .

א. מצא את שטח המשולש OAD .

ב. (1) המישור π_2 מכיל את ציר ה- x ומקביל לישר l .

מצא את הזווית בין הישר l ובין ישר החיתוך שבין המישור π_1 למישור π_2 .

(2) מצא את המרחק של הישר l מישר החיתוך שבין המישור π_1 למישור π_2 .

תשובה לשאלה 2

א. הצגה אלגברית של הישר l העובר

דרך $A(0, 0, 1)$ ו- $B(1, 1, 0)$:

$$l: \underline{x} = (0, 0, 1) + t(1, 1, -1)$$

\Downarrow

$$(1, 1, -1)$$

לכן נורמל של π_1 הוא:

\Downarrow

$$\pi_1: x + y - z = 0$$

π_1 עובר דרך הראשית, לכן המשוואה של π_1 היא:

\Downarrow

$$D(t, t, 1-t)$$

הנקודה D שבמישור π_1 מקיימת:

$$D\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

מהצבת $D(t, t, 1-t)$ במשוואת המישור π_1 נקבל:

\Downarrow

$$|\vec{OD}| = \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\vec{AD} = \vec{OD} - \vec{OA} = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\right)$$

הווקטור \vec{AD} מקיים:

\Downarrow

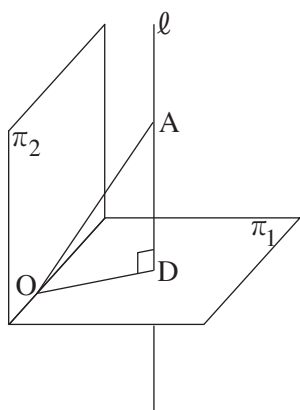
$$|\vec{AD}| = \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$S_{\triangle OAD} = \frac{1}{2} |\vec{AD}| \cdot |\vec{OD}|$$

שטח משולש OAD (ראה ציור):

\Downarrow

$$S_{\triangle OAD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{6}$$



המשך תשובה לשאלה 2.

ב. (1) דרך I

הישר l מאונך ל- π_1 , לכן:

הישר l מאונך לכל ישר הכלול ב- π_1

↓

l מאונך לישר החיתוך שבין π_1 ל- π_2

דרך II

המשוואה של המישור π_2

המכיל את וקטור הכיוון של l : $(1, 1, -1)$,

את וקטור הכיוון של ציר ה- x : $(1, 0, 0)$

ואת ראשית הצירים, היא:

$$\pi_2: y + z = 0$$

מצאנו כי משוואת המישור π_1 היא:

$$\pi_1: x + y - z = 0$$

לכן ישר החיתוך עם מישור π_1 הוא:

$$u(2, -1, 1)$$

$$\cos \alpha = \frac{(2, -1, 1) \cdot (1, 1, -1)}{\sqrt{2^2 + 1 + 1} \cdot \sqrt{1 + 1 + 1}} = 0$$

הזווית בין הישר l לישר החיתוך:

↓

$$\alpha = 90^\circ$$

(2) מאחר ש- l מקביל ל- π_2 , המרחק המבוקש הוא המרחק של נקודה על l מהמישור π_2 .

לפי ב(1) משוואת π_2 היא:

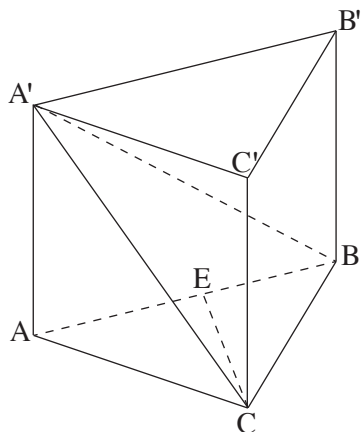
$$\pi_2: y + z = 0$$

↓

$$\frac{|(0, 1, 1) \cdot (0, 0, 1)|}{\sqrt{1 + 1} \cdot \sqrt{1}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

מרחק $A(0, 0, 1)$ מהמישור π_2 :

שאלה 3



נתונה מנסרה ישרה $ABCA'B'C'$ שבסיסה משולש שווה-צלעות. הנקודה E נמצאת על המקצוע AB כך ש- $AE = kAB$ ($0 < k < 1$).
 א. נתון כי הזווית בין המישור $A'EC$ למישור ABC היא הזווית $A'EA$. מצא את הערך של k.
 נתון: $AC = 2$, $\angle A'EA = 45^\circ$.

הזווית בין המישור $A'EC$ למישור ABC היא $\angle A'EA$.
 ב. חשב את הזווית בין המישור ABC למישור $A'BC$.

נקודה F נמצאת על המישור $A'BC$ (לאו דווקא על BC) כך ש- \vec{AF} מאונך ל- \vec{BC} , ומתקיים: $\vec{A'F} = t\vec{A'C} + m\vec{A'B}$.
 ג. סמן: $\vec{AA'} = \underline{w}$, $\vec{AC} = \underline{u}$, $\vec{AB} = \underline{v}$, והוכח כי $t = m$.

תשובה לשאלה 3

א. EC הוא ישר החיתוך בין המישור $A'EC$ למישור ABC, לכן צריך להתקיים:

$$\begin{aligned}
 &AE \perp EC, \quad A'E \perp EC \\
 &\Downarrow \\
 &EC \text{ גובה במשולש שווה-צלעות } ABC \\
 &\Downarrow \\
 &EC \text{ תיכון במשולש שווה-צלעות } ABC \\
 &\Downarrow \\
 &E \text{ אמצע } AB \\
 &\Downarrow \\
 &k = \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

המשך תשובה לשאלה 3.

ב. אם נסמן ב-P את אמצע BC, אז הזווית

בין המישור ABC למישור A'BC היא:

$$\sphericalangle A'PA$$

$$\text{tg } \sphericalangle A'PA = \frac{AA'}{AP} \quad \text{במשולש } A'PA \text{ מתקיים:}$$

$$AP = \sqrt{3} \quad \text{לפי הנתונים במשולש } ABC \text{ מקבלים:}$$

$$\sphericalangle AA'E = \sphericalangle A'EA = 45^\circ \quad \text{לפי הנתונים במשולש } A'EA \text{ מתקיים:}$$

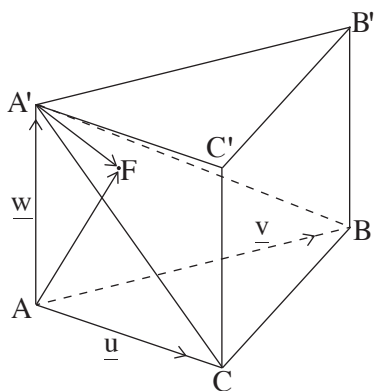
↓

$$AA' = AE = \frac{1}{2}AC = 1$$

$$\text{tg } \sphericalangle A'PA = \frac{AA'}{AP} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{מכאן:}$$

↓

$$\sphericalangle A'PA = 30^\circ$$



$$\vec{A'C} = \underline{u} - \underline{w}, \quad \vec{A'B} = \underline{v} - \underline{w} \quad \text{ג. על פי הנתונים מקבלים:}$$

↓

$$\vec{A'F} = t(\underline{u} - \underline{w}) + m(\underline{v} - \underline{w})$$

↓

$$\vec{AF} = \underline{w} + \vec{A'F} = t\underline{u} + m\underline{v} - (t + m - 1)\underline{w}$$

$$\vec{BC} = \underline{u} - \underline{v} \quad \text{על פי הנתונים מקבלים:}$$

$$\vec{AF} \cdot \vec{BC} = t|\underline{u}|^2 - m|\underline{v}|^2 - t|\underline{u}| \cdot |\underline{v}| \cos 60^\circ + m|\underline{v}| \cdot |\underline{u}| \cos 60^\circ = 0 \quad \text{לכן, } \vec{AF} \perp \vec{BC}$$

↓

$$t|\underline{u}|^2 - m|\underline{u}|^2 - \frac{1}{2}t|\underline{u}|^2 + \frac{1}{2}m|\underline{u}|^2 = 0 \quad \text{מאחר ש- } |\underline{u}| = |\underline{v}| \neq 0 \text{ , מקבלים:}$$

↓

$$t = m$$

שאלה 4

א. נתונות הפונקציות: $f(x) = e^{-ax}$, $g(x) = e^{ax}$, $a > 0$.

(1) סמן במערכת צירים את השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$

והישר $x = \frac{1}{a}$ ואת השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ והישר $x = -\frac{1}{a}$.

(2) השטחים שסימנת בתת-סעיף א (1) מסתובבים סביב ציר ה- x .

הבע כפונקציה של a את הנפח הכולל של גוף הסיבוב שנוצר, $V(a)$.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $V(a)$.

ב. בתאריך 1/1/2005 הופקד בבנק א' סכום כסף מסוים, ובאותו תאריך הופקד גם בבנק ב' אותו סכום כסף. בכל אחד מהבנקים סכום הכסף שהופקד גדל כל שנה באחוז קבוע.

כעבור 7 שנים היו בבנק א' 12,298 שקלים, ובבנק ב' היו 13,162 שקלים.

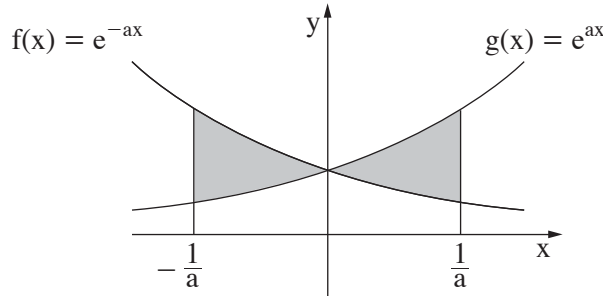
כעבור כמה שנים מהתאריך 1/1/2005 יהיה בבנק ב' סכום כסף הגדול ב- 25% מסכום

הכסף שיהיה בבנק א'?

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

תשובה לשאלה 4

א. (1)



(2) מאחר שהשטח האפור שבציור סימטרי ביחס לציר ה- y ,

הנפח $V(a)$ הוא פעמיים נפח גוף הסיבוב

שבגבולות בין 0 ל- $\frac{1}{a}$:

$$V(a) = 2\pi \int_0^{\frac{1}{a}} e^{2ax} dx - 2\pi \int_0^{\frac{1}{a}} e^{-2ax} dx$$

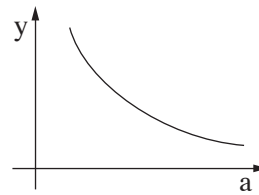
⇓

$$V(a) = 2\pi \left[\frac{1}{2a} e^{2ax} + \frac{1}{2a} e^{-2ax} \right]_0^{\frac{1}{a}}$$

⇓

$$V(a) = \frac{\pi(e^2 + e^{-2} - 2)}{a}$$

המשך תשובה לשאלה 4.

א. (3) עבור $a > 0$ הגרף הוא:

ב. כעבור 7 שנים סכום הכסף בבנק א':

I. $12,298 = M_0 \cdot q^7$

כעבור 7 שנים סכום הכסף בבנק ב':

II. $13,162 = M_0 \cdot a^7$

מ- I ו- II מקבלים:

$$\frac{12,298}{13,162} = \left(\frac{q}{a}\right)^7$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{q}{a} = \left(\frac{12,298}{13,162}\right)^{\frac{1}{7}}$$

כעבור x שנים, כאשר סכום הכסף בבנק ב'

יהיה גדול ב- 25% מסכום הכסף בבנק א', יתקיים:

$$1.25 \cdot M_0 \cdot q^x = M_0 \cdot a^x$$

$$\Downarrow$$

III. $\left(\frac{q}{a}\right)^x = \frac{1}{1.25}$

מהצבת $\frac{q}{a}$ במשוואה III נקבל:

$$\left(\frac{12,298}{13,162}\right)^{\frac{x}{7}} = \frac{1}{1.25}$$

$$\Downarrow$$

$$x = 7 \cdot \frac{\ln \frac{1}{1.25}}{\ln \frac{12,298}{13,162}} = 23.0 \text{ שנים}$$

שאלה 5

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{kx}{\ln x}$, k הוא פרמטר שונה מ-0.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) מצא עבור אילו ערכים של k לפונקציה $f(x)$ יש מקסימום.

נתון כי בתחום $x > 1$ הפונקציה $f(x)$ מקבלת את כל הערכים $y \leq -2$ ורק אותם.

(2) מצא את הערך של k .

(3) נתון גם כי הישר $x = 1$ הוא האסימפטוטה היחידה של הפונקציה $f(x)$.

סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בכל תחום הגדרתה.

ג. מבין המשיקים לגרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $x > 1$, מצא את נקודת ההשקה של המשיק ששיפועו מינימלי.

תשובה לשאלה 5

א. הפונקציה מוגדרת עבור: $x > 0$, $\ln x \neq 0$

\Downarrow

תחום ההגדרה: $0 < x < 1$ או $x > 1$

ב. (1) $f(x) = \frac{kx}{\ln x}$

\Downarrow

$$f'(x) = \frac{k \ln x - kx \cdot \frac{1}{x}}{\ln^2 x} = \frac{k(\ln x - 1)}{\ln^2 x}$$

הסימן של $f'(x)$ בנקודת ההתאפסות של $f'(x)$

ייקבע על פי הסימן של נגזרת המונה של $f'(x)$: $k \cdot \frac{1}{x} =$ נגזרת המונה

\Downarrow

מאחר ש- $x > 0$ אז מקבלים: עבור $k < 0$ ל- $f(x)$ יש מקסימום

(2) לפי הנתון הערך המקסימלי של $f(x)$ עבור $x > 1$ הוא: I. $y = -2$

המקסימום של $f(x)$ מתקבל כאשר: $f'(x) = 0 \Rightarrow \ln x = 1 \Rightarrow x = e$

הערך של $f(x)$ ב- $x = e$ הוא: II. $f(e) = \frac{k \cdot e}{\ln e}$

מ- I ו- II מקבלים: $-2 = \frac{k \cdot e}{\ln e}$

\Downarrow

$$k = -\frac{2}{e}$$

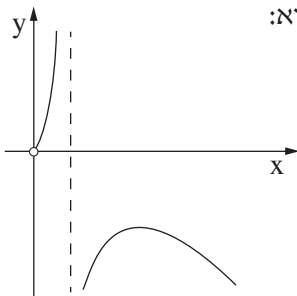
המשך תשובה לשאלה 5.

ב. (3) עבור $x < 1$: $f'(x) > 0$

↓

$f(x)$ עולה עבור $x < 1$

ומצאנו כי יש מקסימום ב- $(e, -2)$ לכן הגרף הוא:



$$f'(x) = \frac{2}{e} \cdot \frac{1 - \ln x}{\ln^2 x}$$

ג. שיפוע המשיק הוא:

$$f''(x) = \frac{2}{e} \cdot \frac{-\frac{1}{x} \cdot \ln^2 x - (1 - \ln x) \cdot 2 \ln x \cdot \frac{1}{x}}{\ln^4 x}$$

$$f''(x) = \frac{2}{e} \cdot \frac{\ln x (\ln x - 2)}{x \ln^4 x} = \frac{2}{e} \cdot \frac{\ln x - 2}{x \ln^3 x}$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow \ln x - 2 = 0 \Rightarrow x = e^2$$

$$f(e^2) = -\frac{2}{e} \cdot \frac{e^2}{\ln e^2} = -e$$

x	e	e ²	e ³
f''(x)	-	0	+
f'(x)	↘		↗

נבדוק את סוג הקיצון עבור $x > 1$:

לפי הטבלה ל- $f'(x)$ יש מינימום ב- $x = e^2$,

לכן נקודת ההשקה של המשיק ששיפועו מינימלי היא: $(e^2, -e)$

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
 ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
 מועד הבחינה: קיץ תשע"ג, 2013
 מספר השאלון: 317,035807
 נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
 פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
 פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
 $66\frac{2}{3}$ – $33\frac{1}{3} \times 2$ – מספרים מרוכבים
 $33\frac{1}{3}$ – $33\frac{1}{3} \times 1$ – פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
 100 – סה"כ – נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
 (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
 שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
 (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
 (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
 הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
 חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
 (3) לטיטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
 שימוש בטיטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

המשך מעבר לדף

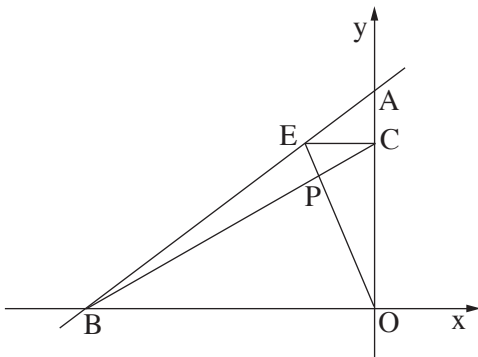
ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($\frac{2}{3}$ נקודות) 66

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. נתונות הנקודות: $A(0, 6)$, $B(-8, 0)$.

דרך הנקודה E שעל הקטע AB מעבירים

ישר המקביל לציר ה-x

(הנקודה E שונה מ-A ומ-B).

הישר חותך את ציר ה-y בנקודה C.

הישר BC חותך את הישר OE בנקודה P.

O – ראשית הצירים (ראה ציור).

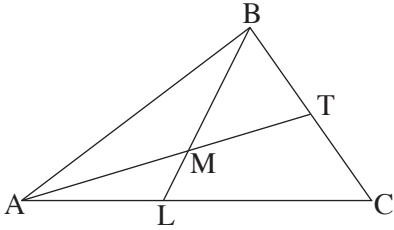
א. הראה כי המקום הגאומטרי שעליו נמצאות הנקודות P הנוצרות באופן שתואר,

נמצא על קו ישר.

ב. הנקודה P_0 נמצאת על המקום הגאומטרי שמצאת בסעיף א, כך שהנקודה E היא

מרכז המעגל החוסם את המשולש ABO.

מצא את שטח המשולש AP_0O .



2. במשולש ABC התיכון לצלע BC הוא AT.

הנקודה L נמצאת על הצלע AC.

AT ו-BL נפגשים בנקודה M

(ראה ציור).

נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{AM} = \alpha \vec{AT}$, $\vec{BM} = \beta \vec{BL}$.

א. נתון: $\frac{AL}{LC} = \frac{3}{4}$

מצא את הערך של α ואת הערך של β .

ב. (1) מצא את המשוואה של המקום הגאומטרי שעליו מונחות הנקודות B,

שעבורן במשולש ABC מתקיים: $AT = \sqrt{50}$, $\underline{v} = (7, 7)$, $A(1, 0)$.

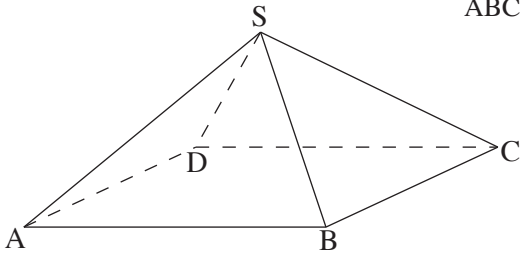
על פי הנתונים שבתת-סעיף ב(1) והנתון שבסעיף א ענה על התת-סעיפים (2) ו-(3).

(2) מצא את השיעורים של הנקודה L.

(3) אם הישר MB מקביל לציר ה-y, מצא את השיעורים של הקדקוד B.

הערה: הפתרון של סעיף ב אינו תלוי בפתרון של סעיף א.

◀ המשך בעמוד 4



3. א. נתונה פירמידה SABCD שבסיסה ABCD

הוא מקבילית (ראה ציור).

$$\text{נסמן: } \vec{SA} = \underline{w}, \quad \vec{SB} = \underline{u}$$

$$\vec{SD} = \underline{v}$$

$$(1) \quad \underline{w} \text{ ו- } \underline{u}, \quad \underline{v} \text{ הבע באמצעות}$$

את הווקטור \vec{SC} .

$$(2) \quad \text{נתון גם: } SC = SA, \quad SD = SB, \quad |\underline{w}| = 2a, \quad |\underline{u}| = a$$

$$\angle ASB = \beta, \quad \angle ASD = \alpha, \quad \angle DSB = 90^\circ$$

$$\text{הראה כי } \cos \alpha + \cos \beta = \frac{1}{2}$$

ב. z הוא מספר מרוכב.

$$(1) \quad \text{פתור את המשוואה } |z| + 2z = \sqrt{3}$$

$$(2) \quad \text{הראה כי כאשר } n \text{ הוא מספר טבעי, אז } z^{6n} \text{ יכול לקבל רק שני ערכים.}$$

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

המשך בעמוד 5

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

(33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

$$4. \quad \text{נתונה פונקציית הנגזרת} \quad f'(x) = \frac{2\ln x \cdot (2 - \ln x)}{x \cdot (1 - \ln x)^2}$$

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של $f'(x)$.ב. (2) אחת משתי האסימפטוטות האנכיות של $f'(x)$ היא $x = 0$.

מצא את האסימפטוטה האנכית השנייה.

ג. (3) מצא את נקודות החיתוך של הגרף של $f'(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).ד. (4) מצא את התחומים שבהם $f'(x)$ היא שלילית, ואת התחומים שבהם היא חיובית.ה. ב. ידוע כי לפונקציית הנגזרת $f'(x)$ יש גם אסימפטוטה אופקית, $y = 0$.סרטט סקיצה של הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.ו. ג. הישר $y = -4$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x > e$.

(1) מצא אתה השיעורים של נקודת ההשקה. נמק.

(2) הסבר מדוע $f(e^3) < -4$.(3) השטח, המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x בתחום $e^2 \leq x \leq e^3$, שווה ל-0.5.מצא את הערך של $f(e^3)$.

המשך בעמוד 6 ◀

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{a^{x+1}}{a^{2x} - 1}$, $0 < a < 1$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. הראה כי הפונקציה $f(x)$ היא אי-זוגית.
- ג. מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. ידוע שפונקציית הנגזרת $f'(x)$ היא פונקציה זוגית. העבירו ישר ℓ המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 1$, והעבירו ישר אחר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה אחרת, T . שני המשיקים מקבילים זה לזה.
(T היא הנקודה היחידה על גרף הפונקציה $f(x)$ שבה המשיק מקביל ל- ℓ .)
הבע באמצעות a (במידת הצורך) את השיעורים של הנקודה T . נמק.

בהצלחה!

הצעת תשובות לשאלות בחינת הבגרות

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים – $33 \frac{1}{3} \times 2$ – $66 \frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $33 \frac{1}{3} \times 1$ – $33 \frac{1}{3}$ נקודות

סה"כ – 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר

החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

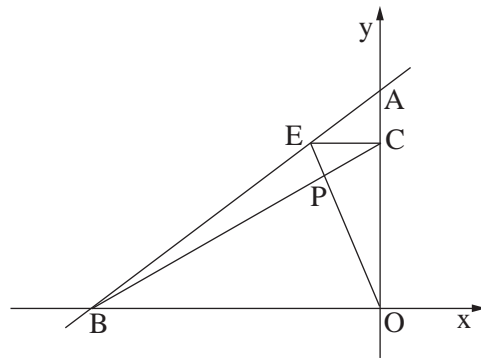
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשיגים.

שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

שאלה 1



נתונות הנקודות: $A(0, 6)$, $B(-8, 0)$.
 דרך הנקודה E שעל הקטע AB מעבירים
 ישר המקביל לציר ה- x
 (הנקודה E שונה מ- A ומ- B).
 הישר חותך את ציר ה- y בנקודה C .
 הישר BC חותך את הישר OE בנקודה P .
 O – ראשית הצירים (ראה ציור).

א. הראה כי המקום הגאומטרי שעליו נמצאות הנקודות P הנוצרות באופן שתואר, נמצא על קו ישר.

ב. הנקודה P_0 נמצאת על המקום הגאומטרי שמצאת בסעיף א, כך שהנקודה E היא מרכז המעגל החוסם את המשולש ABO .
 מצא את שטח המשולש AP_0O .

תשובה לשאלה 1

א. שיעורי ה- y של הנקודות E ו- C מקיימים: $y_E = y_C$

שיפוע הישר העובר דרך $A(0, 6)$ ו- $B(-8, 0)$ מקיים: $\frac{6}{8} = \frac{y_E}{x_E + 8}$

⇓

I. $x_E = \frac{8y_E - 6 \cdot 8}{6}$

שיפוע הישר העובר דרך $E(y_E, x_E)$ ו- $P(x, y)$ מקיים: $\frac{y_E}{x_E} = \frac{y}{x}$

⇓

II. $x_E = \frac{y_E \cdot x}{y}$

$m_{CB} = m_{PB}$

⇓

שיפוע הישר העובר דרך $B(-8, 0)$, $C(0, y_E)$ ו- $P(x, y)$ מקיים: $\frac{y_E}{8} = \frac{y}{x + 8}$

⇓

III. $y_E = \frac{8y}{x + 8}$

IV. $\frac{8y_E - 6 \cdot 8}{6} = \frac{y_E \cdot x}{y}$ מ- I ו- II מקבלים:

$y = \frac{3}{2}x + 6$ מ- III ו- IV מקבלים:

המשך תשובה לשאלה 1.

זווית היקפית הנשענת על AB היא 90°

AB

↓

$$E(-4, 3)$$

$$x_E = \frac{y_E \cdot x_{P_0}}{y_{P_0}}$$

↓

$$\text{I. } -4 = \frac{3x_{P_0}}{y_{P_0}}$$

$$\text{II. } y_{P_0} = \frac{3}{2}x_{P_0} + 6$$

$$x_{P_0} = -\frac{8}{3}$$

$$\frac{1}{2} \cdot |x_{P_0}| \cdot AO$$

↓

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{8}{3} \cdot 6 = 8$$

ב. קוטר המעגל החוסם את ΔABO הוא:

E מרכז המעגל החוסם את ΔABO ,

לכן E אמצע AB ושיעורי E הם:

לפי משוואה II שבסעיף א:

הנקודה $P_0(x_{P_0}, y_{P_0})$ על

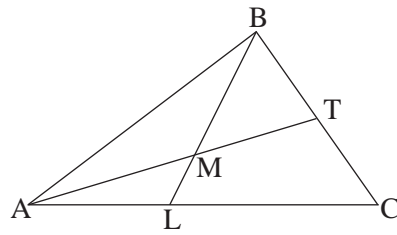
המקום הגאומטרי, לכן מתקיים:

מ־I ו־II מקבלים:

שטח ΔAP_0O הוא:

/המשך בעמוד 4/

שאלה 2



במשולש ABC התיכון לצלע BC הוא AT.

הנקודה L נמצאת על הצלע AC.

AT ו-BL נפגשים בנקודה M

(ראה ציור).

נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{AM} = \alpha \vec{AT}$, $\vec{BM} = \beta \vec{BL}$.

א. נתון: $\frac{AL}{LC} = \frac{3}{4}$.

מצא את הערך של α ואת הערך של β .

ב. (1) מצא את המשוואה של המקום הגאומטרי שעליו מונחות הנקודות B,

שעבורן במשולש ABC מתקיים: $AT = \sqrt{50}$, $\underline{v} = (7, 7)$, $A(1, 0)$.

על פי הנתונים שבתת-סעיף ב(1) והנתון שבסעיף א ענה על התת-סעיפים (2) ו-(3).

(2) מצא את השיעורים של הנקודה L.

(3) אם הישר MB מקביל לציר ה-y, מצא את השיעורים של הקדקוד B.

הערה: הפתרון של סעיף ב אינו תלוי בפתרון של סעיף א.

תשובה לשאלה 2

א. AT תיכון, לכן: $\vec{AT} = \frac{1}{2}\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v}$

$$\vec{BL} = \vec{AL} - \underline{u} = \frac{3}{7}\underline{v} - \underline{u}$$

I. $\vec{BM} = \beta \vec{BL} = \beta \cdot \frac{3}{7}\underline{v} - \beta \underline{u}$

II. $\vec{BM} = \vec{AM} - \underline{u} = \alpha \vec{AT} - \underline{u} = \frac{\alpha}{2}\underline{v} + \left(\frac{\alpha}{2} - 1\right)\underline{u}$

על פי יחידות ההצגה

$$\frac{3}{7}\beta = \frac{\alpha}{2}$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{7}{10}, \alpha = \frac{3}{5}$$

$$-\beta = \frac{\alpha}{2} - 1$$

מקבלים מ-I ו-II:

/המשך בעמוד 5/

המשך תשובה לשאלה 2.

ב. (1) הצגה אלגברית של הווקטור \vec{AC} :

$$(x_C - x_A, y_C - y_A)$$

$$\Downarrow$$

$$\text{I. } \vec{AC} = (x_C - 1, y_C) \quad \text{נתון } A(1, 0), \text{ לכן:}$$

$$\text{II. } \vec{AC} = (7, 7) \quad \text{לפי הנתון:}$$

$$x_C - 1 = 7, \quad y_C = 7 \quad \text{מ- I ו- II מקבלים:}$$

$$\Downarrow$$

$$C(8, 7)$$

$$\text{III. } x_T = \frac{8 + x_B}{2}, \quad y_T = \frac{7 + y_B}{2} \quad \text{הנקודה } T(x_T, y_T) \text{ אמצע } BC, \text{ לכן:}$$

$$\text{IV. } AT^2 = (x_T - 1)^2 + y_T^2 = 50$$

$$(x_B + 6)^2 + (y_B + 7)^2 = 200 \quad \text{מ- III ו- IV מקבלים:}$$

$$\Downarrow$$

$$(x + 6)^2 + (y + 7)^2 = 200 \quad \text{משוואת המקום הגאומטרי:}$$

(2) נקודה L מחלקת את הקטע AC

$$y_L = \frac{3 \cdot 7 + 4 \cdot 0}{7} = 3, \quad x_L = \frac{3 \cdot 8 + 4 \cdot 1}{7} = 4$$

ביחס 3:4, לכן:

$$\Downarrow$$

$$L(4, 3)$$

$$x_B = x_L = 4 \quad \text{(3) MB מקביל לציר ה- y, לכן:}$$

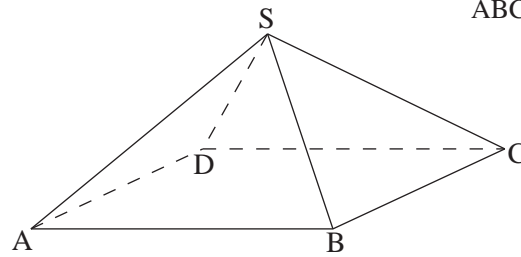
הנקודה B נמצאת על המקום הגאומטרי

$$(4 + 6)^2 + (y_B + 7)^2 = 200 \quad \text{שמצאנו בסעיף ב, לכן מתקיים:}$$

$$\Downarrow$$

$$y_B = -17 \quad \text{לכן, } y_B \neq y_L$$

שאלה 3



א. נתונה פירמידה SABCDEF שבסיסה ABCD
הוא מקבילית (ראה ציור).

$$\vec{SA} = \underline{w}, \quad \vec{SB} = \underline{u}$$

$$\vec{SD} = \underline{v}$$

$$(1) \quad \underline{w} \perp \underline{u}, \quad \underline{v}$$

את הווקטור \vec{SC} .

$$(2) \quad \text{נתון גם: } SC = SA, \quad SD = SB, \quad |\underline{w}| = 2a, \quad |\underline{u}| = a$$

$$\angle ASB = \beta, \quad \angle ASD = \alpha, \quad \angle DSB = 90^\circ$$

$$\text{הראה כי } \cos \alpha + \cos \beta = \frac{1}{2}$$

ב. z הוא מספר מרוכב.

$$(1) \quad |z| + 2z = \sqrt{3}$$

$$(2) \quad \text{הראה כי כאשר } n \text{ הוא מספר טבעי, אז } z^{6n} \text{ יכול לקבל רק שני ערכים.}$$

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

תשובה לשאלה 3

$$\vec{DC} = \vec{AB} = \underline{u} - \underline{w} \quad (1) \quad \text{א.}$$

$$\vec{SC} = \underline{v} + \vec{DC} = \underline{v} + \underline{u} - \underline{w}$$

$$|\vec{SC}|^2 = |\underline{w}|^2 = (\underline{v} + \underline{u} - \underline{w})^2 \quad (2)$$

$$|\underline{w}|^2 = |\underline{v}|^2 + |\underline{u}|^2 + |\underline{w}|^2 + 2\underline{u} \cdot \underline{v} - 2\underline{u} \cdot \underline{w} - 2\underline{v} \cdot \underline{w} =$$

$$= |\underline{v}|^2 + |\underline{u}|^2 + |\underline{w}|^2 + 2|\underline{u}| \cdot |\underline{v}| \cos 90^\circ - 2|\underline{u}| \cdot |\underline{w}| \cos \beta - 2|\underline{v}| \cdot |\underline{w}| \cos \alpha$$

↓

$$0 = 2a^2 - 4a^2 \cos \beta - 4a^2 \cos \alpha$$

↓

$$\cos \beta + \cos \alpha = \frac{1}{2}$$

המשך תשובה לשאלה 3

ב. (1) נסמן:

$$z = x + yi$$

$$\Downarrow$$

$$|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\Downarrow$$

$$\sqrt{x^2 + y^2} i + 2x + 2yi = \sqrt{3}$$

מהצבת $|z|$ במשוואה
הנתונה נקבל:

$$\Downarrow$$

$$2x - \sqrt{3} + i(2y + \sqrt{x^2 + y^2}) = 0$$

$$\Downarrow$$

$$2x - \sqrt{3} = 0 \quad , \quad 2y + \sqrt{x^2 + y^2} = 0$$

$$\Downarrow$$

$$x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$x^2 = 3y^2$$

$$\Downarrow$$

$$y = -\frac{1}{2}$$

התוצאה $y = \frac{1}{2}$ אינה מקיימת
את המשוואה, לכן:

$$z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$$

$$z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$$

(2) מצאנו:

$$\Downarrow$$

$$R = 1 \quad , \quad \theta = -30^\circ = 330^\circ$$

$$z^{6n} = (\cos(330^\circ \cdot 6) + i \sin(330^\circ \cdot 6))^n \quad \text{לפי משפט דה-מואבר:}$$

$$\Downarrow$$

$$z^{6n} = (-1)^n$$

$$z^{6n} = -1$$

עבור n אי-זוגי:

$$z^{6n} = 1$$

עבור n זוגי:

שאלה 4

$$f'(x) = \frac{2\ln x \cdot (2 - \ln x)}{x \cdot (1 - \ln x)^2} \quad \text{נתונה פונקציית הנגזרת}$$

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של $f'(x)$.

(2) אחת משתי האסימפטוטות האנכיות של $f'(x)$ היא $x = 0$.

מצא את האסימפטוטה האנכית השנייה.

(3) מצא את נקודות החיתוך של הגרף של $f'(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(4) מצא את התחומים שבהם $f'(x)$ היא שלילית, ואת התחומים שבהם היא חיובית.

ב. ידוע כי לפונקציית הנגזרת $f'(x)$ יש גם אסימפטוטה אופקית, $y = 0$.

סרטט סקיצה של הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ג. הישר $y = -4$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x > e$.

(1) מצא אתה השיעורים של נקודת ההשקה. נמק.

(2) הסבר מדוע $f(e^3) < -4$.

(3) השטח, המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x

בתחום $e^2 \leq x \leq e^3$, שווה ל-0.5.

מצא את הערך של $f(e^3)$.

תשובה לשאלה 4

א. (1) $\ln x$ מוגדר עבור: $x > 0$

המכנה שונה מ-0, לכן: $1 - \ln x \neq 0 \Rightarrow \ln x \neq 1 \Rightarrow x \neq e$

מכאן שתחום ההגדרה הוא: $x > e$, $0 < x < e$

(2) אסימפטוטה: $1 - \ln x = 0 \Rightarrow x = e$

(3) $x \neq 0$, לכן: אין חיתוך עם ציר ה- y

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 2 - \ln x = 0, \quad \ln x = 0$$

$$\Downarrow$$

$$x = e^2$$

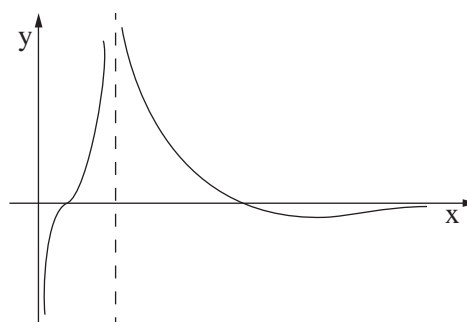
$$\Downarrow$$

$$x = 1$$

חיתוך עם ציר ה- x :

x	$0 < x < 1$	1	$1 < x < e$	$e < x < e^2$	e^2	$x > e^2$	(4)
$f'(x)$	-	0	+	+	0	-	

המשך תשובה לשאלה 4.



ג. (1) על פי הטבלה של $f'(x)$ בתת-סעיף א (4) ל- $f(x)$ יש נקודת מקסימום בנקודה שבה: $x = e^2$

שיפוע המשיק $y = -4$ הוא אפס, לכן הוא משיק ל- $f(x)$ בנקודת הקיצון שבה $x > e$, כלומר בנקודת המקסימום, לכן השיעורים של נקודת ההשקה: $(e^2, -4)$

(2) ל- $f(x)$ נקודת מקסימום ב- $x = e^2$, לכן $f(x)$ יורדת עבור $x > e^2$, לכן:

$$f(e^3) < f(e^2)$$

↓

$$f(e^3) < -4$$

$$S = 0.5 = - \int_{e^2}^{e^3} f'(x) dx = - [f(x)]_{e^2}^{e^3} = f(e^2) - f(e^3) \quad (3)$$

↓

$$0.5 = -4 - f(e^3)$$

↓

$$f(e^3) = -4.5$$

שאלה 5

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{a^{x+1}}{a^{2x} - 1}$, $0 < a < 1$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. הראה כי הפונקציה $f(x)$ היא אי-זוגית.
- ג. מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. ידוע שפונקציית הנגזרת $f'(x)$ היא פונקציה זוגית. העבירו ישר ℓ המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 1$, והעבירו ישר אחר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה אחרת, T . שני המשיקים מקבילים זה לזה. (T היא הנקודה היחידה על גרף הפונקציה $f(x)$ שבה המשיק מקביל ל- ℓ .) הבע באמצעות a (במידת הצורך) את השיעורים של הנקודה T . נמק.

פתרון לשאלה 5

א. המכנה שונה מ-0, לכן: $a^{2x} - 1 \neq 0$

\Downarrow

$x \neq 0$ תחום ההגדרה:

$$f(-x) = \frac{a^{-x+1}}{a^{-2x}-1} = \frac{a^{-x+1}}{\frac{1}{a^{2x}}-1} = \frac{a^{-x+1} \cdot a^{2x}}{1-a^{2x}} = -\frac{a^{x+1}}{a^{2x}-1} \quad \text{ב.}$$

\Downarrow

$$f(-x) = -f(x)$$

המשך תשובה לשאלה 5.

$$f'(x) = \frac{a^{x+1} \cdot \ln a \cdot (a^{2x} - 1) - a^{x+1} \cdot 2 \cdot a^{2x} \ln a}{(a^{2x} - 1)^2} \quad .ג.$$

$$\Downarrow$$

$$f'(x) = - \ln a \frac{a^{x+1} \cdot (a^{2x} + 1)}{(a^{2x} - 1)^2}$$

לכל $a > 0$ מתקיים: $a^{2x} + 1 > 0$, $a^{x+1} > 0$, $(a^{2x} - 1)^2 > 0$

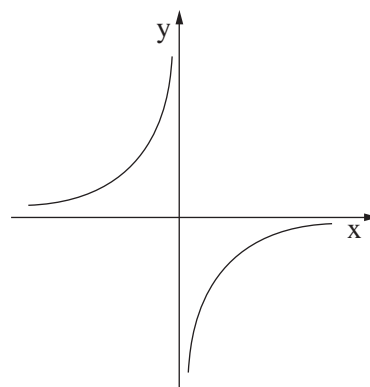
עבור $0 < a < 1$: $\ln a < 0$

לכן עבור $0 < a < 1$: $f'(x) > 0$

$$\Downarrow$$

עבור $x > 0$ או $x < 0$: $f(x)$ עולה

.ד.



ה. $f'(1) = f'(-1)$: לכן, זוגית, $f'(x)$

מכאן שיעור ה־x של T : $x_T = -1$ (T היא הנקודה היחידה על $f(x)$ שבה המשיק מקביל ל־ ℓ).

שיעור ה־y של T : $f(-1) = \frac{a^2}{1-a^2}$

הנקודה T היא: $T(-1, \frac{a^2}{1-a^2})$

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
 ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
 מועד הבחינה: חורף תשע"ג, 2013
 מספר השאלון: 317,035807
 נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
 פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
 $33\frac{1}{3} \times 2$ – $66\frac{2}{3}$ נקודות
 פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
 $33\frac{1}{3} \times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות
 סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
 (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
 (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
 (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
 הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
 (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

המשך מעבר לדף ◀

ה ש א ל ו ת

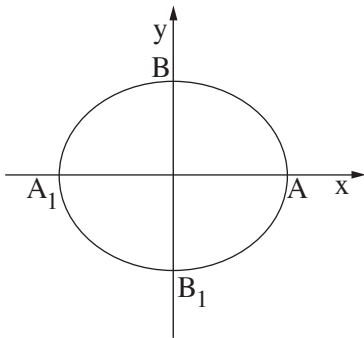
שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($\frac{2}{3}$ נקודות) 66

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה — $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. נתונה האליפסה $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $a > b$ (ראה ציור).

F_1 ו- F_2 הם מוקדי האליפסה

וקדקודיה הם A, A_1, B, B_1 .

נתון כי המוקד F_1 הוא אמצע הקטע AF_2 .

דרך מרכז האליפסה ושניים מקדקודיה העבירו מעגל.

נתון כי קוטר המעגל הוא $\sqrt{17}$.

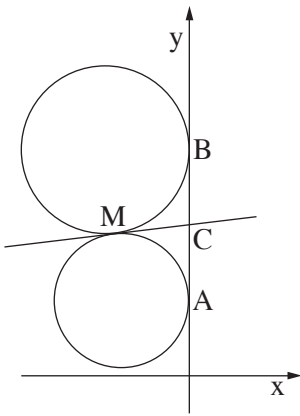
א. מצא את משוואת האליפסה.

ב. העבירו עוד שלושה מעגלים אחרים דרך מרכז האליפסה ושניים מקדקודיה. המרכזים של

ארבעת המעגלים הם קדקודים של מרובע.

המרובע, הנמצא במישור $[x, y]$, הוא בסיס של פירמידה שקדקודה הוא $S(0, 3, 4)$.

מצא את נפח הפירמידה.



2. שני מעגלים שמרכזיהם נמצאים ברביע השני,

משיקים לציר ה- y בנקודות $A(0, 1)$ ו- $B(0, 3)$.

המעגלים משיקים זה לזה בנקודה M (ראה ציור).

א. המשיק המשותף לשני המעגלים חותך את ציר ה- y

בנקודה C .

הראה כי $MC = \frac{1}{2}AB$.

ב. (1) מצא את משוואת המקום הגאומטרי של

נקודות ההשקה M הנוצרות באופן שתואר.

(2) מהי הצורה של המקום הגאומטרי של הנקודות M , ובאיזה רביע/רביעים הוא נמצא?

ג. המדרוך של הפרבולה $y^2 = 2px$ משיק למקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת בסעיף ב.

מצא את השיעורים של הנקודות על הפרבולה שמרחקן מהמוקד שלה הוא 10.

3. נתונים שני ישרים מצטלבים. קטע AB נמצא על

אחד הישרים, וקטע CF נמצא על הישר האחר.

נקודה E היא אמצע הקטע AB (ראה ציור).

נסמן: $\vec{EA} = \underline{w}$, $\vec{FE} = \underline{v}$, $\vec{CF} = \underline{u}$.

נתון: $\underline{v} \perp \underline{u}$, $\underline{v} \perp \underline{w}$

$$|\underline{u}| = \sqrt{7}, \quad |\underline{v}| = \sqrt{13}, \quad |\underline{w}| = \sqrt{5}$$

קוסינוס הזווית בין הווקטורים \underline{w} ו- \underline{u} הוא $\frac{\sqrt{35}}{10}$.

א. מצא את גודל הזווית ABC .

נתון גם: $A(0, 2, 3)$, $B(2, 6, 3)$. מישור π עובר דרך הנקודה B ומאונך לישר AB .

ב. מצא את משוואת המישור π .

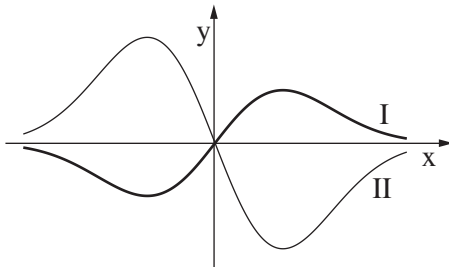
ג. היעזר בתשובתך לסעיף א ומצא את גודל הזווית שבין הישר BC למישור π .

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



4. נתונות הפונקציות $f(x)$ ו- $g'(x)$.

הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת $g'(x)$

מקיימות: $g'(x) = -2f(x)$.

בציור שלפניך מוצגים הגרפים I ו-II

של הפונקציות $f(x)$ ו- $g'(x)$.

א. קבע איזה גרף הוא של הפונקציה $f(x)$,

ואיזה גרף הוא של פונקציית הנגזרת $g'(x)$. נמק.

ב. נתון גם: $g'(x) = -2xe^{-x^2}$, $g(0.5) = \frac{1}{e^{0.25}}$.

מצא עבור אילו ערכים של x הגרף של הפונקציה $f(x)$ נמצא מעל הגרף של הפונקציה $g(x)$.

ג. הישר l_1 עובר דרך נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$ ודרך נקודת המקסימום של

פונקציית הנגזרת $g'(x)$.

הישר l_2 עובר דרך נקודת המקסימום של הפונקציה $f(x)$ ודרך נקודת המינימום של

פונקציית הנגזרת $g'(x)$.

מצא את משוואת הישר l_1 , ואת משוואת הישר l_2 .

ד. השטח, המוגבל על ידי הישר l_1 , על ידי הגרף של הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הגרף של

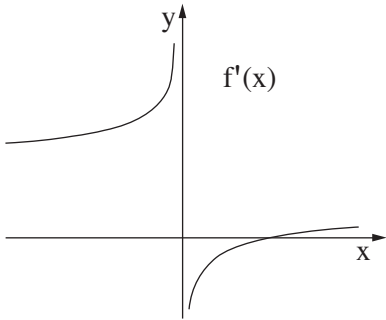
פונקציית הנגזרת $g'(x)$, הוא S_1 .

השטח, המוגבל על ידי הישר l_2 , על ידי הגרף של הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הגרף של

פונקציית הנגזרת $g'(x)$, הוא S_2 .

מהו היחס $\frac{S_1}{S_2}$? נמק.

5. בציור שלפניך מוצג הגרף



$$f'(x) = \frac{2 \cdot \sqrt[3]{x} - 2}{\sqrt[3]{x}}$$

של פונקציית הנגזרת
הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x .

א. היעזר בגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, ומצא:

(1) את תחומי העלייה והירידה

של הפונקציה $f(x)$. נמק.

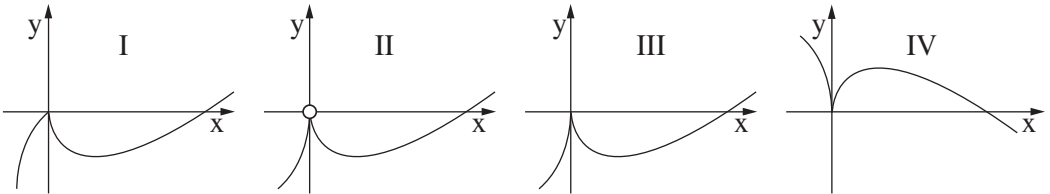
(2) את תחומי הקעירות כלפי מעלה \cup וכלפי מטה \cap של הפונקציה $f(x)$

(אם יש כאלה). נמק.

ב. נתון כי הישר $y = -1$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת המינימום שלה.

מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. לפניך ארבעה גרפים IV-I. איזה גרף עשוי לתאר את הפונקציה $f(x)$? נמק.



בהצלחה!

הצעת תשובות לשאלות בחינת הבגרות

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,

טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים

$$- \quad - \quad - \quad 33 \frac{1}{3} \times 2 \quad - \quad 66 \frac{2}{3} \text{ נקודות}$$

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

$$- \quad - \quad - \quad 33 \frac{1}{3} \times 1 \quad - \quad 33 \frac{1}{3} \text{ נקודות}$$

$$- \quad - \quad - \quad \text{סה"כ} \quad - \quad 100 \text{ נקודות}$$

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר

החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

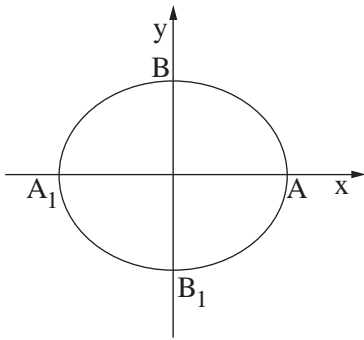
(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשיגים.

שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

שאלה 1



נתונה האליפסה $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $a > b$ (ראה ציור).

F_1 ו- F_2 הם מוקדי האליפסה

וקדקודיה הם A, B, A_1, B_1 .

נתון כי המוקד F_1 הוא אמצע הקטע AF_2 .

דרך מרכז האליפסה ושניים מקדקודיה העבירו מעגל.

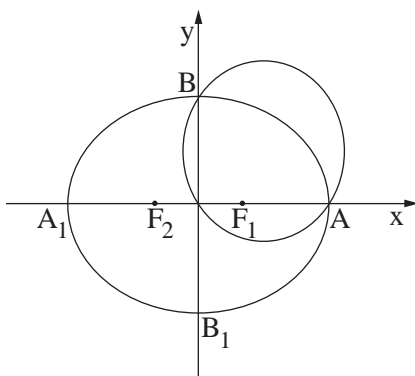
נתון כי קוטר המעגל הוא $\sqrt{17}$.

א. מצא את משוואת האליפסה.

ב. העבירו עוד שלושה מעגלים אחרים דרך מרכז האליפסה ושניים מקדקודיה. המרכזים של ארבעת המעגלים הם קדקודים של מרובע.

המרובע, הנמצא במישור $[x, y]$, הוא בסיס של פירמידה שקדקודה הוא $S(0, 3, 4)$. מצא את נפח הפירמידה.

פתרון לשאלה 1



I. $c = \sqrt{a^2 - b^2}$

א. שיעור ה- x של המוקד F_1 הוא:

II. $c = \frac{a-c}{2}$

לפי אמצע הקטע AF_2 :

III. $17 = a^2 + b^2$

לפי הנתון ש- AB הוא קוטר:

$a^2 = 9$

מ- I, II ו- III מקבלים:

$b^2 = 8$

$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$

$(0, 2\sqrt{2})$ $(0, -2\sqrt{2})$

ב. קדקודי האליפסה הם:

$(3, 0)$ $(-3, 0)$

לכן נוצר מלבן שקדקודיו הם אמצעי

הקטעים המחברים את קדקודי

$(\frac{3}{2}, \sqrt{2})$ $(\frac{3}{2}, -\sqrt{2})$

האליפסה:

$(-\frac{3}{2}, \sqrt{2})$ $(-\frac{3}{2}, -\sqrt{2})$

$(\frac{3}{2} + \frac{3}{2}) \cdot (\sqrt{2} + \sqrt{2}) = 6\sqrt{2}$

שטח המלבן הוא:

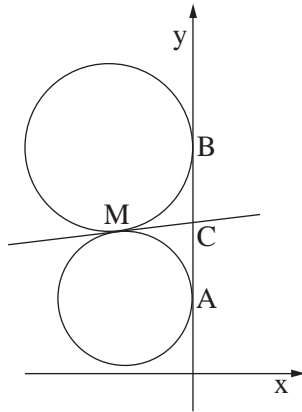
4

גובה הפירמידה הוא שיעור ה- z של הקדקוד S:

$\frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 6\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$

נפח הפירמידה הוא:

שאלה 2



שני מעגלים שמרכזיהם נמצאים ברביע השני, משיקים לציר ה- y בנקודות $A(0, 1)$ ו- $B(0, 3)$. המעגלים משיקים זה לזה בנקודה M (ראה ציור).

א. המשיק המשותף לשני המעגלים חותך את ציר ה- y בנקודה C . הראה כי $MC = \frac{1}{2}AB$.

ב. (1) מצא את משוואת המקום הגאומטרי של נקודות ההשקה M הנוצרות באופן שתואר.

(2) מהי הצורה של המקום הגאומטרי של הנקודות M , ובאיזה רביע/רביעים הוא נמצא?

ג. המדרוך של הפרבולה $y^2 = 2px$ משיק למקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת בסעיף ב.

מצא את השיעורים של הנקודות על הפרבולה שמרחקן מהמוקד שלה הוא 10.

פתרון לשאלה 2

א. משיקים למעגל היוצאים מנקודה אחת מחוץ למעגל שווים.
$$\begin{cases} CM = CB \\ CM = CA \end{cases}$$

\Downarrow

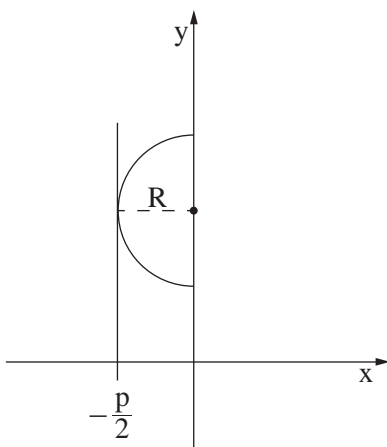
$$CM = \frac{1}{2}AB$$

ב. (1) שיעורי אמצע הקטע AB הם: $C(0, 2)$

אורך הקטע CM הוא: 1

לכן המקום הגאומטרי של הנקודות $M(x, y)$: $x^2 + (y - 2)^2 = 1$ ($x < 0$)

(2) חצי מעגל ברביע השני (כי מרכזי המעגלים ברביע השני). (חצי המעגל לא כולל קצוות).



ג. רדיוס המקום הגאומטרי הוא: 1

לכן משוואת המדרוך היא: $x = -1$

על פי ההגדרה משוואת המדרוך היא: $x = -\frac{p}{2}$

I. $y^2 = 4x$ מכאן שמשוואת הפרבולה היא:

מרחק נקודה על פרבולה מהמדרוך שלה

שווה למרחקה מהמוקד,

לכן שיעור ה- x של הנקודה מקיים: II. $x + 1 = 10$

מ- I ו- II מקבלים את הנקודות: $(9, 6)$ ו- $(9, -6)$

שאלה 3

נתונים שני ישרים מצטלבים. קטע AB נמצא על אחד הישרים, וקטע CF נמצא על הישר האחר.

נקודה E היא אמצע הקטע AB (ראה ציור).

נסמן: $\vec{EA} = \underline{w}$, $\vec{FE} = \underline{v}$, $\vec{CF} = \underline{u}$.

נתון: $|\underline{u}| = \sqrt{7}$, $|\underline{v}| = \sqrt{13}$, $|\underline{w}| = \sqrt{5}$, $\underline{v} \perp \underline{u}$, $\underline{v} \perp \underline{w}$.

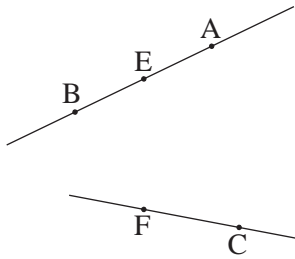
קוסינוס הזווית בין הווקטורים \underline{w} ו- \underline{u} הוא $\frac{\sqrt{35}}{10}$.

א. מצא את גודל הזווית ABC.

נתון גם: $A(0, 2, 3)$, $B(2, 6, 3)$. מישור π עובר דרך הנקודה B ומאונך לישר AB.

ב. מצא את משוואת המישור π .

ג. היעזר בתשובתך לסעיף א ומצא את גודל הזווית שבין הישר BC למישור π .



פתרון לשאלה 3

א. $\vec{BA} = 2\underline{w}$ א.

$\vec{BC} = \vec{BE} + \vec{EF} + \vec{FC} = \underline{w} - \underline{v} - \underline{u}$

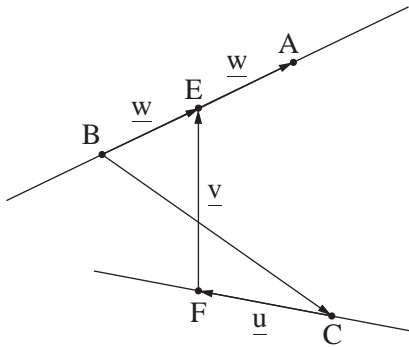
$\vec{BA} \cdot \vec{BC} = 2\underline{w} \cdot (\underline{w} - \underline{v} - \underline{u}) = 3$

$|\vec{BA}| = 2\sqrt{5}$

$|\vec{BC}|^2 = (\underline{w} - \underline{v} - \underline{u}) \cdot (\underline{w} - \underline{v} - \underline{u}) = 18$

$\cos \sphericalangle ABC = \frac{\vec{BA} \cdot \vec{BC}}{|\vec{BA}| \cdot |\vec{BC}|} = \frac{3}{2\sqrt{5} \cdot \sqrt{18}}$

$\sphericalangle ABC = 80.9^\circ$



ב. הנורמל של המישור π הוא: $\vec{AB} = (2, 4, 0)$

נקודה במישור π היא: $B(2, 6, 3)$

לכן משוואת המישור π היא: $x + 2y - 14 = 0$

ג. הזווית בין הישר BC למישור π היא $\sphericalangle CBD$, כמתואר בסרטוט.

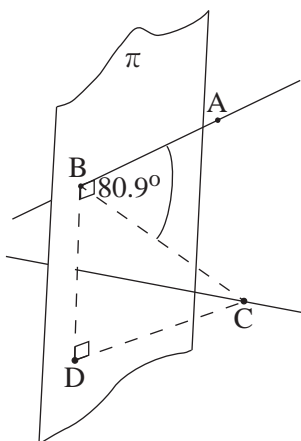
$AB \perp \pi$



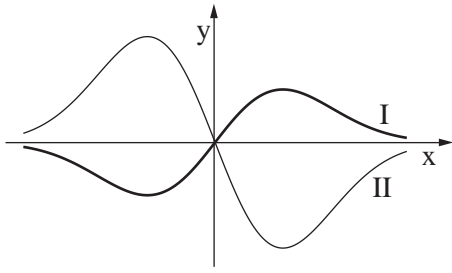
$AB \perp BD$



$\sphericalangle CBD = 90^\circ - 80.9^\circ = 9.1^\circ$



שאלה 4



נתונות הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת $g'(x)$

מקיימות: $g'(x) = -2f(x)$.

בציור שלפניך מוצגים הגרפים I ו-II של הפונקציות $f(x)$ ו- $g'(x)$.

א. קבע איזה גרף הוא של הפונקציה $f(x)$,

ואיזה גרף הוא של פונקציית הנגזרת $g'(x)$. נמק.

ב. נתון גם: $g'(x) = -2xe^{-x^2}$, $g(0.5) = \frac{1}{e^{0.25}}$.

מצא עבור אילו ערכים של x הגרף של הפונקציה $f(x)$ נמצא מעל הגרף של הפונקציה $g(x)$.

ג. הישר l_1 עובר דרך נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$ ודרך נקודת המקסימום של פונקציית הנגזרת $g'(x)$.

הישר l_2 עובר דרך נקודת המקסימום של הפונקציה $f(x)$ ודרך נקודת המינימום של פונקציית הנגזרת $g'(x)$.

מצא את משוואת הישר l_1 , ואת משוואת הישר l_2 .

ד. השטח, המוגבל על ידי הישר l_1 , על ידי הגרף של הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $g'(x)$, הוא S_1 .

השטח, המוגבל על ידי הישר l_2 , על ידי הגרף של הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $g'(x)$, הוא S_2 .

מהו היחס $\frac{S_1}{S_2}$? נמק.

פתרון לשאלה 4

א. נתון: $g'(x) = -2f(x)$

לכן שיעור ה- y בערכו המוחלט של כל נקודה על גרף הפונקציה $g'(x)$ גדול פי 2

משיעור ה- y בערכו המוחלט של כל נקודה על גרף הפונקציה $f(x)$.

מכאן על פי הציור הנתון: גרף I הוא של $f(x)$, גרף II הוא של $g'(x)$.

ב. $g(x) = \int -2xe^{-x^2} dx = e^{-x^2} + C$

$$g(0.5) = e^{\frac{1}{0.25}} \Rightarrow e^{\frac{1}{0.25}} = e^{-0.5^2} + C \Rightarrow C = 0$$

\Downarrow

$$g(x) = e^{-x^2}$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}g'(x) = xe^{-x^2}$$

$$f(x) > g(x)$$

\Leftrightarrow

$$xe^{-x^2} > e^{-x^2}$$

\Leftrightarrow

$$(e^{-x^2} > 0 \text{ כי}) \quad x > 1$$

המשך פתרון לשאלה 4

$$f(x) = xe^{-x^2} \quad .ג.$$

$$\Downarrow$$

$$f'(x) = e^{-x^2}(1 - 2x^2)$$

$$f'(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$g'(x) = -2f(x) \Rightarrow g''(x) = -2f'(x)$$

לכן ל- $f(x)$ ול- $g'(x)$ יש בנקודות הקיצון אותם שיעורי x , וסוגי הקיצון הפוכים.

לפי הסרטוט ל- $f(x)$ יש מינימום ב- $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$,

לכן משוואת ℓ_1 היא: $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

משוואת ℓ_2 היא: $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

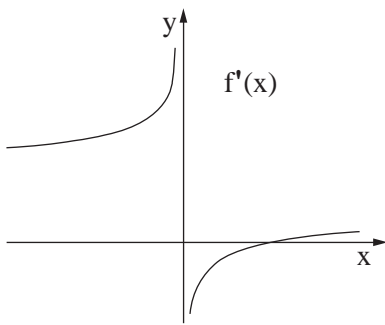
$$S_1 = \int_{-\frac{\sqrt{2}}{2}}^0 [g'(x) - f(x)] dx = 1.5 [g(x)]_{-\frac{\sqrt{2}}{2}}^0 \quad .ד.$$

$$S_2 = \int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} [f(x) - g'(x)] dx = -1.5 [g(x)]_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 1.5 [g(x)]_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$g\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$\frac{S_1}{S_2} = 1 \quad \text{לכן:}$$

שאלה 5



בציור שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x) = \frac{2 \cdot \sqrt[3]{x} - 2}{\sqrt[3]{x}}$. הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x .

א. היעזר בגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, ומצא:

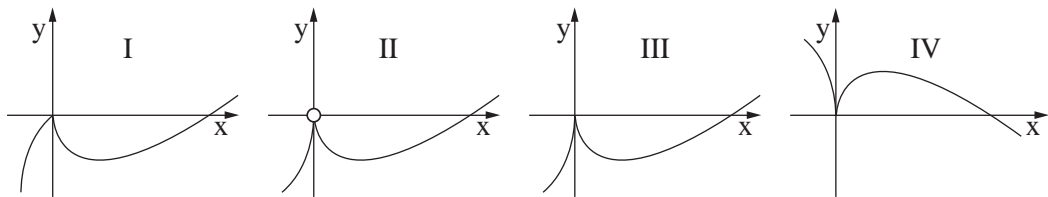
(1) את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$. נמק.

(2) את תחומי הקעירות כלפי מעלה \cup וכלפי מטה \cap של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה). נמק.

ב. נתון כי הישר $y = -1$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת המינימום שלה.

מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. לפניך ארבעה גרפים IV-I. איזה גרף עשוי לתאר את הפונקציה $f(x)$? נמק.



פתרון לשאלה 5

א. (1) נקודת החיתוך של $f'(x)$ עם ציר ה- x : $x = 1 \Leftrightarrow f'(x) = 0$

x	$x < 0$	$0 < x < 1$	$x = 1$	$x > 1$
$f'(x)$	+	-	0	+
$f(x)$	\nearrow	\searrow		\nearrow

על פי הגרף של $f'(x)$ מוצאים:

($f'(x)$ מוגדרת לכל $x \neq 0$)

$f(x)$ עולה בתחומים: $x < 0$, $x > 1$, $f(x)$ יורדת בתחום: $0 < x < 1$

(2) על פי הגרף $f'(x)$ עולה עבור $x > 0$ והיא עולה עבור $x < 0$, לכן $f'(x)$ חיובית בתחומים אלה,

ולכן $f(x)$ קעורה כלפי מעלה \cup עבור $x > 0$, $x < 0$.

ב. על פי תחומי העלייה והירידה של $f(x)$ לפונקציה יש מינימום בנקודה שבה $x = 1$,

לכן שיעורי נקודת המינימום הם: I. $(1, -1)$

II. $f(x) = \int (2 - \frac{2}{\sqrt[3]{x}}) dx = 2x - 3 \cdot \sqrt[3]{x^2} + C$

מ- I ו- II מקבלים: $f(x) = 2x - 3 \cdot \sqrt[3]{x^2} = x^{\frac{2}{3}}(2x^{\frac{1}{3}} - 3)$

נקודות החיתוך עם הצירים:

$$\left. \begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow f(0) = 0 \\ f(x) = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \\ x_2 = 3.375 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} (0, 0) \\ (3.375, 0) \end{array}$$

ג. גרף III, כי: ל- $f(x)$ יש נקודת מינימום ב- $x = 1$, על פי תת-סעיף א (1).

$f(x)$ קעורה כלפי מעלה \cup גם עבור $x < 0$, על פי תת-סעיף א (2).

$f(x)$ מוגדרת גם עבור $x = 0$, על פי הנתון.

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
 ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
 מועד הבחינה: תשע"ב, מועד ב
 מספר השאלון: 317, 035807
 נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
 פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים —
 $66\frac{2}{3}$ נקודות
 פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות —
 $33\frac{1}{3} \times 2$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות
 סה"כ — 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
 (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
 שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
 (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
 (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
 הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
 חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
 (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
 שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($\frac{2}{3}$ נקודות) 66

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה — $\frac{1}{3}$ נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. במשולש ישר-זווית ABC נתון: $\sphericalangle ACB = 90^\circ$, $C(4, -2)$,

משוואת היתר AB היא $2x + y - 3 = 0$,

שיעור ה־x של קדקוד A גדול משיעור ה־x של קדקוד B.

א. מצא את השיעורים של קדקוד A ואת השיעורים של קדקוד B, שעבורם

ניצבי המשולש ABC מקבילים לצירים.

ב. נתון כי ניצבי המשולש ABC אינם מקבילים לצירים, אך אורך היתר שלו זהה לאורך היתר

במשולש שבסעיף א.

מצא את השיעורים של קדקוד A ואת השיעורים של קדקוד B במקרה זה.

/המשך בעמוד 3/

2. נתונה פירמידה ישרה $SABC$. נסמן: $\vec{SA} = \underline{u}$, $\vec{SB} = \underline{v}$, $\vec{SC} = \underline{w}$.

M היא נקודה במישור ABC כך ש- $\vec{SM} = \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}$.

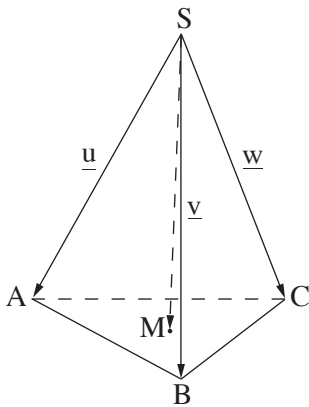
נתון: $\underline{u} \cdot \underline{v} = \underline{v} \cdot \underline{w} = \underline{u} \cdot \underline{w}$

א. הוכח כי הווקטור \vec{SM} מאונך למישור ABC .

נתון גם: $\underline{u} = \left(-\frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}, -2\right)$

$\underline{v} = \left(\frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}, -2\right)$

$\underline{w} = (0, \sqrt{3}, -2)$, $C(0, \sqrt{3}, 0)$



ב. מצא את משוואת המישור ABC .

ג. דרך קדקוד C העבירו מישור π המקביל למקצוע AB ויוצר זווית של 30°

עם המישור ABC . מצא את משוואת המישור π (מצא את שני הפתרונות).

3. א. z_1 ו- z_2 הם מספרים מרוכבים שונים מאפס. נתון כי $\frac{z_1}{z_2}$ הוא מספר מדומה טהור.

הוכח כי הישר העובר דרך הנקודה z_1 וראשית הצירים מאונך לישר העובר דרך

הנקודה z_2 וראשית הצירים. (הנקודות z_1 ו- z_2 מייצגות במישור גאוס את המספרים הנתונים).

ב. נתונה פירמידה ישרה $EABCD$ שבסיסה $ABCD$ הוא ריבוע.

F היא נקודה על המקצוע EC ,

ו- G היא נקודה על המקצוע ED כך

שנוצר המישור $GFBA$.

EL , הגובה ל- DC בפאה EDC ,

חותך את GF בנקודה K .

KM הוא אנך אמצעי ל- AB (ראה ציור).

הזווית בין פאה צדדית של הפירמידה

לבסיס הפירמידה היא 70° . הזווית בין המישור $GFBA$

לבסיס הפירמידה היא 40° . גובה הפירמידה הוא 2.75 ס"מ.

מצא את האורך של הקטע KL .

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{a \ln x}{\sqrt{x}}$, $a < 0$.

א. מצא:

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. השטח, החסום על ידי גרף הפונקציה, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישר העובר בנקודת הקיצון

של הפונקציה ומאונך לציר ה־ x , מסתובב סביב ציר ה־ x . נפח גוף הסיבוב שמתקבל הוא $\frac{8\pi}{3}$.

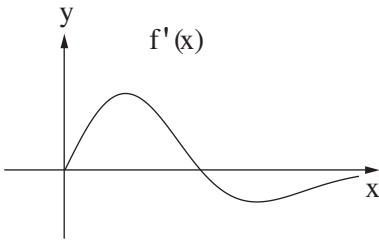
מצא את הערך של a .

/המשך בעמוד 5/

5. נתונה הפונקציה $f(x) = (x^2 - a)e^{-0.5x^2}$ המוגדרת לכל x . a הוא פרמטר.

א. (1) האם הפונקציה $f(x)$ היא זוגית או אי-זוגית? נמק.

(2) האם פונקציית הנגזרת $f'(x)$ היא זוגית או אי-זוגית? נמק.



בציור שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$

בתחום $x \geq 0$.

בתחום זה יש לפונקציית הנגזרת $f'(x)$

מקסימום מוחלט ומינימום מוחלט, כמתואר בציור.

אחת מנקודות החיתוך של הגרף עם ציר ה- x היא נקודה

שבה $x = \sqrt{\frac{5}{2}}$.

ב. מצא את שיעורי ה- x (ערכים מספריים) של המקסימום המוחלט ושל המינימום המוחלט

של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $x \geq 0$.

ג. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בכל תחום ההגדרה שלה.

ד. מצא את שיעור ה- x של נקודת ההשקה שבה שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ הוא:

(1) הגדול ביותר בכל תחום הגדרתה. נמק.

(2) הקטן ביותר בכל תחום הגדרתה. נמק.

בהצלחה!

פתרונות לבחינת בגרות במתמטיקה, 5 יחידות לימוד – שאלון שני, מס 035582, מועד ב קיץ תשע"ב
2012

יש לענות על שתיים מן השאלות 1-3.

יש לענות על אחת מן השאלות 4-5.

שאלה 1

א. $B(2.5, -2), A(4, -5)$.

ב. $B(1.6, -0.2), A(3.1, -3.2)$.

שאלה 2

א. הוכחה.

ב. $z = 0$.

ג. $y - \sqrt{3}z - \sqrt{3} = 0$ או $y + \sqrt{3}z - \sqrt{3} = 0$.

שאלה 3

א. הוכחה.

ב. 1.369 ס"מ.

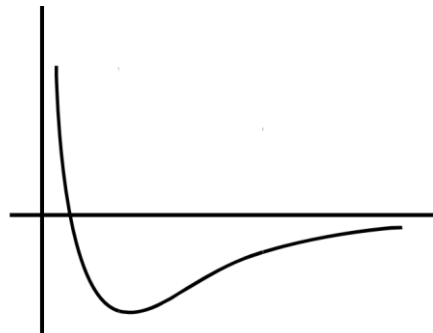
שאלה 4

א. (1) $x > 0$.

(2) $(1, 0)$.

(3) עלייה: $x > e^2$, ירידה: $0 < x < e^2$.

ב.



ג. $a = -1$.

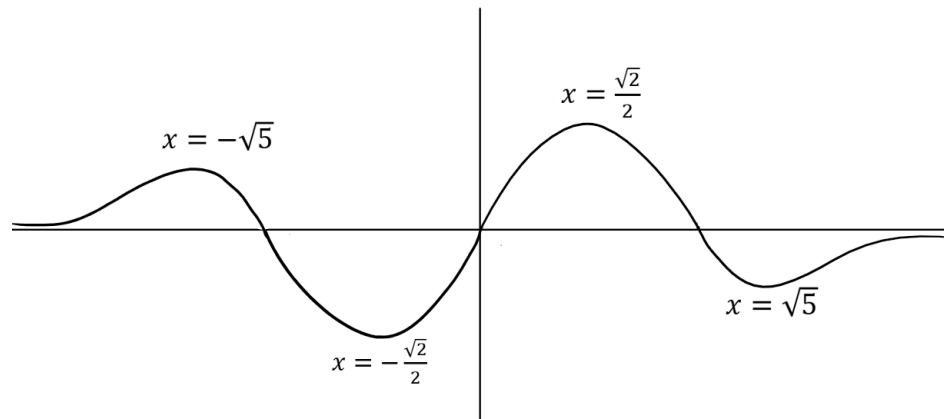
שאלה 5

א. (1) הפונקציה $f(x)$ היא זוגית.

(2) פונקציית הנגזרת $f'(x)$ היא אי-זוגית.

ב. מקסימום מוחלט: $x = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{\frac{1}{2}}$.

מינימום מוחלט: $x = \sqrt{5}$.



- $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (1) .т
- $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ (2)

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: קיץ תשע"ב, 2012
מספר השאלון: 317,035807
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
— $33\frac{1}{3} \times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות
— $33\frac{1}{3} \times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות
— סה"כ — 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטיטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות). שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. במשולש ABC משוואת הצלע AB היא $y = x - 1$,

ומשוואת הצלע AC היא $y = -x + 3$.

הנקודה $D(6, 3)$ נמצאת על הצלע BC.

$$\text{נתון כי } \frac{BD}{DC} = \frac{1}{3}.$$

א. מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש ABC.

ב. הנקודה $D(6, 3)$ נמצאת על הפרבולה $y^2 = 2px$.

ישר המשיק לפרבולה בנקודה D נפגש בנקודה F עם ישר העובר דרך C

$$\text{כך ש- } FD = FC.$$

מצא את שטח המשולש FDC.

2. נתונים שני מישורים π_1 ו- π_2 המקבילים זה לזה.

המרחק בין שני המישורים הוא 2.

מישור π_1 עובר דרך הנקודות $A(2, 0, 3)$ ו- $B(0, 0, 6)$.

מישור π_2 עובר דרך הנקודה $C(-2, 0, 2)$.

מצא את משוואת המישור π_1 ואת משוואת המישור π_2

(מצא את שתי האפשרויות לכל אחד מהמישורים).

3. א. נתונה המשוואה $z^3 = w$.

נתון כי אחד הפתרונות של המשוואה הוא $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

הראה כי מכפלה של כל שני פתרונות של המשוואה גם היא פתרון של המשוואה.

ב. נתונה פירמידה ישרה ABCDE שבסיסה ריבוע

(ראה ציור).

הזווית בין פאה צדדית בפירמידה

לבסיס הפירמידה היא 70° .

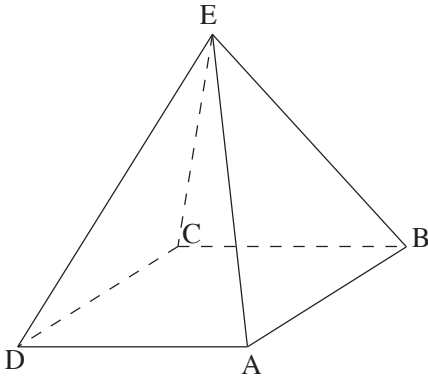
(1) מצא את גודל זווית הראש בפאה צדדית.

(2) נפח הפירמידה הוא 11 סמ"ק.

מצא את האורך של צלע הבסיס של

הפירמידה.

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.



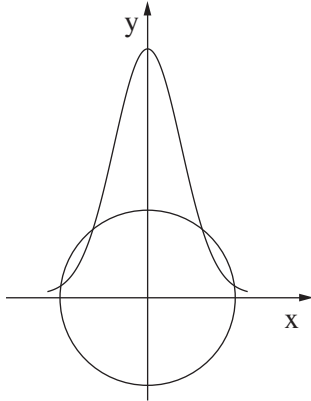
/המשך בעמוד 4/

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



4. נתונה הפונקציה $f(x) = e^2 - 0.5x^2$.

מעגלים שמרכזם בראשית הצירים

נפגשים עם גרף הפונקציה

(ראה ציור).

מבין כל הרדיוסים של מעגלים אלה

מצא את הרדיוס המינימלי.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = -\frac{a}{(a^2 + 1)(ax + 1)}$. a הוא פרמטר בפונקציה $f(x)$.

נתון כי הפונקציה $F(a)$ בתחום $a \geq 0$ מקיימת: $F(a) = \int_0^a f(x) dx$.

א. מצא את הפונקציה $F(a)$.

ב. בתחום $a \geq 0$ מצא:

(1) את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $F(a)$, וקבע את סוגן.

(2) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $F(a)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $F(a)$ בתחום $a \geq 0$.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

יש לענות על שתיים מן השאלות 1-3.

יש לענות על אחת מן השאלות 4-5.

שאלה 1

א. $(x - 6)^2 + (y - 1)^2 = 16$
ב. 36.

שאלה 2

$\pi_1 : 3x + 6y + 2z - 12 = 0$ או $3x - 6y + 2z - 12 = 0$
 $\pi_2 : 3x + 6y + 2z + 2 = 0$ או $3x - 6y + 2z + 2 = 0$

שאלה 3

א. הוכחה.

ב. (1) 37.76° .

(2) 2.885 ס"מ.

שאלה 4

$\sqrt{5}$

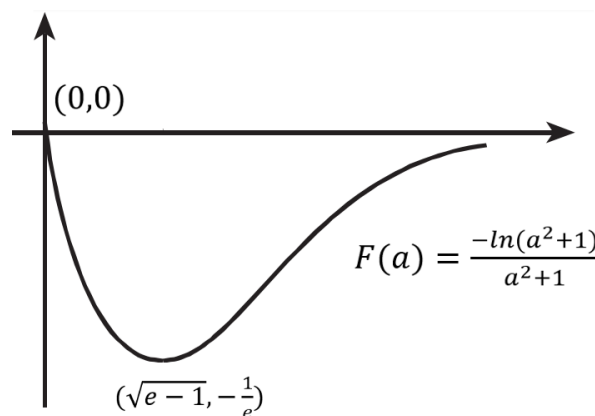
שאלה 5

א. $F(a) = \frac{-\ln(a^2+1)}{a^2+1}$

ב. (1) $(0,0) \max$, $(\sqrt{e-1}, -\frac{1}{e}) \min$

(2) $(0,0)$

ג.



מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

תכנית ניסוי

(שאלון שני לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב,
מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
— $33\frac{1}{3} \times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות
— $33\frac{1}{3} \times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות
— סה"כ 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

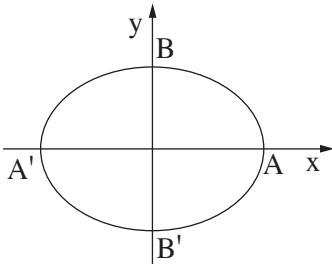
ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
 חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים (66 $\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. האליפסה $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ חותכת את ציר ה- x

בנקודות A ו- A' , ואת ציר ה- y היא

חותכת בנקודות B ו- B' , כמתואר בצירור.

א. נתון כי הישר $y = -\frac{5}{4}x$ מאונך לישר $A'B$,

והמרחק בין הנקודה B לאחד המוקדים של האליפסה הוא 5.

מצא את משוואת האליפסה.

ב. F_1 ו- F_2 הם המוקדים של האליפסה. E היא נקודה על האליפסה.

מצא את ההיקף של המשולש EF_1F_2 .

ג. מקרבים את מוקדי האליפסה זה לזה לאורך ציר ה- x .

נוצרת אליפסה קנונית חדשה העוברת גם היא דרך הנקודות A ו- A' ,

ומוקדיה הם F'_1 ו- F'_2 .

E' היא נקודה על האליפסה החדשה כך ש- $E'E$ מקביל לציר ה- y .

הגובה לצלע $F'_1F'_2$ במשולש $E'F'_1F'_2$ גדול פי k ($k > 1$) מהגובה

לצלע F_1F_2 במשולש EF_1F_2 .

(1) הבע באמצעות k את משוואת האליפסה החדשה.

(2) עבור איזה ערך של k המוקדים F'_1 ו- F'_2 יתלכדו לנקודה אחת

+ נספח

2. נתונה פירמידה ABCDT שבסיסה ABCD הוא מקבילית.

משוואת מישור הבסיס ABCD היא: $2x + 2y - z - 4 = 0$.

הצגה פרמטרית של הישר TB היא: $\underline{x} = (1, 2, -7) + t(3, 2, 1)$.

א. מצא את השיעורים של הקדקוד B.

ב. אלכסוני המקבילית ABCD נפגשים בנקודה M.

אחת מהנקודות M ו-D נמצאת על ציר ה-x, ואחת מהן נמצאת על ציר ה-z.

קבע איזו מהנקודות נמצאת על ציר ה-x. נמק.

ג. דרך נקודה על הישר TB העבירו אנך למישור המקבילית ABCD. האנך חותך

את המישור בנקודה E.

(1) מצא הצגה פרמטרית של הישר BE (ההיטל של הישר TB על מישור המקבילית).

(2) מצא את המצב ההדדי בין הישר BE לאלכסון BD.

/המשך בעמוד 4/

3. א. z הוא מספר מרוכב הנמצא ברביע הרביעי, והערך המוחלט שלו הוא 1.

נתון: $\left|1 + \frac{1}{z}\right| = \sqrt{3}$.

O היא ראשית הצירים.

מצא במשולש $Oz\bar{z}$:

(1) את זוויות המשולש.

(2) את אורכי הצלעות של המשולש.

ב. נתונה פירמידה ישרה $SABCD$

שבסיסה $ABCD$ הוא ריבוע.

M היא נקודה על המקצוע SC

כך ש- $\sphericalangle DMB$ היא הזווית

שבין שתי פאות סמוכות (ראה ציור).

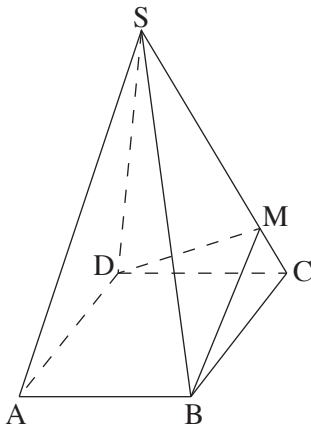
נתון: $\sphericalangle DMB = 2\alpha$,

זווית הבסיס בפאה צדדית היא β .

(1) מצא את הערך של המכפלה $\sin \alpha \cdot \sin \beta$.

(2) האם ייתכן ש- $\alpha = 45^\circ$? נמק.

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.



פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתון כי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$, המוגדרות לכל x , מקיימות:

$$g'(x) = e^{f(x)} \left(x - \frac{3}{2}\right)$$

$$f'(x) = 2x - 3$$

ישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת הקיצון שלה, חותך את ציר ה- y

$$\text{בנקודה שבה } y = -\frac{1}{4}.$$

א. (1) מצא את נקודות החיתוך של הגרף של פונקציית הנגזרת $g'(x)$ עם הצירים.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה (אם יש כאלה) של פונקציית הנגזרת $g'(x)$.

(3) נתון גם: עבור $x < 1.5$ $g'''(x) < 0$

עבור $x > 1.5$ $g'''(x) > 0$

סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $g'(x)$. נמק.

ב. לישר $y = \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{4}} + 1$ ולפונקציה $g(x)$ יש נקודה משותפת אחת בלבד.

מצא את הפונקציה $g(x)$. נמק.

5. משקל העץ בשני יערות, יער I ויער II, גדל עם הזמן לפי פונקציות

$$f(x) = N_0 \cdot a^x \quad \text{ו-} \quad g(x) = M_0 \cdot b^x \quad \text{בהתאמה.}$$

העצים בשני היערות ניטעו באותו תאריך.

ביום הנטיעה היו ביער I 10,000 טון עץ, וכעבור שנה היו בו 15,000 טון עץ.

ביום הנטיעה היו ביער II 40,000 טון עץ, וכעבור שנה היו בו 45,000 טון עץ.

א. מצא את הפונקציה $f(x)$ ואת הפונקציה $g(x)$.

ב. מצא כעבור כמה זמן מיום הנטיעה יהיה משקל העץ ביער I גדול ממשקל העץ ביער II.

ג. סרטט בקו מלא (—) סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$, ובקו מרוסק (---) סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$, החל מיום הנטיעה.

ציין מספרים על הצירים.

ד. כעבור כמה זמן מיום הנטיעה ההפרש בין משקל העץ ביער II למשקל העץ ביער I

יהיה הגדול ביותר?

בתשובותיך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

יש לענות על שתיים מן השאלות 3-1.

יש לענות על אחת מן השאלות 5-4.

שאלה 1

א. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.
 ב. $P_{EF_1F_2} = 16$.
 ג. (1) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16k^2} = 1$.
 (2) $k = 1.25$.

שאלה 2

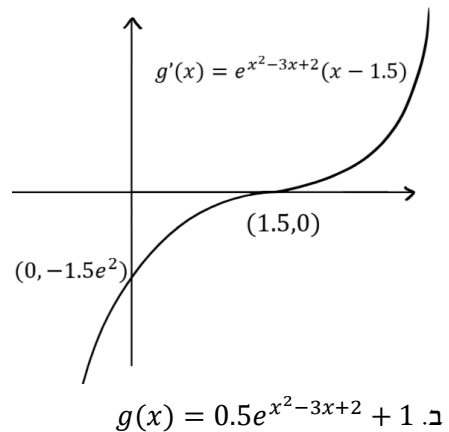
א. $(-2, 0, -8)$.
 ב. הנקודה D נמצאת על ציר ה-x.
 ג. (1) ההצגה הפרמטרית של הישר BE היא $l_{BE}: \underline{x} = (-2, 0, -8) + p(1, 0, 2)$
 (2) הישר BE מתלכד עם האלכסון BD.

שאלה 3

א. (1) $120^\circ, 30^\circ, 30^\circ$.
 (1) $\sqrt{3}, 1, 1$.
 ב. (1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
 (2) לא יתכן.

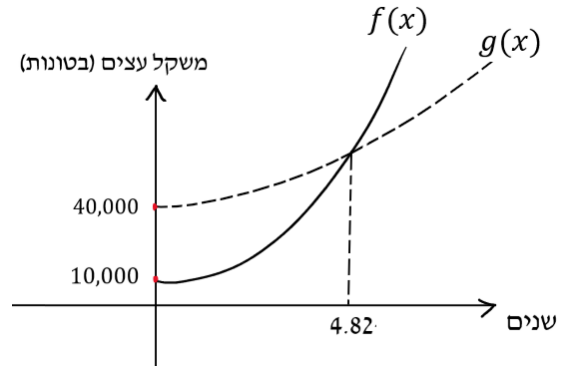
שאלה 4

א. (1) $(1.5, 0), (0, -1.5e^2)$.
 (2) עלייה: כל x. ירידה: אין.
 (3)



שאלה 5

- א. $f(x) = 10,000 \cdot 1.5^x$, $g(x) = 40,000 \cdot 1.125^x$
ב. כעבור יותר מ-4.82 שנים.
ג.



- ד. כעבור 0.52 שנה.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

תכנית ניסוי

(שאלון שני לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב,
מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $33\frac{1}{3} \times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

ה ש א ל ו ת

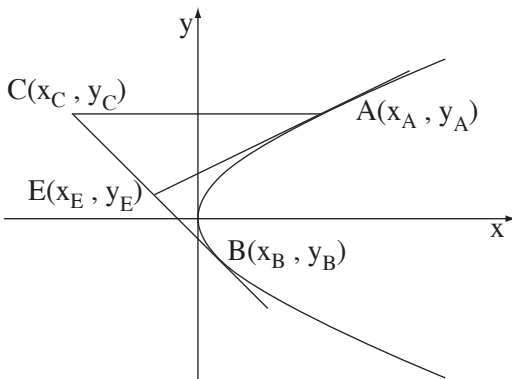
שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. נתונה הפרבולה $y^2 = 2x$.

ישר המשיק לפרבולה בנקודה A

נפגש בנקודה E עם ישר המשיק

לפרבולה בנקודה B

(A ברביע הראשון ו-B ברביע הרביעי).

דרך הנקודה A העבירו ישר החותך את

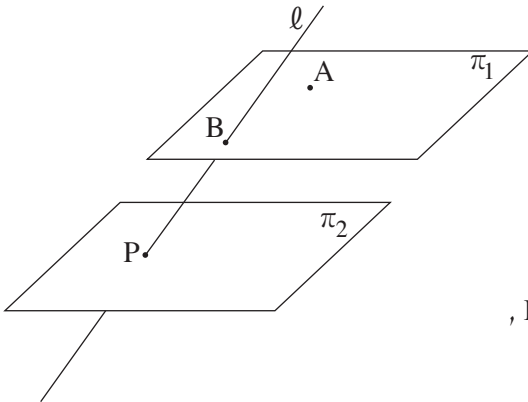
המשך EB בנקודה C כך ש- $CE = EB$,

כמתואר בציור.

א. הראה כי $y_E(y_A - y_B) = x_A - x_B$.

ב. הראה כי CA מקביל לציר ה-x.

/המשך בעמוד 3/



2. נתונות משוואות של שני מישורים:

$$\pi_1: 2x + y + 2z + 10 = 0$$

$$\pi_2: 2x + y + 2z - 10 = 0$$

ונתון ישר שהצגתו הפרמטרית היא:

$$\ell: \underline{x} = (0, 10, 0) + t(0, 2, 1)$$

הישר ℓ חותך את המישור π_1 בנקודה B,

ואת המישור π_2 הוא חותך בנקודה P.

הנקודה $A(-5, 0, z)$ נמצאת במישור π_1 (ראה ציור).

מהנקודות A ו-B העבירו אנכים למישור π_2 , החותכים את המישור

בנקודות D ו-C בהתאמה.

מצא את נפח הפירמידה PABCD (שבסיסה ABCD).

3. א. נתון מספר מרוכב z (שהוא לא ממשי) המקיים $z + \frac{1}{z} = 2 \cos \beta$, $z \neq 0$.

(1) הבע באמצעות β את z . מצא את שני הפתרונות.

(2) האם הביטוי $z^n + \frac{1}{z^n}$ הוא מספר ממשי טהור או מספר מדומה טהור

או מספר המורכב ממספר ממשי וממספר מדומה? נמק.

(n הוא מספר טבעי. z הוא המספר הנתון).

ב. נתון כי מספר מרוכב z נמצא ברביע הראשון מחוץ למעגל היחידה.

סרטט במערכת צירים סקיצה של מעגל היחידה,

ומקם בסרטוט את המספר z , ואת:

(1) $\frac{1}{z}$. נמק.

(2) $\frac{1}{\bar{z}}$. נמק.

(3) $z + \bar{z}$. נמק.

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = 2^{x-3} - b$ המוגדרת לכל x . b הוא פרמטר גדול מ-1.

א. (1) הבע באמצעות b את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לצירים (אם יש כאלה).

(2) מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(3) הבע באמצעות b את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(4) סרטט סקיזה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת $g(x) = |f(x)|$.

(1) הבע באמצעות b את האסימפטוטות של הפונקציה $g(x)$ המקבילות לצירים (אם יש כאלה).

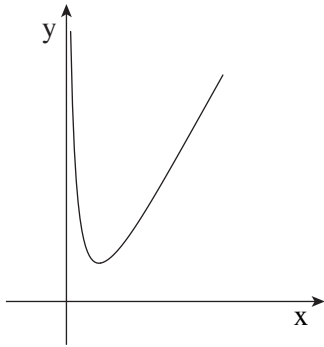
(2) סרטט סקיזה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ג. הבע באמצעות b את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי הצירים ועל ידי הישר $x = 3$.

5. נתונה הפונקציה $x > 0$, $f(x) = (\ln x)^2 + x$

(ראה ציור),

ונתון הישר $y = x - 4$.



א. העתק למחברתך את הגרף של $f(x)$

והוסף לו סרטוט של הישר הנתון. נמק.

נקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$,

ונקודה B נמצאת על הישר הנתון.

ב. מצא את האורך המינימלי של הקטע AB, אם הקטע מקביל לציר ה- y .

ג. מצא את האורך המינימלי של הקטע AB, אם הקטע מאונך לישר הנתון.

ד. מבין כל הקטעים AB האפשריים, מהו האורך המינימלי של הקטע AB? נמק.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

תכנית ניסוי

(שאלון שני לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב,
מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $33\frac{1}{3} \times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמסגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.**

ב ה צ ל ח ה !

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתון משולש ABC ששטחו $12\frac{1}{2}$.

קדוקדי המשולש B ו- C מונחים על הישר $y = x + 1$.

שיעורי הקדקוד A הם (12,3).

P היא נקודת החיתוך של התיכונים במשולש. שיעור ה- y של P הוא $5\frac{1}{2}$.

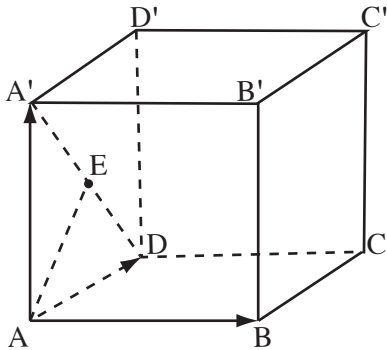
א. מצא את השיעורים של שני הקדקודים האחרים במשולש ABC.

ב. מעבירים ישר המקביל לצלע BC, וחותך את הצלעות האחרות (ולא את המשכיהן)

בנקודות D ו- E.

האורך של DE הוא $\sqrt{8}$.

מצא את משוואת הישר DE.



2. נתונה תיבה $ABCD A'B'C'D'$.

נסמן: $\vec{AA'} = \underline{w}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$

נתון: $|\underline{v}| = 1$ $|\underline{u}| = |\underline{w}| = 2$

נקודה F מקיימת $\vec{BF} = t \vec{BC}$.

t הוא פרמטר.

הנקודה E היא אמצע האלכסון $A'D'$.

א. הראה כי לא קיים ערך של t

שעבורו $\angle EAF = 30^\circ$.

ב. (1) מצא את הערך של t שעבורו $\cos \angle EAF = \frac{1}{5}$.

(2) היכן נמצאת הנקודה F עבור הערך של t שמצאת: בתוך הקטע BC,

באחד מקצות הקטע BC או מחוץ לקטע BC? נמק.

ג. אם EF מקביל למישור הפאה $ABB'A'$, מצא את היחס שבו הנקודה F

מחלקת את הקטע BC. נמק.

ד. האם נפח הפירמידה AEDF תלוי בערך של t? אם כן – הסבר מדוע.

אם לא – חשב את נפח הפירמידה.

/המשך בעמוד 4/

3. נתונה סדרה: $i, i^2, i^3, \dots, i^n, \dots$

א. הראה כי כל איברי הסדרה מיוצגים במישור גאוס על ידי קדקודי ריבוע החסום במעגל היחידה (מעגל שרדיוסו 1 ומרכזו בראשית הצירים).

ב. (1) הראה כי סכום $4n$ האיברים הראשונים בסדרה הוא מספר ממשי.

(2) מצא את הסכום של 19 האיברים הראשונים בסדרה.

ג. נתונה סדרה של n מספרים מרוכבים: $z_1, z_2, z_3, \dots, z_n$

איברי הסדרה מיוצגים במישור גאוס על ידי n קדקודים של מצולע משוכלל בעל n צלעות החסום במעגל היחידה.

איברים עוקבים בסדרה מייצגים קדקודים סמוכים במצולע נגד כיוון השעון. נתון גם כי $z_1 = 1$.

(1) רשום בהצגה קוטבית את האיבר z_n (הבע באמצעות n).

(2) רשום משוואה שפתרונותיה מיוצגים על ידי n הקדקודים של המצולע המשוכלל.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות(33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \ln(1 + e^{-x}) + \frac{1}{3}x$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?ב. M ו- N הן נקודות על גרף הפונקציה $f(x)$, ששיעורי ה- x שלהן שונים מאפס.שיעור ה- x של M הוא x_0 , ושיעור ה- x של N הוא $-x_0$.הוכח כי שיפוע הישר שמשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 0$,שווה לשיפוע הקטע MN .ג. מצא את האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ המקבילות לצירים

(אם יש כאלה).

ד. (1) מצא עבור אילו ערכי x פונקציית הנגזרת $f'(x)$ היא שלילית.(2) מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$

ועל ידי שני הצירים.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \ln(x^2 + a)$, a הוא פרמטר, $a > 0$.

לגרף הפונקציה יש שיפוע מקסימלי ושיפוע מינימלי בנקודות שבהן $y = 3\ln 2$.א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.ב. מצא את הערך של a .ג. מצא את גודל השיפוע המקסימלי של $f(x)$, ואת גודל השיפוע המינימלי של $f(x)$.הצב $a = 4$, וענה על סעיף ד.ד. (1) מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$.(2) מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה \cup וכלפי מטה \cap של הפונקציה $f(x)$.(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.**בהצלחה!**

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

תכנית ניסוי

(שאלון שני לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב,
מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $33\frac{1}{3} \times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

/המשך מעבר לדף/

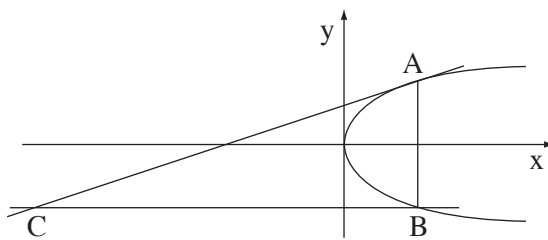
ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. A ו- B הן נקודות כלשהן על

הפרבולה $y^2 = 2px$, $p > 0$

כך שהמיתר AB מקביל לציר ה- y .

יש, המשיק לפרבולה בנקודה A ,

חותך בנקודה C את הישר שעובר

דרך הנקודה B ומקביל לציר ה- x (ראה ציור).

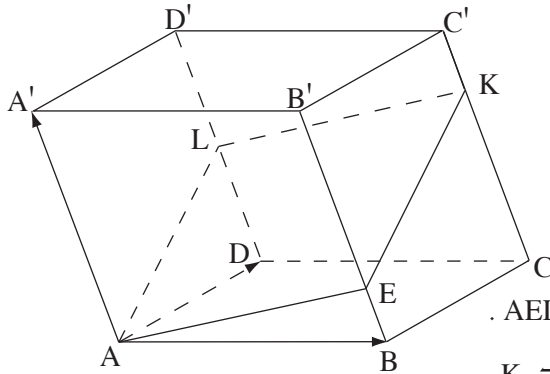
א. (1) הבע באמצעות p את משוואת המקום הגאומטרי של הנקודות C הנוצרות באופן שתואר.

(2) סרטט במערכת צירים סקיצה של המקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת.

ב. נתון כי שיעור ה- y של נקודה C , הנמצאת על המקום הגאומטרי שאת משוואתו

מצאת, הוא $y = -2p$.

חשב במקרה זה את הזווית שבין המשיק לפרבולה, CA , ובין ציר ה- x .



2. נתון מקבילון $ABCD A'B'C'D'$

(גוף שכל פאותיו הן מקביליות).

נקודה L היא אמצע המקצוע DD' .

נקודה E נמצאת על המקצוע BB'

$$\text{כך ש- } \frac{B'E}{EB} = 3.$$

נתון כי המקצוע AA' מאונך למישור AEL .

המישור חותך את המקצוע CC' בנקודה K

(ראה ציור).

$$\text{נסמן: } \overline{AB} = \underline{u}, \quad \overline{AD} = \underline{v}, \quad \overline{AA'} = \underline{w}, \quad \overline{CK} = m\overline{CC'}$$

א. מצא את הערך של m .

ב. נתון כי ההצגה הפרמטרית של הישר CC' היא $\underline{x} = (4, 5, 8) + t(1, -1, 2)$,

הנקודה $(2, -1, 3)$ נמצאת במישור AEL , ושיעורי הקדקוד C' הם $(x, y, 0)$.

מצא את מרחק הקדקוד C מהמישור AEL .

3. הם שלושה מספרים מרוכבים שונים הנמצאים על ישר אחד שעובר

דרך ראשית הצירים. z_1 ו- z_2 נמצאים ברביע הראשון, ו- z_3 נמצא ברביע השלישי.

$$\text{נסמן } z_1 = r_1 (\cos \alpha + i \sin \alpha).$$

א. האם המנה $\frac{z_1 - z_3}{z_2 - z_3}$ היא מספר ממשי, מספר מדומה טהור או מספר שהוא לא ממשי

ולא מדומה טהור? נמק.

$$\text{נתון גם כי } z_1 \text{ ו- } z_3 \text{ נמצאים על מעגל היחידה, ו- } \left| \frac{z_1 - z_3}{z_2 - z_3} \right| = \frac{1}{2}$$

ב. חשב את הערך המוחלט של z_2 .

ג. z_4 הוא הצמוד של z_1 .

הבע באמצעות α את שטח המשולש הנוצר על ידי הנקודות z_1, z_3, z_4 .

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונות שלוש פונקציות, I, II, III :

$$\text{I. } y = -2x + 4 \quad \text{II. } y = \ln x \quad \text{III. } y = \ln x + 2x - 4$$

א. מצא את תחום ההגדרה של כל אחת מהפונקציות, ומצא את האסימפטוטות שלהן המקבילות לצירים (אם יש כאלה).

ב. (1) סרטט במערכת צירים אחת סקיצה של גרף הפונקציה I וסקיצה של גרף

הפונקציה II. ציין מספרים על ציר ה- x .

(2) הסבר מדוע נקודת החיתוך בין הגרפים של הפונקציות I ו-II חייבת להימצא

בתחום $1 < x < 2$.

ג. (1) מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה III (אם יש כאלה).

(2) ציין בין אילו ערכי x שלמים ועוקבים נמצאת נקודת החיתוך של גרף

הפונקציה III עם ציר ה- x . נמק.

(3) לגרפים שסרטטת בתת-סעיף ב (1), הוסף בקו מרוסק (---) סקיצה של

גרף הפונקציה III.

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציה II, על ידי הגרף של פונקציה III

ועל ידי הישרים $x = 1.5$ ו- $x = 2.5$.

/המשך בעמוד 5/

5. נתונה הפונקציה $f(x) = (1+x)e^{-x}$.

א. הראה כי $f'(x) = -xe^{-x}$.

ב. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן (אם יש כאלה).

ג. מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. הראה כי עבור $a > 0$ מתקיים $\int_{-1}^a f(x) dx < e$.

ו. (1) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- x

ועל ידי ציר ה- y .

(2) הסבר מדוע עבור $a > 0$ מתקיים $\int_{-1}^a f(x) dx > e - 2$.

בהצלחה!

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

תכנית ניסוי

(שאלון שני לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב,
מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $33\frac{1}{3} \times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונה המשוואה $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2 - 16} = 1$, $a > 0$, $a \neq 4$.

א. עבור אילו ערכים של a מייצגת המשוואה:

(1) אליפסה?

(2) מעגל?

ב. ידוע כי המשוואה הנתונה מייצגת אליפסה.

באליפסה חסומים: עיגול הנוגע באליפסה

בנקודות החיתוך שלה עם ציר ה- y ,

וריבוע שצלעותיו מקבילות לצירים

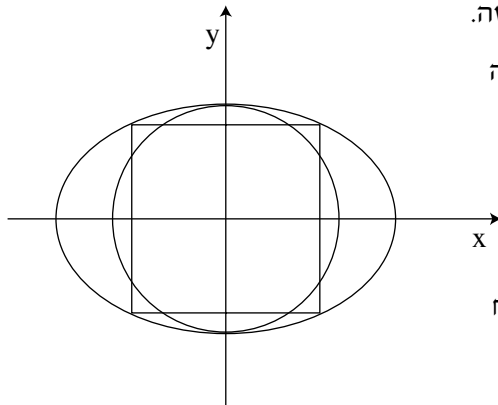
(ראה ציור).

היחס בין שטח העיגול החסום לבין שטח

הריבוע החסום הוא $\frac{4\pi}{9}$.

מצא את הערך של a^2 .

הערה: פתרון סעיף ב אינו תלוי בפתרון סעיף א.



2. נתונה פירמידה SABCD שבסיסה ABCD הוא מקבילית.

השיעורים של ארבעה מבין קדקודי הפירמידה הם:

$$S(1, 1, 8), C(-2, 2, -1), B(4, -2, 5), A(6, a, 9)$$

בסיס הפירמידה נמצא במישור:

$$\pi: \underline{x} = (2, -1, 4) + t(4, -3, 5) + s(2, -1, 1)$$

א. חשב את נפח הפירמידה SABCD (ערך מספרי).

ב. המישור π חותך את הצירים בנקודות K, L, M.

מצא את היחס בין נפח הפירמידה SABCD לבין נפח הפירמידה OKLM

(O – ראשית הצירים).

ג. האם הישר שעליו נמצא גובה הפירמידה SABCD חותך את כל המישורים שעליהם

מונחות פאות הפירמידה OKLM? נמק.

$$3. \text{ נתונה המשוואה } 2z^2 - (m-2)z - \frac{1}{8}i = 0$$

z – מספר מרוכב, m – פרמטר מרוכב.

א. z_1 ו- z_2 הם פתרונות המשוואה הנתונה.

$$\text{מצא עבור איזה ערך של m מתקיים } \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} = -4$$

ב. (1) מצא עבור אילו ערכים של m יש למשוואה הנתונה פתרון יחיד.

הראה כי פתרונות המשוואה הנתונה עבור כל הערכים של m שמצאת

בתת-סעיף ב (1):

(2) נמצאים על ישר אחד העובר בראשית הצירים.

(3) נמצאים על מעגל אחד שמרכזו בראשית הצירים.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2 - 2x - a}{e^{-x}}$. a הוא פרמטר.

- מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?
- מצא עבור אילו ערכים של a יש לפונקציה $f(x)$ שתי נקודות קיצון.
- דרך נקודות הקיצון של הפונקציה העבירו ישרים המאונכים לציר ה- x . המרחק בין הישרים הוא 6. מצא את ערך הפרמטר a .

הצב את הערך של a שמצאת, וענה על הסעיפים ד-ז:

- מצא את סוגי הקיצון של הפונקציה $f(x)$.
- מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים. בתשובתך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ז. לפניך סקיצה של

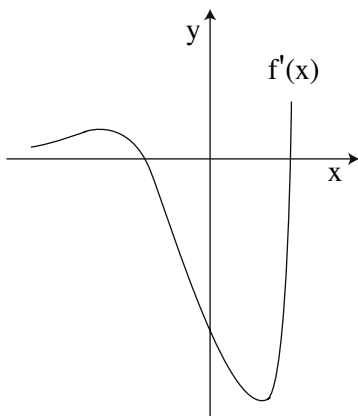
גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

מצא את השטח המוגבל

על ידי הגרף של $f'(x)$,

על ידי הישר $x = -5$, על ידי ציר ה- y

ועל ידי ציר ה- x .



5. א. נתונה הפונקציה $f(x) = \log_b(ax)$ בתחום $1 \leq x \leq 2$, $a > 0$, $0 < b < 1$.

בתחום הנתון הערך הגדול ביותר של הפונקציה הוא 4,

והערך הקטן ביותר של הפונקציה הוא 2.

מצא את הערך של a ואת הערך של b .

ב. נתונה הפונקציה $f(x) = \log_a(\tan x) + \log_a\left(\frac{3x - x^2}{\tan x}\right)$ בתחום $0 < x < \frac{\pi}{2}$,

$0 < a < 1$.

מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של $f(x)$ בתחום הנתון (אם יש כאלה),

וקבע את סוגן.

שים לב: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

תכנית ניסוי

(שאלון שני לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב,
מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $33\frac{1}{3} \times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמסגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נקודה E נמצאת על אליפסה שמשוואתה $x^2 + 4y^2 = 36$.

האליפסה חותכת את ציר ה-x בנקודות A ו-B.

א. מצא את משוואת העקום שעליו נמצא המקום הגאומטרי של מפגשי התיכונים

במשולש ABE.

ב. הנקודות $(\sqrt{2}, y)$ נמצאות על המקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת

בסעיף א. חיברו נקודות אלה עם הנקודות A ו-B, ונוצר מצולע.

מצא את שטח המצולע.

ג. האליפסה הנתונה התקבלה ממעגל על ידי הכפלת שיעורי ה-y של כל אחת

מהנקודות על המעגל בקבוע, בלי לשנות את שיעורי ה-x שלהן.

(1) מהי משוואת המעגל?

(2) האם למעגל ולמקום הגאומטרי שמצאת בסעיף א יש נקודות חיתוך? נמק.

2. נתון משולש ABC שווה-שוקיים וישר-זווית, $\sphericalangle C = 90^\circ$.

שניים מקדוקדי המשולש הם: $A(3, -2, 1)$, $C(6, -2, -2)$.

המישור $\pi: 2x + y + 2z - 15 = 0$ מקביל למישור ABC.

א. (1) מצא את שתי האפשרויות לשיעורי הקדקוד B.

(2) נסמן את שתי האפשרויות לקדקוד B ב- B_1 ו- B_2 .

האם הקדקוד C נמצא על הישר B_1B_2 ? נמק.

ב. נקודה D נמצאת במישור π .

מצא את נפח הפירמידה DAB_1B_2 .

3. א. (1) נתונות נקודות המקיימות $\frac{|z^2 - i|}{|z^2 + 3i|} = 1$, $z = x + yi$.

רשום באמצעות x ו- y את משוואת המקום הגאומטרי של נקודות אלה.

(2) באיזה רביע/רביעים נמצא המקום הגאומטרי שאת משוואתו רשמת

בתת-סעיף א (1)? נמק.

ב. (1) מצא את שיעורי הנקודות הנמצאות על המקום הגאומטרי שאת משוואתו

רשמת, ומקיימות $|z|^2 = 1.25$.

(2) איזה מרובע נוצר כאשר מחברים את הנקודות שבתת-סעיף ב (1)? נמק.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות(33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{e^x - ae^{-x}}{e^x + ae^{-x}}$, a הוא פרמטר.א. מצא עבור $a > 0$, ועבור $a < 0$ (הבע באמצעות a במידת הצורך):

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה, ואת האסימפטוטות שלה המקבילות לצירים.

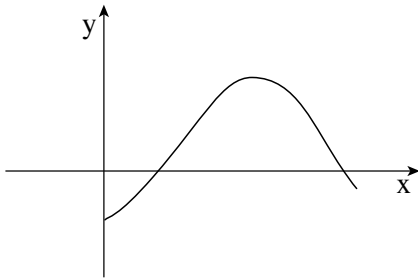
(2) תחומי עלייה וירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).

(3) נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

השאר ℓ בתשובותיך במידת הצורך.ב. ידוע כי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y נמצאת בחלק השלילי של הציר.

סרטט סקיצה של גרף הפונקציה:

(1) עבור $a > 0$.(2) עבור $a < 0$.



5. נתונות הפונקציות: $f(x) = \log_3(x^2 - 6x + 18)$

$$g(x) = \sin\left(\frac{\pi x}{6}\right) - \cos\left(\frac{\pi x}{3}\right)$$

המוגדרות לכל x בתחום $0 \leq x \leq \frac{5\pi}{3}$.

בציור מוצג הגרף של הפונקציה $g(x)$ בתחום הנתון.

ענה על הסעיפים א-ב עבור התחום הנתון.

א. (1) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציה $f(x)$,

וקבע את סוגן.

בתשובתך דייק במידת הצורך עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

(2) נתון כי הישר $y = k$ משיק לגרף של $f(x)$ ולגרף של $g(x)$ באותה נקודה.

($g'(x)$ שווה לאפס רק בנקודה אחת.)

העתק למחברתך את הגרף של $g(x)$, ובאותה מערכת צירים סרטט סקיצה של

גרף הפונקציה $f(x)$.

(3) פתור את המשוואה $\log_3(x^2 - 6x + 18) = \sin\left(\frac{\pi x}{6}\right) - \cos\left(\frac{\pi x}{3}\right)$. נמק.

ב. (1) באיזה תחום $f'(x) > 0$, ובאיזה תחום $f'(x) < 0$?

(2) מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של $f'(x)$, על ידי ציר ה- x

ועל ידי הישרים $x = 2$ ו- $x = 4$.

בהצלחה!

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

תכנית ניסוי

(שאלון שני לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב,
מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $33\frac{1}{3} \times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמסגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

ה ש א ל ו ת

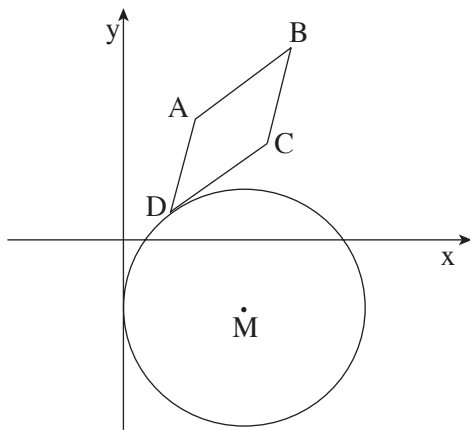
שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. נתון מעגל, שמרכזו M נמצא ברביע הרביעי.

המעגל משיק לציר ה- y .

במקבילית ABCD הצלע DC משיקה

למעגל זה בנקודה D, כמתואר בציור.

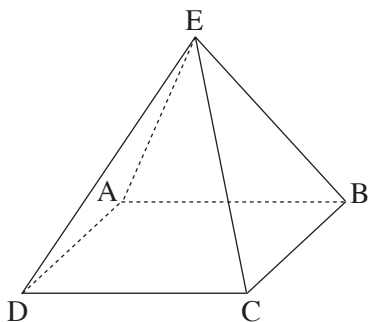
נתון: $A(3, 5)$, $B(7, 8)$,

רדיוס המעגל הוא 5,

שטח המקבילית ABCD הוא 13.

א. מצא את משוואת הישר DC.

ב. מצא את השיעורים של הנקודה שבה המעגל משיק לציר ה- y .



2. בפירמידה ABCDE, שבסיסה ABCD הוא מקבילית,

נתון כי $\vec{EA} \perp \vec{EC}$.

א. הוכח: אם הבסיס ABCD הוא מלבן,

אז $\vec{ED} \perp \vec{EB}$.

ב. נסח את הטענה ההפוכה לטענה שבסעיף א,

והוכח אותה.

/המשך בעמוד 3/

3. א. נתון מקום גאומטרי המקיים: $|z - \bar{z} + i| = |3z + \bar{z} - i|$, $z = x + yi$.

מצא את משוואת הישר, המשיק לגרף של המקום הגאומטרי הנתון בנקודה

שבה $x = 0$.

ב. נתון חרוט ישר שקדקודו S, ומרכז הבסיס שלו הוא O.

B, D ו-C הן נקודות על ההיקף של בסיס החרוט.

DC הוא קוטר.

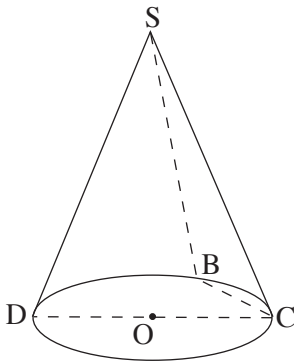
נתון: $\angle BOC = 40^\circ$,

הזווית בין המישור SBC למישור של

בסיס החרוט היא 55° .

חשב את גודל הזווית DSC.

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.



פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות(33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.4. א. בשעה 8^{00} היו 100 גרם של חומר רדיואקטיבי I

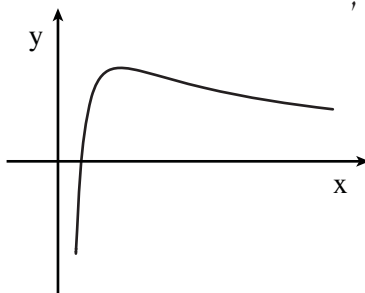
ו- 100 גרם של חומר רדיואקטיבי II .

הכמות של כל אחד מהחומרים קטנה עם הזמן בצורה מעריכית.

כעבור חצי שעה נותרו 80 גרם של חומר I ו- 64 גרם של חומר II .

כעבור כמה שעות (מהשעה 8^{00}) יהיה ההפרש בין הכמויות של שני החומרים

שווה ל- 25 גרם?

ב. מצא על גרף הפונקציה $f(x) = 2^x$ את הנקודה הקרובה ביותר לישר $y = x \cdot \ln 4$.הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.5. בציר מוצגת סקיצה של גרף הפונקציה $f(x) = \frac{\ln(ax)}{x}$,ונתונה הפונקציה $g(x) = -\frac{\ln(ax)}{x}$, $a > 1$.

מעבירים ישר דרך נקודות הקיצון של

שתי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

השטח, המוגבל על ידי הישר, על ידי הגרפים של

שתי הפונקציות ועל ידי הישר $x = e$, שווה ל- $\ln^2(2e) - 1$.מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודת הפיתול של $f(x)$ ודרך נקודת הפיתול של $g(x)$.**בהצלחה!**

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

תכנית ניסוי

(שאלון שני לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב,
מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $33\frac{1}{3} \times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמסגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

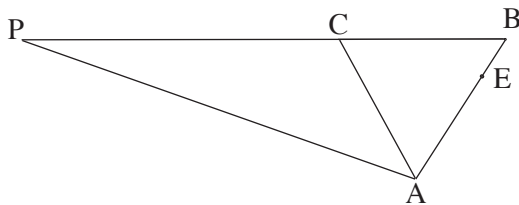
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונות הנקודות $A(0, 0)$ ו- $E(3, 6)$.



נקודה B נמצאת על המשך AE

כך ש- $AB = AC$ (ראה ציור),

ושטח המשולש CAE גדול פי 3

משטח המשולש CEB.

א. מצא את שיעורי הקדקוד B.

ב. נקודה P נמצאת על המשך BC כך ש- $PC = 2BC$.

מצא את משוואת המקום הגאומטרי של הנקודות P הנוצרות באופן זה.

ג. הנקודה $(4, -40)$ נמצאת על המקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת בסעיף ב.

מצא עבור נקודה זו את משוואת האנגל ל-BC העובר דרך C.

/המשך בעמוד 3/

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. א. הכמויות של שני סוגי דגים, סוג א' וסוג ב', גדלות בצורה מעריכית.

כמות הדגים מסוג א' גדלה כל חודש פי q_1 ,

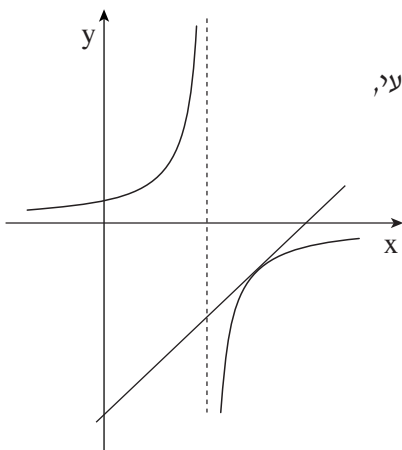
וכמות הדגים מסוג ב' גדלה כל חודש פי q_2 .

כעבור מספר חודשים כמות הדגים מסוג א' גדלה פי 2, וכמות הדגים מסוג ב' גדלה פי 4.

q_2 גדול ב- 8.7% מ- q_1 .

מצא את מספר החודשים שבהם כמות הדגים מסוג א' גדלה פי 2,

וכמות הדגים מסוג ב' גדלה פי 4.



ב. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{e}{e-x}$.

העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה ברביע הרביעי,

שמשוואתו $y = \frac{4}{e}x - 8$ (ראה ציור).

חשב את השטח המוגבל על ידי המשיק,

על ידי גרף הפונקציה

ועל ידי הישר $x = 2e$.

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

5. נתונה פונקציית הנגזרת $f'(x) = \frac{2\ln x - 1}{x}$.

נתון כי הפונקציה $f(x)$ מוגדרת בתחום $x > 0$, ויש לה נקודת פיתול בנקודה שבה $f(x) = b$.

א. מצא את הפונקציה $f(x)$ (הבע באמצעות b).

ב. (1) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של $f(x)$ (אם יש כאלה), וקבע את סוגן. (הבע באמצעות b במידת הצורך).

(2) מצא תחומי קעירות כלפי מעלה \cup וכלפי מטה \cap של $f(x)$.

ג. (1) מצא עבור אילו ערכים של b הגרף של $f(x)$ חותך את ציר ה- x בשתי נקודות.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$, עבור הערכים של b שמצאת בתת-סעיף ג (1), אם נתון כי $b > 0$. ציין בסקיצה את נקודת הפיתול.

בהצלחה!

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

תכנית ניסוי

(שאלון שני לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב,
מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $33\frac{1}{3} \times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

/המשך מעבר לדף/

ה ש א ל ו ת

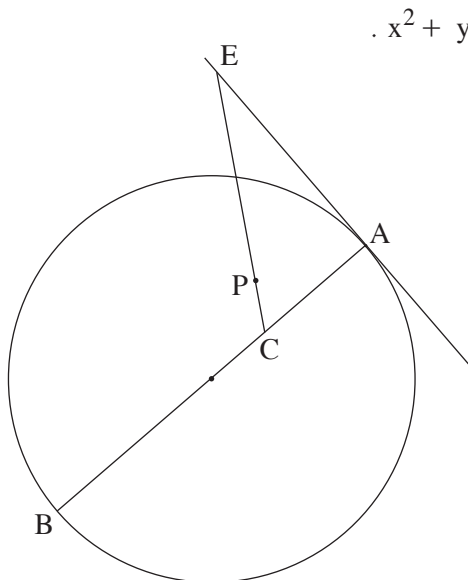
שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. נתון מעגל שמשוואתו $x^2 + y^2 - 4x + 6y = 887$.

בנקודה $A(20, 21)$ שעל המעגל העבירו

משיק למעגל.

נקודה C נמצאת על קוטר המעגל AB

כך ש- $AC = \frac{1}{3}AB$.

נקודה E נמצאת על המשיק,

ונקודה P נמצאת על הקטע EC

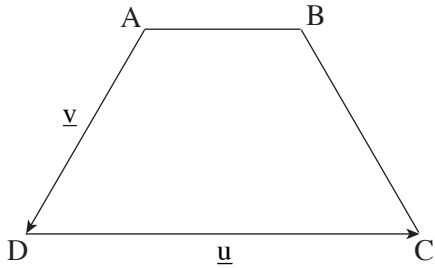
כך ש- $CE = 5CP$

(ראה ציור).

א. מצא את שיעורי הנקודה C .

ב. הבע את השיעורים של הנקודה E באמצעות השיעורים של הנקודה P ,

ומצא את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות P הנוצרות באופן שתואר.



2. נתון טרפז שווה-שוקיים $(AB \parallel DC)$ ABCD (ראה ציור).

נתון כי $\angle DAB = 120^\circ$.

נסמן: $\vec{AB} = t\vec{u}$ $\vec{AD} = \vec{v}$ $\vec{DC} = \vec{u}$.

א. (1) הבע את t באמצעות $|\vec{u}|$ ו- $|\vec{v}|$.

(2) הבע את הווקטור \vec{BC}

באמצעות $|\vec{u}|$, \vec{v} , \vec{u} .

נתון: $\vec{u} = (8, 6, -10)$, $\vec{v} = (-1, y, 0)$.

ב. (1) מצא את שיעור ה- y של הווקטור \vec{v} . (מצא את שתי האפשרויות).

(2) מבין שני הערכים של y שמצאת בתת-סעיף ב (1), מצא עבור איזה ערך של y

הבסיס DC הוא קוטר במעגל שהטרפז חסום בו.

הערה: אפשר לפתור את סעיף ב בלי להסתמך על הפתרון של סעיף א.

3. א. בסדרה הנדסית a_1, a_2, a_3, \dots

נתון: $a_4 = -8 + 8i$ $a_7 = 64 + 64i$.

מצא את a_1 .

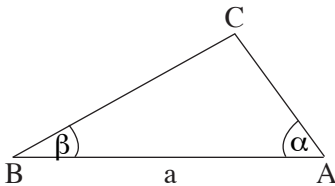
ב. במשולש ABC נתון: $AB = a$

$\angle CAB = \alpha$

$\angle CBA = \beta$ (ראה ציור).

הבע באמצעות a , α ו- β את נפח הגוף

שנוצר כאשר המשולש מסתובב סביב הצלע AB.



הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. א. (1) בעיירה מסוימת נמצא כי אצל כל הגברים בעיירה שער הראש נושר בדעיכה מעריכית מגיל עשרים ואחת והלאה.
כל שנה הגברים מאבדים 0.1% משער ראשם.
מצא כעבור כמה שנים מגיל עשרים ואחת יאבדו הגברים 0.2997% משער ראשם.

(2) נמצא כי אצל כל הילדות בעיירה מספר השערות גדל מאז הלידה בצורה מעריכית.
ביום מסוים היו לילדה מהעיירה 100,000 שערות.
כעבור m שנים נוספו לה 15,000 שערות.
הבע באמצעות m בכמה אחוזים גדל כל שנה מספר השערות של הילדה.

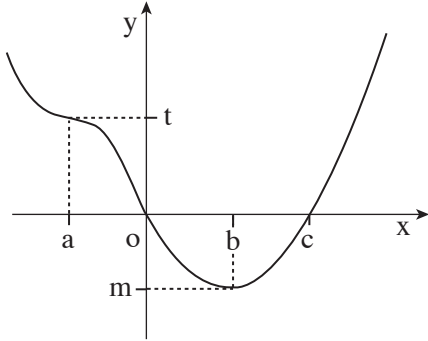
ב. נתונה פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x) = \frac{1}{(2x-1)^2} + e$.

לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון ב- $(0, 3)$.

מצא את $f(x)$.

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

5. נתון הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ (ראה ציור).



כמון כן נתון:

$$f(a) = d, \quad f(o) = s, \quad f(b) = p, \quad f(c) = k$$

א. הבע באמצעות פרמטרים מתאימים:

(1) את השיעורים של נקודות הקיצון

של $f(x)$, וקבע את סוגן. נמק.

(2) את השיעורים של נקודת הפיתול של $f(x)$. נמק.

ב. נסמן: x_1 – שיעור ה- x של נקודת הפיתול של $f(x)$.

x_2 – שיעור ה- x של נקודת המינימום של $f(x)$.

הבע באמצעות פרמטרים מתאימים את ערך האינטגרל $\int_{x_1}^{x_2} f'(x) \cdot e^{-f(x)} dx$.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

מדינת ישראל

משרד החינוך

בהצלחה

משימות והצעת תשובות

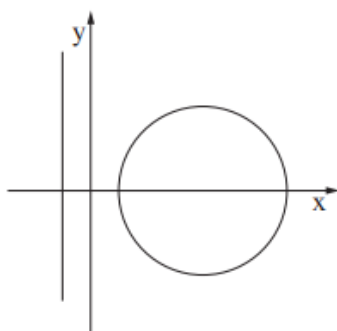
קיץ תשע"ד

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון שני

גאומטריה אנליטית

משימה 1



$$\text{נתון המעגל } (x - a)^2 + y^2 = R^2$$

ונתון הישר $x = R - a$, $0 < R < a$ (ראה ציור).

המקום הגאומטרי של מרכזי מעגלים,

המשיקים מבחוץ למעגל ולישר הנתונים,

הוא פרבולה שמשוואתה $y^2 = 16x$.

א. מצא את הערך של a .

ב. שני מעגלים שמרכזיהם M ו- P משיקים מבחוץ למעגל ולישר הנתונים.

רדיוס כל אחד מן המעגלים האלה הוא $5 - R$.

מצא את השיעורים של נקודת המפגש של שני הישרים המשיקים בנקודות M ו- P

לפרבולה שמשוואתה $y^2 = 16x$.

וקטורים

משימה 2

נקודה A נמצאת במישור π_1 שמשוואתו היא $x - z - 2 = 0$.

נקודה B ונקודה C נמצאות במישור π_2 שמשוואתו היא $x - z - 12 = 0$.

א. מצא את הזווית בין ישר המאונך למישור π_1 ובין ציר ה- y .

ב. נתון: הישר AC מקביל לישר שהצגתו הפרמטרית היא $\underline{x} = t(2, 0, -2)$.

מצא את האורך של AC . נמק.

ג. נתון גם: $\vec{BC} = (2, -1, c)$.

מצא את שטח המשולש ABC .

מרוכבים

משימה 3

z הוא מספר מרוכב שונה מ- 0 .

א. אם שלושת המספרים $\frac{1}{z}$, $z + \frac{1}{z}$, z הם איברים עוקבים בסדרה חשבונית,

מצא את z (מצא את כל הפתרונות).

ב. אם $|z| = \left|\frac{1}{z}\right|$ ו- $0^\circ < \arg(z) < 90^\circ$,

מצא את $\arg(z + \frac{1}{z})$.

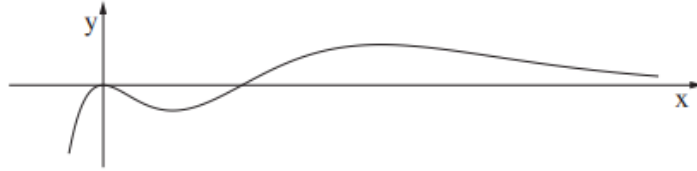
הערה: פתרון סעיף ב אינו תלוי בפתרון סעיף א.

חקירה של פונקציה מעריכית

משימה 4

נתונה הפונקציה $f(x) = (x^3 - ax^2)e^{-x}$ (ראה ציור).

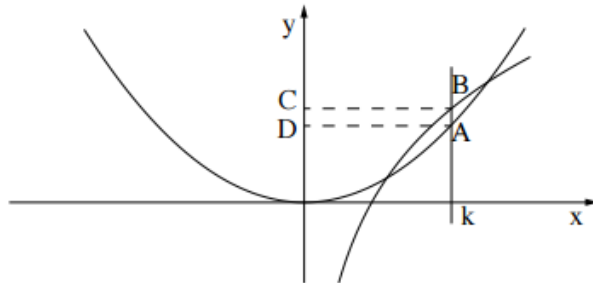
a הוא פרמטר גדול מ-0.



- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?
- ב. גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בראשית הצירים ובנקודה A . ישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה A יוצר עם הצירים משולש ששטחו $\frac{8}{e^a}$. מצא את הערך של a .
- הצב את הערך של a שמצאת, וענה על הסעיפים ג-ה.
- ג. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$. קבע את סוגן על פי הגרף.
- ד. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. היעזר בעובדה שהחלק החיובי של ציר ה- x הוא אסימפטוטה אופקית של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
- ה. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x .

חקירה של פונקציה לוגריתמית בעיית מינימום-מקסימום

משימה 5



הגרפים של הפונקציות: $f(x) = x^2$

$g(x) = \ln(ax)$

נפגשים בשתי נקודות.

a הוא פרמטר גדול מ-0.

הישר $x = k$ חותך את גרף

הפונקציה $f(x)$ בנקודה A

ואת גרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה B .

ישר זה נמצא בין נקודות החיתוך של שני הגרפים (ראה ציור).

א. הסבר מדוע הערכים של k אינם יכולים להימצא בתחום $0 < k < \frac{1}{a}$.

דרך הנקודות B ו- A העבירו מקבילים לציר ה- x , החותכים את ציר ה- y בנקודות C ו- D בהתאמה (ראה ציור).

ב. מצא את הערך של k , שעבורו היקף המלבן $ABCD$ הוא מקסימלי.

ג. העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה B המתקבלת עבור המלבן שהיקפו מקסימלי. נתון כי המשיק עובר בנקודה $(0, 0)$.

מצא את הפונקציה $g(x)$.