קורס אלגברה

יש סרטונים לכל התרגילים בקורס באתר

Matematicourse.com

לחץ כאן כדי להגיע ישירות לדף הקורס

תוכן

חוקי חזקות

רשימת חוקי החזקות

1. $x^a \cdot x^b = x^{a+b}$
2. $\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$
3. $(x \cdot y)^a = x^a \cdot y^a$
4. $(\frac{x}{y})^a = \frac{x^a}{y^a}$
5. $x^{-a} = \frac{1}{x^a}$
6. $(\frac{x}{y})^{-a} = (\frac{y}{x})^a$
7. $\frac{1}{x^{-a}} = x^a$
8. $(x^a)^b = x^{a \cdot b}$ לא להתבלבל עם x^{a^b} שנשאר ככה x^{a^b} ולא ניתן להמשיך "לסדר" אותו
9. $x^0 = 1$

<u>הערות ודגשים</u>:

1. יש לשים לב להבדל
   בין:

$$(-x)^a = \overbrace{(-x) \cdot (-x) \cdot (-x) \cdot \ldots \cdot (-x)}^{\text{פעמים } a}$$

לבין:

$$-x^a = -\overbrace{x \cdot x \cdot x \cdot \ldots \cdot x}^{\text{פעמים } a}$$

2. אם a זוגי ניתן לרשום את $(-x)^a$ כך: x^a למשל את $(-5)^6$ נרשום כך 5^6
   אם a אי-זוגי ניתן לרשום את $(-x)^a$ כך: $-x^a$ למשל את $(-5)^{61}$ נרשום כך -5^{61}

תרגול חוקי חזקות

תרגול 1 – פשט את הביטוי ככל הניתן (לא את כולם ניתן לפשט)

על מנת לפתור את חלק מהתרגילים בין 15 - 24 תצטרכו להכיר את החזקות הבסיסיות של המספרים 2,3,5

- $2^2=4$, $2^3=8$, $2^4=16$, $2^5=32$
- $3^2=9$, $3^3=27$, $3^4=81$, $3^5=243$
- $5^2=25$, $5^3=125$, $5^4=625$

.1 $x^4\cdot x^2$	.9 $2m^2+2m+5m^3$	.17 $25^{-7}\cdot 125^5$
.2 $x^3\cdot x^5\cdot x$	.10 $2m^4-7m^4-m^3+3m^3$	.18 $27^{-6}\cdot 9^7\cdot 3^3$
.3 $x^{13}\cdot y^5$	.11 $2^4-7\cdot 2^4-2^5+3\cdot 2^3$	.19 $6^{-8}\cdot 4^4\cdot 27^3$
.4 $(-x)^3\cdot x^5\cdot(-x)^4$	.12 $-3^{14}+3^{15}-10\cdot 3^{13}+3\cdot 3^{13}$	.20 $3^{17}-3^{19}$
.5 $\frac{x^3\cdot x^5\cdot y^6}{x^7\cdot y}$	.13 $\frac{1}{(xy)^6}\cdot(x^2y^3)^4\cdot y^{-5}$	.21 $\frac{6^{30}}{2^{28}\cdot 3^{29}}$
.6 $\frac{(x^3\cdot y^5)^8\cdot y^6\cdot x}{(x^7)^3\cdot(y\cdot x^2)^{10}}$	.14 $\frac{2^3\cdot 2^7}{2^4\cdot 2^5}$	.22 $\frac{14^{15}\cdot 49^{10}}{7^{34}\cdot 8^5}$
.7 $\frac{(2m^3n)^2\cdot(mn^{-5})^3}{4mn^{-1}(\frac{m^3}{n})^4}$	.15 $\frac{9^3\cdot 27^2}{3^9\cdot 81}$	.23 $\frac{5^{63}}{(-5)^{61}}$
.8 $2m^3+7m^3+m^3$	.16 $\frac{10^9\cdot 25^5\cdot 8^{-1}}{40^3\cdot 125^5}$	.24 $\frac{(-27)^{29}}{-243^{17}}$

תרגול 1 – פתרונות

.1 x^6	.9 לא ניתן לפשט	.17 5
.2 x^9	.10 $-5m^4+2m^3$ או $m^3(-5m+2)$	.18 $\frac{1}{3}$
.3 $x^{13}\cdot y^5$ לא ניתן לפשט	.11 $-13\cdot 2^3$	.19 3
.4 $-x^{12}$	.12 -3^{13}	.20 $-8\cdot 3^{17}$
.5 $x\cdot y^5$	.13 x^2y	.21 $2^2\cdot 3$ או 12
.6 $\frac{y^{36}}{x^{16}}$	.14 2	.22 7
.7 $m^{-4}n^{-8}$ או $\frac{1}{m^4n^8}$	.15 $\frac{1}{3}$	.23 -25
.8 $10m^3$	.16 $\frac{5}{2^3}$	.24 9

תרגול 2 – פשט את הביטוי ככל הניתן (לא את כולם ניתן לפשט)

.1 $(\frac{9}{2})^8 \cdot \frac{8^3}{27^5}$	.5 $(3x-5y^4)^0$	.9 $\frac{(x^2)^{a+2}\cdot x^{1-3a}}{(x^{2a})\cdot\frac{1}{x^{7a-4}}}$	.13 $\frac{(x^2\cdot y^6)^9\cdot(-x)\cdot(x^7\cdot y^2)^6}{(-x^2)^{31}\cdot(y^{12})^5}$
.2 $(\frac{1}{2})^8 \cdot 4^6$	.6 $-(-5)^{-3}$	.10 $\frac{4^{a+3}}{4^{a+1}+4^{a+3}}$	
.3 $(-\frac{1}{3})^0 \cdot (\frac{1}{3})^{-1}$	.7 -8^0	.11 $\frac{1}{x^2-1}\cdot\frac{x^{n+3}-x^{n+5}}{x^{n+2}}$	
.4 $\frac{7^{63}}{(-7)^{61}}$	.8 $(-\frac{1}{6})^{-2}$	.12 $(-8)^0$	

תרגול 2 – פתרונות

.1 6	.5 1	.9 x^{4a+1}	.13 $\frac{y^6}{x}$
.2 2^4 או 16	.6 $\frac{1}{5^3}$ או $\frac{1}{125}$	.10 $\frac{4^2}{17}$ או $\frac{16}{17}$	
.3 3	.7 -1	.11 $-x$	
.4 -7^2	.8 6^2 או 36	.12 1	

תרגול 3 – קבע מי יותר גדול (ללא שימוש במחשבון)

הערה: תוכלו להיעזר בחזקות הבאות (אין צורך לדעת מעבר להן):

- $2^5=32$, $2^4=16$, $2^3=8$, $2^2=4$
- $3^5=243$, $3^4=81$, $3^3=27$, $3^2=9$
- $5^4=625$, $5^3=125$, $5^2=25$

.1 $(-13)^{42}$ או $(-2)^{101}$	.9 80^{300} או 9^{600}	.17 $(-\frac{1}{2})^{23}$ או $(-\frac{1}{8})^7$
.2 25^{100} או 5^{201}	.10 28^{30} או 3^{90}	
.3 4^{120} או 32^{50}	.11 -7^{102} או $(-2)^{81}$	
.4 $(-7)^{11}$ או $(-7)^{13}$	.12 $(\frac{1}{2})^{83}$ או $(\frac{1}{2})^{81}$	
.5 $(-3)^{37}$ או $(-27)^{13}$	.13 $(\frac{3}{2})^{90}$ או $(\frac{3}{2})^{91}$	
.6 $(-7)^{102}$ או $(-2)^{81}$	.14 $(-0.7)^7$ או $(-0.7)^5$	
.7 31^{100} או 2^{500}	.15 $(\frac{1}{3})^{15}$ או $(\frac{1}{2})^{20}$	
.8 3^{400} או 2^{600}	.16 0.7^{600} או 0.5^{300}	

תרגול 3 – פתרונות

1. $(-13)^{42}$	6. $(-7)^{102}$	11. $(-2)^{81}$	16. 0.5^{300}
2. 5^{201}	7. 2^{500}	12. $(\frac{1}{2})^{81}$	17. $(-\frac{1}{2})^{23}$
3. 32^{50}	8. 3^{400}	13. $(\frac{3}{2})^{91}$	
4. $(-7)^{11}$	9. 9^{600}	14. $(-0.7)^{7}$	
5. $(-3)^{37}$	10. 28^{30}	15. $(\frac{1}{2})^{20}$	

חוקי שורשים

רשימת חוקי השורשים

1. $x^{\frac{1}{m}} = \sqrt[m]{x}$ (מקרה פרטי של 3) כאשר מערך השורש לא רשום במפורש, למשל: $\sqrt{16}$ אז מעריך השורש הוא 2, כלומר הכוונה היא ל- $\sqrt[2]{16}$
2. $x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$ (מקרה פרטי של 3)
3. $x^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{x^n}$
4. $\sqrt{x \cdot y} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{y}$
5. $\sqrt[m]{x \cdot y} = \sqrt[m]{x} \cdot \sqrt[m]{y}$
6. $\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$
7. $\sqrt[m]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[m]{x}}{\sqrt[m]{y}}$

תרגול חוקי שורשים

תרגול 4 – הכנס את המספר החופשי לתוך השורש

1. $2\sqrt{3}$	6. $0.5\sqrt{2}$	11. $\frac{\sqrt{12}}{2}$
2. $5\sqrt{3}$	7. $2\sqrt[3]{3}$	12. $\frac{\sqrt{18}}{3}$
3. $3\sqrt{2}$	8. $3\sqrt[3]{2}$	13. $\frac{\sqrt[3]{81}}{3}$
4. $2\sqrt{2}$	9. $3\sqrt[4]{2}$	14. $\frac{\sqrt[5]{81}}{3}$
5. $5\sqrt{2}$	10. $2\sqrt[4]{2}$	

תרגול 4 – פתרונות

1. $\sqrt{12}$	6. $\sqrt{\frac{1}{2}}$	11. $\sqrt{3}$
2. $\sqrt{75}$	7. $\sqrt[3]{24}$	12. $\sqrt{2}$
3. $\sqrt{18}$	8. $\sqrt[3]{54}$	13. $\sqrt[3]{3}$
4. $\sqrt{8}$	9. $\sqrt[4]{162}$	14. $\sqrt[5]{\frac{1}{3}}$
5. $\sqrt{50}$	10. $\sqrt[4]{32}$	

תרגול 5 – הוצא מהשורש את הכופל הגדול ביותר (אם ניתן)

1. $3\sqrt{28}$	6. $0.5\sqrt{72}$	11. $\frac{\sqrt{18}}{3}$	16. $\sqrt[3]{27x^3}$
2. $2\sqrt{18}$	7. $2\sqrt{30}$	12. $\frac{\sqrt[5]{32x^{15}}}{4}$	17. $\sqrt[5]{4^{10}}$
3. $\sqrt{50}$	8. $3\sqrt[3]{16}$	13. $4\sqrt[3]{x^9}$	18. $\sqrt[4]{16+a^8}$
4. $\sqrt{150}$	9. $5\sqrt[4]{32}$	14. $\sqrt[3]{\frac{125x^9}{y^6}}$	
5. $5\sqrt{2}$	10. $\frac{\sqrt[4]{162}}{6}$	15. $\sqrt[4]{16a^8}$	

תרגול 5 – פתרונות

1. $6\sqrt{7}$	6. $3\sqrt{2}$	11. $\sqrt{2}$	16. $3x$
2. $6\sqrt{2}$	7. $2\sqrt{30}$	12. $\frac{x^3}{2}$	17. 4^2
3. $5\sqrt{2}$	8. $6\sqrt[3]{2}$	13. $4x^3$	18. לא ניתן לפשט
4. $5\sqrt{6}$	9. $10\sqrt[4]{2}$	14. $\frac{5x^3}{y^2}$	
5. $5\sqrt{2}$	10. $\frac{\sqrt[4]{2}}{2}$	15. $2a^2$	

תרגול 6 – חיבור וחיסור שורשים- פשט ככל הניתן (אם ניתן)

1. $5\sqrt{2}+13\sqrt{2}-\sqrt{2}$	4. $8\sqrt{10}-2\sqrt{10}-9\sqrt{10}+6\sqrt{10}$	7. $-4\sqrt{6}+33\sqrt{24}$
2. $-\sqrt{2}-\sqrt{2}$	5. $2\sqrt{18}+3\sqrt{2}$	8. $5\sqrt{2}+13\sqrt{3}-\sqrt{5}$
3. $2\sqrt{5}+2\sqrt{7}-32\sqrt{5}+2\sqrt{7}$	6. $2\sqrt{12}+3\sqrt{3}-5\sqrt{3}$	

תרגול 6 – פתרונות

1. $17\sqrt{2}$	4. $3\sqrt{10}$	7. $62\sqrt{6}$
2. $-2\sqrt{2}$	5. $9\sqrt{2}$	8. $5\sqrt{2}+13\sqrt{3}-\sqrt{5}$ לא ניתן לפשט
3. $4\sqrt{7}-30\sqrt{5}$	6. $2\sqrt{3}$	

תרגול 7 – כפל וחילוק שורשים - פשט ככל הניתן (אם ניתן)

1. $4\sqrt{2}\cdot 3\sqrt{6}$	4. $\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt{2}$
2. $2\sqrt{2}\cdot\sqrt{5}$	5. $\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt{5}$
3. $\sqrt[3]{4}\cdot\sqrt[3]{5}$	

תרגול 7- פתרונות

1. $24\sqrt{3}$	4. $\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt{2}$ לא ניתן לפשט
2. $2\sqrt{10}$	5. $5^{\frac{5}{6}}$ או $\sqrt[6]{5^5}$ או $\sqrt[6]{3125}$
3. $\sqrt[3]{20}$	

תרגול 8 – ביטול השורש במכנה - פשט ככל הניתן (אם ניתן)

למשל בשבר- $\frac{5}{\sqrt{3}}$ נרצה לגרום לכך שלא יופיע במכנה שורש. ה"טריק" הוא להכפיל את המונה והמכנה בשורש שנמצא במכנה ובכך למעשה לא שינינו את ערך השבר: $\frac{5}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{5\sqrt{3}}{3}$

1. $\frac{4}{\sqrt{2}}$	5. $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}}$
2. $\frac{6}{\sqrt{5}}$	6. $\frac{2\sqrt{3}-5\sqrt{2}}{6\sqrt{3}}$
3. $\frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$	7. $\frac{1}{4\sqrt{5}}$
4. $\frac{\sqrt{2}+5}{\sqrt{2}}$	

תרגול 8 – פתרונות

1. $2\sqrt{2}$	5. $\sqrt{5}$
2. $1.2\sqrt{5}$ או $\frac{6\sqrt{5}}{5}$	6. $\frac{6-5\sqrt{6}}{18}$
3. $\frac{5\sqrt{21}}{7}$	7. $\frac{\sqrt{5}}{20}$
4. $\frac{2+5\sqrt{2}}{2}$	

זהויות אלגבריות

נוסחאות כפל מקוצר- פירוט הנוסחאות

<table>
<tr><th>זהות</th><th colspan="2">הערות</th><th>שם</th></tr>
<tr><td>$a^2 - b^2 = (a-b)\cdot(a+b)$</td><td colspan="2"></td><td>נוסחה להפרש ריבועים</td></tr>
<tr><td>$(\mathrm{a}+\mathrm{b})^2 = a^2 + 2ab + b^2$</td><td>נכון לכל המצבים שבהם יש מספר זוגי של מינוסים (כלומר אפס מינוסים או 2 מינוסים) למשל:
$(x+5)^2 = x^2 + 10\mathrm{x} + 25$
$(-x-5)^2 = x^2 + 10\mathrm{x} + 25$</td><td rowspan="2">בכל מקרה האיבר הראשון והאחרון יהיו חיוביים</td><td rowspan="2">דו איבר בריבוע</td></tr>
<tr><td>$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$</td><td>נכון לכל המצבים שבהם יש מספר אי-זוגי של מינוסים (כלומר האיבר הראשון שלילי והשני חיובי או הפוך) למשל:
$(x-5)^2 = x^2 - 10\mathrm{x} + 25$
$(-x+5)^2 = x^2 - 10\mathrm{x} + 25$</td></tr>
</table>

תרגול

תרגיל 1- (נוסחאות כפל מקוצר)

הכנס לסוגריים או פתח סוגריים על פי הזהויות לדו-איבר בריבוע והפרש הריבועים (אם ניתן)

1. $m^2 - 9$
2. $81 - 4x^2$
3. $m^2 - 6m + 9$
4. $100x^2 - 196$
5. $8 - 32x^2$
6. $4x^2 - 20x + 25$
7. $100m^2 - 16$
8. $121a^2 - 4x^2$
9. $16x^2 + 20x + 49$
10. $(7x-1)^2$
11. $(4x+3)^2$
12. $(3x-1)(3x+1)$
13. $(3m-a)^2$
14. $(4a^2x-3)^2$
15. $16x^2 + 56x + 49$
16. $(5x-2)(2+5x)$
17. $(-3x-2)^2$
18. $(-3x+2)^2$
19. $18m^2 + 48m + 32$
20. $x^2 + 6xy + 9y^2$
21. $-4x^2 + 20x - 25$
22. $(-5x+1)^2$
23. $m^2 - 6m - 9$
24. $(-5+x)(x+5)$
25. $(x+1)^2$
26. $m^4 - 81$
27. $(a-\sqrt{5})(a+\sqrt{5})$

תרגיל 1 – פתרון

1. $(m-3)(m+3)$
2. $(9-2x)(9+2x)$
3. $(m-3)^2$
4. $(10x-14)(10x+14)$
5. $8(1-2x)(1+2x)$
6. $(2x-5)^2$
7. $(10m-4)(10m+4)$
8. $(11a-2x)(11a+2x)$
9. אין לזה פירוק
10. $49x^2-14x+1$
11. $16x^2+24x+9$
12. $9x^2-1$
13. $9m^2-6ma+a^2$
14. $16a^4x^2-24a^2x+9$
15. $(4x+7)^2$
16. $25x^2-4$
17. $9x^2+12x+4$
18. $9x^2-12x+4$
19. $2(3m+4)^2$
20. $(x+3y)^2$
21. $-(2x-5)^2$
22. $25x^2-10x+1$
23. אין פירוק
24. x^2-25
25. x^2+2x+1
26. $(m-3)(m+3)(m^2+9)$
27. a^2-5

משוואות ממעלה ראשונה ושנייה

הסבר כללי

ארבעת הסוגים העיקריים של משוואות הם:	דרך פתרון
1. משוואה ממעלה ראשונה שישה בה רק x ו-מספר (באופן כללי מהצורה $bx+c=0$)	• ננסה להגיע למצב שה-x בצד שמאל והמספרים בצד ימין. • נחלק במקדם של x- • הערה 1: אם מגיעים לפסוק אמת כמו $0=0$ או $7=7$ או $x-3 = x-3$ אז נאמר שיש אינסוף פתרונות • הערה 2: אם מגיעים לפסוק שקר כמו $0=1$ או $7=13$ אז נאמר שאין פתרון למשוואה
2. משוואה ממעלה שניה שיש רק x^2 ומספר חופשי (באופן כללי מהצורה $ax^2+c=0$)	• ננסה להגיע למצב שה-x^2 בצד שמאל והמספרים בצד ימין. • נחלק במקדם של x^2 • נוציא שורש והתשובות יהיו (יש 2 תשובות) פלוס מינוס השורש • הערה 1: אם אחרי שחילקנו במקדם של x^2 יש מינוס בצד השני אז אין פתרון למשוואה . למשל ל-9- $x^2=$ אין פתרון • הערה 2: אם אחרי שחילקנו במקדם של x^2 יש 0 בצד השני אז למשוואה יש פתרון יחיד והוא 0
3. משוואה ממעלה שניה שיש x^2 ו-x (באופן כללי מהצורה $ax^2+bx=0$)	• נעביר **הכל** שמאלה • נוציא גורם משותף מקסימלי. • נשווה כל אחד מגורמי המכפלה לאפס • הערה : פתרון אחד תמיד יהיה 0
4. משוואה ממעלה שניה שיש x^2, x ו- מספר (באופן כללי מהצורה $ax^2+bx+c=0$)	• דרך 1: נפתור באמצעות נוסחת השורשים $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ • נסדר בסוגריים באמצעות שיטת הטרינום ונשווה את כל אחד מהסוגריים לאפס כך שיהיו לנו 2 משוואות פשוטות ממעלה ראשונה פתור.

שיטת הטרינום הארוכה

1. <u>בהינתן משוואה מהסוג: $ax^2+bx+c=0$ נחפש שני מספרים שמכפלתם $a\cdot c$ וסכומם b.</u>
למשל במשוואה $2x^2-5x+3=0$: נחפש מי הם אותם מספרים שאם נכפיל אותם נקבל 6 $(a\cdot c=2\cdot 3)$ ואם נחבר אותם נקבל -5 $(b=-5)$. אחרי קצת מחשבה נגלה שהמספרים הם : -2, -3 כי $-3\cdot -2=6$ ו- $(-2)+(-3)=-5$.
2. <u>נפצל את bx לפי המספרים שבחרנו בשלב קודם.</u> בדוגמה $2x^2-5x+3=0$ נפצל את $-5x$ ל- $-2x+-3x$ כלומר כעת המשוואה תראה כך: $2x^2-3x-2x+3=0$
3. <u>נוציא גורם משותף משני הצמדים שנוצרו:</u> מהצמד הראשון $2x^2-3x$ (כך: $x(2x-3)$), ומהצמד השני $-2x+3$ (כך: $-1\cdot(2x-3)$). בעצם הגענו למצב ש-2 הסוגריים שנשארו $(2x-3)$ מהגורם המשותף יראו אותו הדבר. לפעמים הגורם המשותף יהיה 1 או מינוס 1. כעת התרגיל נראה כך:
$x(2x-3)-1\cdot(2x-3)=0$
4. <u>נוציא כגורם משותף את הסוגריים הזהים שנוצרו:</u> $x(2x-3)-1\cdot(2x-3)=0$
$(2x-3)(x-1)=0$
5. <u>נשווה כל אחד מגורמי המכפלה לאפס וכך נקבל 2 פתרונות:</u>
$$\begin{cases}2x-3=0\rightarrow x=1\frac{1}{2}\\ x-1=0\rightarrow x=1\end{cases}$$

<u>שיטת הטרינום הקצרה (באמצעות המחשבון)</u>

<u>הערה:</u> השיטה הזאת לא נועדה על מנת למצוא את המאפסים אלא לרשום בצורת סוגריים את הביטוי המקורי $ax^2+bx+c=0$ $a(x-x_1)(x-x_2)=0$

1. <u>בהינתן משוואה מהסוג: $ax^2+bx+c=0$ נבדוק במחשבון (או ידנית באמצעות נוסחת השורשים) מי הם המאפסים\שורשים\פתרונות של המשוואה</u>. תזכורת באמצעות המחשבון:

- לחיצה על mode
- לחיצה על 5 (EQN)
- לחיצה על 3 $(ax^2+bx+c=0)$
- מכניסים את a ואז לוחצים =, מכניסים את b ואז לוחצים =, מכניסים את c ואז לוחצים =. מקבלים את x_1 לוחצים שווה ואז מקבלים את x_2

2. <u>נרשום בסוגריים כך $a(x-x_1)(x-x_2)=0$</u>

תרגול משוואות ממעלה ראשונה ושנייה

תרגיל 2 – משוואות ממעלה ראשונה (ללא מכנה משותף)

בכל אחת מהמשוואות הבאות מצא את x

(הערה : אם אין x-ים שמקיימים את המשוואה ציין זאת. אם יש אינסוף x-ים שמקיימים את המשוואה ציין זאת)

1. $x+2=14$
2. $-x-5=9+6x$
3. $-8(x-5)=2(x+2)+12-6x$
4. $9-(x-2)=4x-x+5(9+6x)$
5. $8\left(\frac{x}{4}+3\right)=14-x-10\left(\frac{x}{5}-3\right)+5$
6. $2(x-5)+(x-3)^2=(x-2)^2-5$
7. $\frac{1}{2}(4x+3)-15=2(x-3)-9$
8. $3-6\left(\frac{1}{2}x+\frac{3}{4}\right)=-12+15\left(\frac{1}{5}x-\frac{4}{3}\right)+6.5$

תרגיל 2 – פתרון

1. $x = 12$
2. $x = -2$
3. $x = 6$
4. $x = -1$
5. $x = 5$
6. כל x
7. אין פתרון
8. $x = 4$

תרגיל 3 – משוואות ממעלה שנייה

בכל אחת מהמשוואות הבאות מצא את x

1. $x^2 + 5 = 14$
2. $-x^2 + 54 = -58 + 6x^2$
3. $-3x(5 - 2x) + 3x = 2(x^2 + 2 - 3x) + 12 - 6x$
4. $x(5 - x) = 0$
5. $x(5 + x) = 0$
6. $2x(3 + x) = 0$
7. $5x(3 + 2x) = 0$
8. $5x - x^2 = 0$
9. $5x = 3x^2$
10. $x = -3x^2$
11. $2x^2 - 16x + 32 = 0$
12. $x^2 - 10x = -25$
13. $-12x + 4 = -9x^2$
14. $x^4 - 50x^2 + 625 = 0$
15. $6x^2 - 11x + 3 = 0$
16. $9x^2 + 16x - 15 = 1 - (6x - 2)^2 - x$

תרגיל 3 – פתרון

1. $x = 3\,,\ x = -3$
2. $x = 4\,,\ x = -4$
3. $x = 2\,,\ x = -2$
4. $x = 0\,,\ x = 5$
5. $x = 0\,,\ x = -5$
6. $x = 0\,,\ x = -3$
7. $x = 0\,,\ x = -\frac{3}{2}$
8. $x = 0\,,\ x = 5$
9. $x = 0\,,\ x = \frac{5}{3}$
10. $x = 0\,,\ x = -\frac{1}{3}$
11. $x = 4$
12. $x = 5$
13. $x = \frac{2}{3}$
14. $x = 5\,,\ x = -5$
15. $x = 1.5\,,\ x = \frac{1}{3}$
16. $x = \frac{3}{5},\ x = -\frac{4}{9}$

צמצום שברים באמצעות נוסחאות הכפל המקוצר

תרגיל 4

צמצם את השבר ככל הניתן בעזרת הזהויות לדו-איבר בריבוע, הפרש הריבועים ,פירוק הטרינום והוצאת גורם משותף

1. $\frac{x^2-9}{x^2+6x+9}$	13. $\frac{-4x^2-20x-25}{2x^2+5x}$
2. $\frac{x^2-x-6}{x-3}$	14. $\frac{am^2+a^2m}{6ax+6xm}$
3. $\frac{2x+10}{x^2+2x-15}$	15. $\frac{24a^2}{32b}$
4. $\frac{x^2-5x-14}{x^2-14x+49}$	16. $\frac{4-x^2}{x^2+3x-10}$
5. $\frac{2x^2+5x+3}{12x^2-27}$	17. $\frac{-2x-42}{-x^2-42x-441}$
6. $\frac{x-x^2}{x^2-1}$	18. $\frac{36x^2-9}{-4x^2-10x+6}$
7. $\frac{ax^2-a^3}{a^2-xa}$	19. $\frac{3x^2-2x-1}{-2x^2+4x-2}$
8. $\frac{5x^2}{20x^3-15x^2}$	20. $\frac{-10x-14}{5x^2+12x+7}$
9. $\frac{m^2x+9}{m^4x^2-81}$	21. $\frac{x^2-18x+81}{-x^2+11x-18}$
10. $\frac{5a^2+7a-6}{50a^3-18a}$	22. $\frac{4x^2-14x+12}{9-4x^2}$
11. $\frac{15a^2x}{35a^3}$	23. $\frac{12a^2x^5}{-28ax^6}$
12. $\frac{x^2+3x+2}{-6x-12}$	

תרגיל 4 -פתרונות

1. $\frac{x-3}{x+3}$	9. $\frac{1}{m^2x-9}$	17. $\frac{2}{x+21}$
2. $x+2$	10. $\frac{a+2}{2a(5a+3)}$	18. $-\frac{9(2x+1)}{2(x+3)}$
3. $\frac{2}{x-3}$	11. $\frac{3x}{7a}$	19. $-\frac{3x+1}{2(x-1)}$
4. $\frac{x+2}{x-7}$	12. $-\frac{x+1}{6}$ או $\frac{-x-1}{6}$	20. $\frac{-2}{x+1}$
5. $\frac{x+1}{3(2x-3)}$	13. $-\frac{2x+5}{x}$	21. $\frac{x-9}{2-x}$ או $-\frac{x-9}{x-2}$
6. $-\frac{x}{x+1}$	14. $\frac{a\cdot m}{6x}$	22. $-\frac{2(x-2)}{3+2x}$ או $\frac{2(2-x)}{3+2x}$
7. $-\mathrm{x}-\mathrm{a}$	15. $\frac{3a^2}{4b}$	23. $-\frac{3\mathrm{a}}{7x}$
8. $\frac{1}{4x-3}$	16. $-\frac{2+x}{x+5}$	

תרגיל 5- תרגול העשרה (שורשים והפרש ריבועים)

1. $\frac{\sqrt{x}+\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}-\sqrt{x+1}}$	נסה "להפטר" מהשורש במכנה על ידי הרחבת השבר
2. $\frac{\sqrt{x^2-1}}{\sqrt{x+1}}$	צמצם ככל הניתן
3. $\frac{4}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$	נסה "להפטר" מהשורש במכנה על ידי הרחבת השבר
4. $\frac{x^2}{y+\sqrt{x^2+y^2}}$	נסה "להפטר" מהשורש במכנה על ידי הרחבת השבר

תרגיל 5- פתרון

1. $-2x-1-2\sqrt{x(x+1)}$

2. $\sqrt{x-1}$

3. $-4\sqrt{2}-4\sqrt{3}$

4. $\sqrt{x^2+y^2}-y$

משוואות עם מכנה משותף מספרי

תרגיל 6

בכל אחת מהמשוואות הבאות מצא את x

1. $\frac{x}{3} - 15 = \frac{x+60}{5} + 13$
2. $\frac{2-3x}{7} = \frac{-x-5}{3} + 1$
3. $\frac{x-5}{3} - \frac{x-8}{5} = 2 - \frac{2x-17}{15}$
4. $\frac{3(-2+4x)}{5} - \frac{4(2x-3)}{3} - 2(4-x) = 0$
5. $\frac{1}{3}(x-5) - \frac{12-3x}{7} = 4 - \frac{1}{3}(\frac{2x+2}{4})$ (התשובה לא יוצאת מספר שלם)
6. $\frac{1-3x}{5} - \left(\frac{5x+15}{5} - \frac{3x-2}{7}\right) = x - 2$
7. $\frac{3x-3}{8} - \left(\frac{13x-1}{4} - \frac{7x-5}{2}\right) = x - 3$
8. $2x - \frac{3x+\frac{x}{2}-\frac{x+3}{3}}{2} + \frac{3x+2}{4} = 8 - \frac{x-6}{2}$
9. $4\left(\frac{x}{8} + 3\right) = 14 - x - 3\left(\frac{x}{5} - 3\right) + 24.7$

תרגיל 6 – פתרון

1. $x = 300$
2. $x = 10$
3. $x = 12$
4. $x = 3$
5. $x = 7\frac{10}{13}$ או $x = \frac{101}{13}$
6. $x = -\frac{1}{2}$
7. $x = 1$
8. $x = 6$
9. $x = 17$

מכנה משותף (עם נעלם במכנה)

תרגיל 7

פשט את הביטויים הבאים על ידי שימוש בטרינום, הפרש ריבועים , דו איבר בריבוע והוצאת גורם משותף

1. $\frac{x^2-3x+6}{x^2-9} - \frac{1}{x-3} + \frac{2}{x+3}$
2. $\frac{5}{x^2-4} - \frac{1}{(x+2)^2} + \frac{3}{x+2} + \frac{-4x^2-11x-10}{(x-2)(x^2+4x+4)}$
3. $\frac{3(a+1)}{a+5} - \frac{2a^2-4a-30}{a^2-25}$
4. $-\frac{x}{3-x} - \frac{x-9}{x^2-8x+15}$
5. $\frac{3a-5}{2a^2+8a} - \frac{3}{2a+8} + \frac{1}{2a^2} + \frac{3a^2+18a+4}{2a^3+8a^2}$

תרגיל 7 – פתרונות

1. $\frac{x+1}{x+3}$
2. $-\frac{x+5}{(x-2)(x+2)}$ או $-\frac{x+5}{x^2-4}$ או $\frac{x+5}{4-x^2}$
3. $\frac{a-3}{a+5}$
4. $\frac{x-3}{x-5}$
5. $\frac{3a+2}{2a^2}$

משוואות הנפתרות על ידי מכנה משותף (עם נעלם במכנה)

תרגיל 8 – מכנה משותף (כאשר הנעלם נמצא במכנה)

פתור את המשוואות הבאות על ידי שימוש בטרינום, הפרש ריבועים , דו איבר בריבוע והוצאת גורם משותף

1. $\frac{3x}{4x+12}-\frac{1}{x^2-9}=\frac{2}{x-3}$	13. $\frac{6-x}{2+x}=\frac{3-5x}{3x+1}$
2. $\frac{x}{4-x}+\frac{5}{x^2-16}=0$	14. $\frac{4}{3x-2}+\frac{5}{3x+2}=5$
3. $\frac{x-2}{x^2-7x}-\frac{2}{3x-21}=\frac{3x}{49-x^2}$	15. $\frac{2}{x-3}=\frac{14}{x^2-9}$
4. $\frac{1}{x+5}-\frac{1}{25-x^2}+\frac{2}{x-5}=\frac{14x+28}{x^3-25x}$	16. $5\left(\frac{12}{x}+3\right)-7x=14$
5. $\frac{2-4x}{4x^2-7x-2}+\frac{3x}{2-x}=\frac{1}{1+4x}$	17. $(x-3)\left(5-\frac{7}{x}\right)=16$
6. $\frac{x^2-7x}{x-2}=\frac{-10}{x-2}$ לא לשכוח לבדוק תחום הגדרה	18. $\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x-5}=\frac{1}{x+2}+\frac{70}{68x+100}$ תרגיל זה ארוך במיוחד. יש לפתור לאט, בצורה מסודרת ובזהירות :)
7. $\frac{2x-10}{x-5}=x$ לא לשכוח לבדוק תחום הגדרה- פתור בשתי דרכים- פעם אחת עם צמצום בהתחלה ופעם שניה בלי	19. $\frac{3}{x^2+10x+25}=\frac{2}{25-x^2}$
8. $\frac{-2x^2-3x+54}{x+6}=8$ לא לשכוח לבדוק תחום הגדרה- פתור בשתי דרכים- פעם אחת עם צמצום בהתחלה ופעם שניה בלי	20. $\frac{1}{x^2+x-6}+\frac{7}{x^2-2x-15}=\frac{203}{4x^2+16x+12}$
9. $1-\frac{21}{x^2}=\frac{4}{x}$	21. $\frac{2x+1}{3x-3}-\frac{x-1}{10x+15}=\frac{17}{-30x^2-15x+45}$
10. $\frac{15}{0.6x}=3+\frac{4}{x^2}+\frac{3.6}{0.2x}$	
11. $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+3}-\frac{1}{x-2}=\frac{1}{x+5}$	
12. $-\frac{2}{x}+\frac{5}{6x}=\frac{4}{3}$	

תרגיל 8 – פתרונות

1. $x = 7 \, , x = -\frac{4}{3}$
2. $x = 1 \, , x = -5$
3. $x = 2 \, , x = -2.1$
4. $x = -2 \, , x = 4\frac{2}{3}$
5. $x = \frac{1}{3} \, , x = -1$
6. $x = 5$
7. $x = 2$
8. $x = \frac{1}{2}$
9. $x = 7 \, , x = -3$
10. $x = 1 \, , x = 1\frac{1}{3}$
11. $x = -1.5$
12. $x = -0.875$ או $x = -\frac{7}{8}$
13. $x = 0 \, , x = -12$
14. $x = 1 \, , x = -\frac{2}{5}$
15. $x = 4$
16. $x = 3 \, , x = -2\frac{6}{7}$
17. $x = 7 \, , x = \frac{3}{5}$
18. $x = 0 \, , x = 1 \, , x = -1\frac{16}{23}$
19. $x = 1$
20. $x = 6 \, , x = 2\frac{1}{19}$
21. $x = -1 \, , x = -1\frac{12}{17}$

משוואות אי רציונאליות

דוגמאות דגשים וטעויות נפוצות : משוואות אי רציונאליות

<u>דוגמה פתורה 1:</u>

פתור את המשוואה: $\sqrt{8x+1}-2=\sqrt{2x+3}$

כאשר יש לנו משוואה $\sqrt{8x+1}-2=\sqrt{2x+3}$: נרצה להעלות בריבוע על מנת "להפטר" מהשורש.

נעלה את שני האגפים בריבוע	$\sqrt{8x+1}-2=\sqrt{2x+3}/()^2$
את צד שמאל נפתח לפי דו- איבר בריבוע $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ $\sqrt{8x+1}$זה ה-"a" ו 2 זה ה-"b"	$(\sqrt{8x+1}-2)^2=(\sqrt{2x+3})^2$
בריבוע מבטל שורש $(\sqrt{2x+3})^2=2x+3$ וגם $(\sqrt{8x+1})^2=8x+1$	$(\sqrt{8x+1})^2-2\cdot2\cdot\sqrt{8x+1}+2^2=2x+3$
כעת נבודד את השורש על מנת שנוכל להעלות בריבוע ללא "דו איבר בריבוע"	$8x+1-4\sqrt{8x+1}+4=2x+3$
נחלק **במינוס** 2 כדי להימנע מהתמודדות עם הרבה מינוסים ומספרים "גדולים"	$-4\sqrt{8x+1}=-6x-2$
כעת נעלה בריבוע- שימו לב שצד שמאל אינו מצריך דו- איבר בריבוע וצד ימין כן	$2\sqrt{8x+1}=3x+1$
	$(2\sqrt{8x+1})^2=(3x+1)^2$
	$4(8x+1)=9x^2+6x+1$
נעביר הכל ימינה	$32x+4=9x^2+6x+1$
נציב בנוסחת שורשים	$9x^2-26x-3=0$
כאשר מעלים בריבוע לעיתים נוספות תשובות ולכן נציב את x_1 ו- x_2 על מנת לבדוק האם הם מקימים את המשוואה המקורית (צריך להציב בכל שלב שתרצו לפני שהעלינו בריבוע)	$x_1=3\ \ x_2=-\frac{1}{9}$
הצבת $x_2=-\frac{1}{9}$ במשוואה המקורית :	$\sqrt{8(-\frac{1}{9})+1}-2=\sqrt{2(-\frac{1}{9})+3}$
פסוק שקר ולכן נפסול את התשובה $x_2=-\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}-2=\frac{5}{3}$
הצבת $x_1=3$ במשוואה המקורית :	$\sqrt{8(3)+1}-2=\sqrt{2(3)+3}$
פסוק אמת	$5-2=3$
תשובה סופית	$\boldsymbol{x=3}$

דוגמה פתורה 2:

פתור את המשוואה: $\sqrt{x-1}\cdot\sqrt{x+2}=2$

שימו לב שבתרגיל זה לא נזדקק להשתמש בדו איבר בריבוע כמו בתרגיל הקודם היות ובין האיברים $\sqrt{x-1}$ ו-$\sqrt{x+2}$ יש כפל ולא חיבור או חיסור. וכשמעלים בריבוע איברים הנמצאים בקשר של כפל אז כל אחד מהם מועלה בריבוע. למשל: $(a\cdot \mathrm{b}\cdot \mathrm{c}\cdot \mathrm{d})^2=a^2\cdot \mathrm{b}^2\cdot \mathrm{c}^2\cdot \mathrm{d}^2$

נעלה בריבוע כך הריבוע "יבטל" את השורש	$\sqrt{x-1}\cdot\sqrt{x+2}=2/()^2$
$(a\cdot b)^2=a^2\cdot b^2$	$(\sqrt{x-1}\cdot\sqrt{x+2})^2=2^2$
	$(\sqrt{x-1})^2\cdot(\sqrt{x+2})^2=4$
	$(x-1)\cdot(x+2)=4$
	$x^2+x-2=4$
	$x^2+x-6=0$
נפסול את התשובה של $x_1=-3$ היות והיא מחוץ לתחום ההגדרה של השאלה: תחום ההגדרה הוא $x+2\geq 0$ וגם $x-1\geq 0$ כלומר $x\geq -2$ וגם $x\geq 1$ או במילים על x להיות גדול או שווה למינוס 1 (כי אם הוא גדול או שווה ל-1 בוודאי שהוא גדול או שווה למינוס 2) תחום ההגדרה: $x\geq 1$	$x_1=-3$ $x_2=2$ תשובה סופית $x=2$

תרגול

תרגיל 1 – משוואות אי רציונאליות

הערה: אם אין x-ים שמקיימים את המשוואה ציין זאת. אם יש אינסוף x-ים שמקיימים את המשוואה ציין זאת

10. $\sqrt{x+2}+\sqrt{3x+4}=0$	1. $\sqrt{1-x}=3$
11. $\sqrt{-4x+24}=x-3$	2. $\sqrt{x+2}-5=0$
12. $\sqrt{6-x}+4=x$	3. $\sqrt{x+3}+1=0$
13. $\sqrt{x-1}-\sqrt{x+8}=-3$	4. $x-3\sqrt{x}=0$
14. $2\sqrt{3x+4}-3=\sqrt{2x+3}$	5. $x=4\sqrt{x}$
15. $6\sqrt{x-1}-\sqrt{x+6}=2\sqrt{5x-1}$	6. $\sqrt{x^3-2}=5$
16. $5\sqrt{2x-3}+3=3\sqrt{7x-6}$	7. $x=\sqrt{2x^2-x-2}$
17. $\sqrt{3-x}\cdot\sqrt{4x+1}=\sqrt{13-x^2}$	8. $\sqrt{x+2}=\sqrt{2x-5}$
18. $\sqrt{4x-3}+x=12$	9. $(\sqrt{x-4}-5)^2=16$

תרגיל 1 – פתרון

1. $x = -8$	10. אין פתרון
2. $\mathrm{x} = 23$	11. $\mathrm{x} = 5$
3. אין פתרון	12. $\mathrm{x} = 5$
4. $x = 0\,, x = 9$	13. $\mathrm{x} = 1$
5. $x = 0\,, x = 16$	14. $\mathrm{x} = 0.92$
6. $x = 3$	15. $x = 10$
7. $x = 2$	16. $x = 6\,, x = 2\frac{136}{169}$
8. $\mathrm{x} = 7$	17. $x = 2\,, x = 1\frac{2}{3}$
9. $x = 5\,, x = 85$	18. $\mathrm{x} = 7$

מערכת של 2 משוואות עם 2 נעלמים

דוגמאות פתורות.

במערכת של 2 משוואות עם שני נעלמים (לרוב הנעלמים הם x ו-y) נרצה למצוא את הצמד x ו-y אשר מקיימים את שתי המשוואות. ישנם אינסוף צמדים של x ו-y המקיימים את כל אחת מהמשוואות בנפרד אך "החוכמה" היא למצוא את אלה שמקיימים את שתי המשוואות בו זמנית. אסביר:

דוגמה פתורה 1

למשל אם נתבונן במערכת המשוואות הבאה:

$$\begin{cases} 3x-2y=-3 \\ 5x+3y=14 \end{cases}$$

אך נסתכל רק על המשוואה העליונה נוכל פשוט להציב x כלשהו שנבחר ולמצוא את ה-y שיחדיו הם מקיימים את המשוואה הראשונה:

למשל נציב $x=2$ במשוואה העליונה ונקבל $3\cdot 2-2y=-3$ כלומר אם נבודד את y נקבל $y=4.5$ כך שהצמד $(y=4.5\,,x=2)$ מקיים את המשוואה הראשונה.
למשל נציב $x=3$ במשוואה העליונה ונקבל $3\cdot 3-2y=-3$ כלומר אם נבודד את y נקבל $y=6$ כך שהצמד $(y=6\,,x=3)$ מקיים את המשוואה הראשונה.
למשל נציב $x=-5$ במשוואה העליונה ונקבל $3\cdot(-5)-2y=-3$ כלומר אם נבודד את y נקבל $y=-6$ כך שהצמד $(y=-6\,,x=-5)$ מקיים את המשוואה הראשונה.
כפי שאתם רואים ניתן להמשיך ולמצוא אינסוף צמדים כאלה. אך מה שמשותף לכל הצמדים הוא שאם נציב אותם במשוואה התחתונה אף אחד מהם לא יקיים אותה. ופה האתגר האמיתי: למצוא צמד של x ו-y המקיים את שתי המשוואות בו זמנית

<table dir="rtl">
<tr><th colspan="3">דרך פתרון</th></tr>
<tr><td rowspan="7"><u>השוואת מקדמים</u>
בדרך זו נכפיל כל אחת מהמשוואות במספר כלשהו כך שסה"כ : או המקדמים של y או המקדמים של x- בשתי המשוואות יהיו שווים (או נגדיים). אחרי שדאגנו לכך נחסר את שני אגפי המשוואה כך ש"יעלם" ה-x או ה- y (במידה וגרמנו למקדמים להיות נגדיים ולא שווים אז דווקא נחבר את אגפי המשוואה)</td><td>נכפיל את המשוואה הראשונה ב-3 ואת המשוואה השנייה ב-2 כך שסה"כ המקדמים של y יהיו 6 ומינוס 6</td><td>$\begin{cases} 3x-2y=-3 \;/\cdot 3 \\ 5x+3y=14 \;/\cdot 2 \end{cases}$</td></tr>
<tr><td>כעת נחבר את אגפי המשוואה</td><td>$+\begin{cases} 9x-6y=-9 \\ 10x+6y=28 \end{cases}$</td></tr>
<tr><td></td><td>$9x-6y+10x+6y=-9+28$</td></tr>
<tr><td>באופן לא מפתיע הצטמצם ה-y</td><td>$19x=19$</td></tr>
<tr><td>מצאנו את x וכעת נציב בכל משוואה נרצה שמכילה את y- על מנת למוצאו</td><td>$x=1$</td></tr>
<tr><td>למשל במשוואה המקורית הראשונה</td><td>$3(1)-2y=-3$</td></tr>
<tr><td>תשובה סופית:
$x=1\,,y=3$ או בכתיב אחר
$(1{,}3)$</td><td>$-2y=-6\rightarrow y=3$</td></tr>
</table>

דוגמה פתורה 2

$$\begin{cases}\frac{2}{x}+\frac{7}{y}=2\\ \frac{6}{x}-\frac{14}{y}=1\end{cases}$$

<table>
<tr><th colspan="3">דרך פתרון</th></tr>
<tr><td rowspan="6"><u>השוואת מקדמים כאשר הנעלם במכנה</u>
בדרך זו נכפיל כל אחת מהמשוואות במספר כלשהו כך שסה"כ : או המקדמים של $\frac{1}{y}$ או המקדמים של $\frac{1}{x}$ בשתי המשוואות יהיו שווים (או נגדיים). אחרי שדאגנו לכך נחסר את שני אגפי המשוואה כך ש"יעלם" ה- x או ה- y (במידה וגרמנו למקדמים להיות נגדיים ולא שווים אז דווקא נחבר את אגפי המשוואה)</td><td>נכפיל את המשוואה הראשונה ב-3 על מנת שנקבל בשתי המשוואות $\frac{6}{x}$</td><td>$\begin{cases}\frac{2}{x}+\frac{7}{y}=2\ /\cdot 3\\ \frac{6}{x}-\frac{14}{y}=1\end{cases}$</td></tr>
<tr><td></td><td>$-\begin{cases}\frac{6}{x}+\frac{21}{y}=6\\ \frac{6}{x}-\frac{14}{y}=1\end{cases}$</td></tr>
<tr><td>באופן לא מפתיע יצטמצם כעת ה- $\frac{6}{x}$</td><td>$\frac{6}{x}+\frac{21}{y}-\left(\frac{6}{x}-\frac{14}{y}\right)=6-1$</td></tr>
<tr><td></td><td>$\frac{35}{y}=5\rightarrow y=7$</td></tr>
<tr><td>עכשיו אחרי שמצאנו את y- נציב אותו על מנת למצוא את x- באחת המשוואות שמכילות את x- למשל בראשונה</td><td>$\frac{2}{x}+\frac{7}{y}=2$
$\frac{2}{x}+\frac{7}{7}=2$
$\frac{2}{x}=1$
$x=2$</td></tr>
<tr><td>תשובה סופית:
$x=2\,,y=7$</td><td></td></tr>
</table>

דוגמה פתורה 3

$$\begin{cases} \frac{2x}{y} - \frac{3y}{x} = 5 \\ 3x^2 + 8y^2 = 35 \end{cases}$$

<table>
<tr><th colspan="3">דרך פתרון</th></tr>
<tr>
<td rowspan="7"><u>זיהוי ביטויים הופכיים</u>
כאשר נזהה שני ביטויים הופכיים
כמו $\frac{x}{y}$ ו-$\frac{y}{x}$ נסמן את אחד מהם ב-t ואת השני ב-$\frac{1}{t}$. כעת נסדר את המשוואה על ידי מכנה משותף ונגיע למשוואה ריבועית. בעזרת המשוואה הריבועית נמצא שני פתרונות ל- t, כלומר מצאנו שתי אפשרויות ל- $\frac{x}{y}$. עבור כל אחת מהאפשרויות נביע את y באמצעות x (או הפוך) ונציב במשוואה השנייה.</td>
<td>נסמן את $\frac{x}{y}$ ב-t ולכן
$\frac{y}{x} = \frac{1}{t}$</td>
<td>$2\cdot\frac{x}{y} - 3\cdot\frac{y}{x} = 5$ $\begin{cases} \frac{2x}{y} - \frac{3y}{x} = 5 \rightarrow \\ 3x^2 + 8y^2 = 35 \end{cases}$</td>
</tr>
<tr>
<td>נכפיל את המשוואה במכנה המשותף (t)</td>
<td>$2\cdot t - 3\cdot\frac{1}{t} = 5\ /\cdot t$</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>$2t^2 - 3 = 5\,t$</td>
</tr>
<tr>
<td>כלומר
$\frac{x}{y} = 3$ או $\frac{x}{y} = -\frac{1}{2}$</td>
<td>$2t^2 - 5t - 3 = 0 \rightarrow t = 3$ או $t = -\frac{1}{2}$</td>
</tr>
<tr>
<td>מקרה 1: אם $\frac{x}{y} = 3$ אז $x = 3y$ וכעת נציב במשוואה השנייה $(3x^2 + 8y^2 = 35)$</td>
<td>$3(3y)^2 + 8y^2 = 35 \rightarrow$
$35y^2 = 35 \rightarrow$
$y^2 = 1 \rightarrow$
$y = 1$ או $y = -1$
אם $y = 1$ נציב פה $x = 3y$ ונקבל $x = 3$ כלומר הפתרון הוא $(3,1)$
אם $y = -1$ נציב פה $x = 3y$ ונקבל $x = -3$ כלומר הפתרון הוא $(-3,-1)$</td>
</tr>
<tr>
<td>מקרה 2: אם
$\frac{x}{y} = -\frac{1}{2}$
אז $y = -2x$ וכעת נציב במשוואה השנייה $(3x^2 + 8y^2 = 35)$</td>
<td>$3x^2 + 8(-2x)^2 = 35 \rightarrow$
$35x^2 = 35 \rightarrow$
$x^2 = 1 \rightarrow$
$x = 1$ או $x = -1$
אם $x = 1$ נציב פה $y = -2x$ ונקבל $x = -2$ כלומר הפתרון הוא $(1,-2)$

אם $x = -1$ נציב פה $y = -2x$ ונקבל $x = 2$ כלומר הפתרון הוא $(-1,2)$</td>
</tr>
<tr>
<td>תשובה סופית:
$x = 1\,, y = -2$
או $x = -1\,, y = 2$
או $x = 3\,, y = 1$
או $x = -3\,, y = -1$

או בכתיב אחר
$(1,-2)$ או
$(-1,2)$או
$(3,1)$או$(-3,-1)$</td>
<td></td>
</tr>
</table>

דוגמה פתורה 4

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ xy = 6 \end{cases}$$

	דרך פתרון
נבודד את y מהמשוואה השנייה	$\begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ xy = 6 \ /: x \end{cases} \rightarrow y = \frac{6}{x}$
כעת נציב במשוואה השנייה	$x^2 + \left(\frac{6}{x}\right)^2 = 13 \rightarrow$ $x^2 + \frac{36}{x^2} = 13 /\cdot\ x^2 \rightarrow$ $x^4 + 36 = 13x^2$
המשוואה שקיבלנו נפתרת על ידי הצבת $x^2 = t$	$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ $t^2 - 13t + 36 = 0 \rightarrow$ $t = 9$ או $t = 4 \rightarrow$ $x^2 = 9$ או $x^2 = 4 \rightarrow$ $x = -3$ או $x = 3$ או $x = -2$ או $x = 2$ בעזרת $y = \frac{6}{x}$ נתאים לכל אחד מה-x-ים, y: $x = 2 \rightarrow y = 3$ $x = -2 \rightarrow y = -3$ $x = 3 \rightarrow y = 2$ $x = -3 \rightarrow y = -2$

דוגמה פתורה 5

$$\begin{cases} 2x - 5y - 3 = 0 \\ 6x = 15y + 9 \end{cases}$$

		דרך פתרון
<u>אינסוף פתרונות</u> המצב הזה קורה כאשר שתי המשוואות הן אותו הדבר לאחר שנסדר אותן. שימו לב שניתן לסדר את המשוואה התחתונה כך שתראה כמו המשוואה העליונה. בסה"כ נצטרך לחלק ב-3 ולהעביר את כל האיברים לאגף שמאל: $6x = 15y + 9 \ /: 3$ $\rightarrow\ 2x = 5y + 3$ $\rightarrow\ 2x - 5y - 3 = 0$ כך שלמעשה המערכת משוואות לאחר שסידרנו נראית כך: $\begin{cases} 2x - 5y - 3 = 0 \\ 2x - 5y - 3 = 0 \end{cases}$ היות וניתן למצוא, כפי שהסברתי בפתיח, אינסוף צמדים שיקיימו את המשוואה הראשונה אז בעצם מצאנו אינסוף צמדים שמקיים את שתי המשוואות (הרי הן אותו הדבר) ועל כן למערכת המשוואות יש אינסוף פתרונות. *בפועל קשה לחזות מראש שהמשוואות זהות ולכן מה שיקרה הוא שגם אם לא נשים לב ששתי המשוואות זהות נגיע למצב של פסוק אמת למשל 0=0 ואז נאמר שיש אינסוף פתרונות.* *לסיכום: אם נגיע במערכת משוואות למצב של פסוק אמת נאמר שיש אינסוף פתרונות*	נבודד את x מהמשוואה הראשונה	$\begin{cases} 2x - 5y - 3 = 0 \\ 6x = 15y + 9 \end{cases}$
	כעת נציב במשוואה השנייה	$2x - 5y - 3 = 0 \rightarrow$ $2x = 5y + 3/: 2 \rightarrow$ $x = 2.5y + 1.5$
	הגענו לפסוק אמת ולכן נאמר שיש אינסוף פתרונות תשובה סופית: אינסוף פתרונות	$6(2.5y + 1.5) = 15y + 9 \rightarrow$ $15y + 9 = 15y + 9 \rightarrow$ $0 = 0$

דוגמה פתורה 6

$$\begin{cases} 2x - 5y - 4 = 0 \\ 6x = 15y + 9 \end{cases}$$

<table dir="rtl">
<tr><th colspan="3">דרך פתרון</th></tr>
<tr>
<td rowspan="4">

<u>אין פתרון</u>

המצב הזה קורה כאשר שתי המשוואות סותרות זו את זו ואין צמד של x ו-y שמקיימים את שתי המשוואות בו-זמנית. למשל כאן אם נסדר את המשוואה התחתונה נקבל:

$$6x = 15y + 9 \;/:3$$
$$\to\; 2x = 5y + 3$$
$$\to\; 2x - 5y - 3 = 0$$

כלומר יחד המשוואות יראו כך:

$$\begin{cases} 2x - 5y - 4 = 0 \\ 2x - 5y - 3 = 0 \end{cases}$$

היות והמקדמים של x ו-y שונים אך המספר החופשי שונה קל לראות שלעולם לא נמצא x ו-y שמקיימים את שתי המשוואות בו- זמנית.

הזיהוי האמיתי למצב של אין פתרון קורה כאשר אתם מגיעים למצב של פסוק שקר למשל אם נחסר את המשוואות:

$$-\begin{cases} 2x - 5y - 4 = 0 \\ 2x - 5y - 3 = 0 \end{cases}$$

נקבל:

$$2x - 5y - 4 - (2x - 5y - 3) = 0 - 0$$

כלומר: $-1 = 0$

שזה פסוק שקר ולכן נאמר שאין פתרון.

לסיכום: אם נגיע במערכת משוואות למצב של פסוק שקר נאמר שאין פתרון

</td>
<td></td>
<td>$\begin{cases} 2x - 5y - 4 = 0 \\ 6x = 15y + 9 \end{cases}$</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>$\begin{cases} 2x - 5y - 4 = 0 \\ 6x - 15y - 9 = 0 \;/:3 \end{cases}$</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>$-\begin{cases} 2x - 5y - 4 = 0 \\ 2x - 5y - 3 = 0 \end{cases}$</td>
</tr>
<tr>
<td>פסוק שקר לכן
אין פתרון</td>
<td>$-1 = 0$</td>
</tr>
</table>

דוגמה פתורה 7

$$\begin{cases}(3x-y)^2=3(3x-y)+4\\ 4x^2+y^2=20\end{cases}$$

זיהוי תבניות	דרך פתרון		
<u>זיהוי תבניות</u> אם נזהה באחת המשוואות ביטוי החוזר על עצמו (תבנית) נסמן את הביטוי הזה ב-t וננסה למצוא את t. לאחר שמצאנו את הערך המספרי של t נחליף את המשוואה המקורית ב- (ביטוי = ערך המספרי שמצאנו).		$(3x-y)^2=3(3x-y)+4 \to 3x-y=t \to t^2=3t+4$	
		$t^2-3t-4=0 \to t=4$ או $t=-1$	
	כלומר	$3x-y=4$ או $3x-y=-1$	
	ולכן היות וקיבלנו 2 אפשרויות שונות לביטוי $3x-y$ נקבל 2 מערכות משוואות	$\begin{cases}3x-y=4\\4x^2+y^2=20\end{cases}$ או	$\begin{cases}3x-y=-1\\4x^2+y^2=20\end{cases}$
	נבודד את y	$\begin{cases}3x-y=4\to y=3x-4\\4x^2+y^2=20\end{cases}$	$\begin{cases}3x-y=-1\to y=3x+1\\4x^2+y^2=20\end{cases}$
	נציב במשוואה השנייה	$4x^2+(3x-4)^2=20$	$4x^2+(3x+1)^2=20$
	נעביר הכל שמאלה	$4x^2+9x^2-24x+16=20$	$4x^2+9x^2+6x+1=20$
	נפתור עם נוסחת השורשים	$13x^2-24x-4=0$	$13x^2+6x-19=0$
	כעת נציב כל x	$x=2$ או $x=-\frac{2}{13}$	$x=1$ או $x=-\frac{19}{13}$
		כעת נציב ב- $y=3x-4$	כעת נציב ב- $y=3x+1$
		$x=2\to y=2$	$x=1\to y=4$
		$x=-\frac{2}{13}\to y=-4\frac{6}{13}$	$x=-\frac{19}{13}\to y=-3\frac{5}{13}$
	תשובה סופית: $x=1\,,y=4$ או $x=-\frac{19}{13}\,,y=-3\frac{5}{13}$ או $x=2\,,y=2$ או $x=-\frac{2}{13}\,,y=-4\frac{6}{13}$ או בכתיב אחר $(1,4)$ או $\left(-\frac{19}{13},-3\frac{5}{13}\right)$ או $(2,2)$ או $\left(-\frac{2}{13},-4\frac{6}{13}\right)$		

תרגול מערכת שתי משוואות עם שני נעלמים

תרגיל 2 – מערכת של 2 משוואות עם 2 נעלמים

1. $\begin{cases} 2x-3y=7 \\ 2x+3y=1 \end{cases}$	9. $\begin{cases} \frac{12}{x}-3=-\frac{2}{y} \\ -\frac{6}{y}+\frac{3}{x}=4 \end{cases}$
2. $\begin{cases} 7-x-3y=0 \\ 7x-9=-y \end{cases}$ פתור גם בשיטת ההצבה וגם בהשוואת מקדמים.	10. $\begin{cases} 9x-20=\frac{6}{y} \\ \frac{15}{y}=9-7x \end{cases}$
3. $\begin{cases} 5x=7y+29 \\ 13x+10y=19 \end{cases}$	11. $\begin{cases} xy=12 \\ x(x-y)-24=0 \end{cases}$
4. $\begin{cases} x-7=0 \\ 3y-x-18=0 \end{cases}$	12. $\begin{cases} 2x+3y=5 \\ 6x=15-9y \end{cases}$
5. $\begin{cases} \frac{2x+1}{7}+\frac{2y+11}{21}=\frac{x+y-2}{3} \\ 7(2x-y)-\frac{2}{5}(5x+y)=-1 \end{cases}$	13. $\begin{cases} x^2-4xy+4y^2=36 \\ x^2-65+xy-7y^2=0 \end{cases}$
6. $\begin{cases} \frac{x+2}{4}-\frac{y}{2}=x-y-1 \\ x^2-4y^2+108=0 \end{cases}$	14. $\begin{cases} x-12=-7y \\ 21y-3+3x=0 \end{cases}$
7. $\begin{cases} y=6-3x \\ y=1-2x \end{cases}$	15. $\begin{cases} 2x^2+3y^2=53 \\ x^2-y=24 \end{cases}$
8. $\begin{cases} \frac{21}{x}-\frac{7}{y}=-4 \\ \frac{14}{x}+\frac{7}{y}=9 \end{cases}$	16. $\begin{cases} (2x+y)^2+2(2x+y)-15=0 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$

תרגיל 2 – פתרונות

1. $(2,-1)$	9. $(3,-2)$
2. $(1,2)$	10. $(2,-3)$
3. $(3,-2)$	11. $(6,2),(-6,-2)$
4. $(7,8\frac{1}{3})$	12. אינסוף פתרונות
5. $(3,5)$	13. $(-8,-1)$, $(8,1),(-64,-29),(64,29)$
6. $(6,6),(-1.5,-5.25)$	14. אין פתרון
7. $(5,-9)$	15. $\left(\frac{\sqrt{201}}{3},-1\frac{2}{3}\right)$, $\left(-\frac{\sqrt{201}}{3},-1\frac{2}{3}\right)$, $(5,1)$, $(-5,1)$
8. $(7,1)$	16. $(2,-1),\left(\frac{2}{5},2\frac{1}{5}\right),(-2,-1)$

אי שיוויונים ממעלה ראשונה

עד עכשיו כאשר פתרנו שוויון רגיל מצאנו (לרוב) שיש פתרון יחיד $x+1=5$
ולעיתים רחוקות מצאנו שיש אינסוף פתרונות $2x+11=5+2(3+x)$.
באי שיוונים המצב הפוך: (לרוב) נמצא שיש אינסוף פתרונות $x+1<5$

חוקי אי שיוויונים

כלל	דוגמה	דוגמה מספרית
מותר להוסיף\להחסיר את אותו ביטוי\ מספר לשני האגפים	$6-4x<15-x\ /-6\rightarrow$ $-4x<9-x\ /+x\rightarrow$ $-3x<9$	$4<15/-6\rightarrow$ $-2<9$
מותר לחלק במספר חיובי	$7x\geq 21/:7\rightarrow$ $x\geq 3$	$3<12/:3$ $1<4$
אם מחלקים במספר שלילי נהפוך את סימן האי שיוויון אם נחלק במספר חיובי נשאיר את סימן האי שיוויון כמו שהוא	$-7x\geq 21+14x/:(-7)\rightarrow$ $x\leq -3-2x$	<u>דוגמה 1</u> $3>-12/:-3$ $-1<4$ <u>דוגמה 2</u> $6>4/:-2$ $-3<-2$
מותר להעלות אי שיוויון בחזקה אי זוגית למשל בחזקת 3 או 5	$\sqrt[3]{x-1}\leq 2/()^3$ $x-1\leq 8$	<u>דוגמה 1</u> $-3<-2/()^3$ $-27<-8$ <u>דוגמה 2</u> $3\geq -2/()^3$ $27\geq -8$ <u>דוגמה 3</u> $3\geq 2/()^3$ $27\geq 8$
מותר להעלות אי שיוויון בחזקה זוגית אם שני אגפי המשוואה הם אי שליליים (כלומר אפס ומעלה) מבלי	$\sqrt{x-9}\leq 4\ /()^2$ $x-9\leq 16$ $x\leq 25$ הערה: בגלל תחום ההגדרה כמובן בנוסף נדרוש : $x-9\geq 0\rightarrow x\geq 9$	<u>דוגמה 1</u> $3>2/()^2$ $9>4$ <u>דוגמה 2</u>

להפוך את סימן אי השוויון	ולכן התשובה הסופית היא $9 \le x \le 25$	$3 > 0/()^2$ $9 > 0$ דוגמה 3 $0 \ge 0/()^2$ $0 \ge 0$
מותר להעלות אי שיוויון בחזקה זוגית אם שני אגפי המשוואה אינם חיוביים אך אז צריך להפוך סימן	$-\sqrt{x-9} < -4/()^2$ $x-9 > 16$ הערה: בגלל תחום ההגדרה כמובן בנוסף נדרוש : $x-9 \ge 0$	דוגמה 1 $-3 < -2/()^2$ $9 > 4$ דוגמה 2 $-\frac{1}{3} > -\frac{1}{2}/()^2$ $\frac{1}{9} < \frac{1}{4}$ דוגמה 3 $-3 < 0/()^2$ $9 > 0$ דוגמה 4 $0 \le 0/()^2$ $0 \ge 0$

חוקי אי שיוויונים-המשך

אסור להעלות בחזקה זוגית כאשר יש אגף אחד שלילי ואחד חיובי כי לא ניתן לדעת בוודאות אם צריך להפוך את הסימן או לא. אם לא יודעים אם הסימן הוא חיובי או שלילי אז אסור להעלות בריבוע.		דוגמה 1 $-3 < 2/()^2$ $9 ? 4$ דוגמה 2 $-2 < 3/()^2$ $9 ? 4$
אם $a < f(x) < b$	דוגמה 1: $x - 20 < 2x - 6 < x + 13$	

	אז $2x-6<x+13$ וגם $x-20<2x-6$ $x<19$ וגם $-x<14/:-1$ $x<19$ וגם $x>-14$ כלומר : $-14<x<19$ דוגמה 2: $3x-20<2x-6<x+13$ אז $2x-6<x+13$ וגם $3x-20<2x-6$ $x<19$ וגם $x<14$ אם x **צריך** להיות **גם** קטן מ-19 **וגם** קטן מ-14 אז על מנת לעמוד בשני התנאים: $x<14$ דוגמה 3: $x+20<2x-6<x+13$ אז $2x-6<x+13$ וגם $x+20<2x-6$ $x<19$ וגם $-x<-26/:-1$ $x<19$ וגם $x>26$ שני התנאים האלה לא יכולים להתקיים בו זמנית (קשר של וגם) ולכן : **אין פתרון**	אז $f(x)<b$ וגם $f(x)>a$
	$\|2x-5\|\le 7$ $2x-5\le 7$ וגם $-7\le 2x-5$ $2x\le 12$ וגם $-2x\le 2/:-1$ $x\le 6$ וגם $x\ge -1$ כלומר : $-1\le x\le 6$	אם $\|f(x)\|<a$ אז $-a<f(x)<a$
	$\|2x-5\|\ge 7$ $2x-5\ge 7$ או $2x-5\le -7$ $2x\ge 12$ או $2x\le -2/:-1$ $x\ge 6$ או $x\le -1$ כלומר : $x\ge 6$ או $x\le -1$	אם $\|f(x)\|>a$ אז $f(x)>a$ **או** $f(x)<-a$

תרגול אי – שיוויונים ממעלה ראשונה

תרגיל 3

הערה: בתרגילים עם השורשים לא לשכוח להתחשב בתחום הגדרה כאשר פותרים

1. $-3x+3>-2x+5$	8. $\frac{x-1}{3}+\frac{x^2-2x}{4}\geq\frac{3x^2+x+5}{12}$
2. $\sqrt{-3x+3}<9$	9. $\lvert x-4\rvert\leq 3$
3. $\sqrt{x+2}>\sqrt{-3x+5}$	10. $\lvert x+2\rvert>8$
4. $\frac{2x+1}{7}+\frac{2x+11}{-21}\leq\frac{x-2}{-3}$	11. $2x-20<5x+1<2x+16$
5. $\sqrt{x+14}>\sqrt{x-1}+3$	12. $2x+52<5x+1<2x+16$
6. $\sqrt{x+11}-3>\sqrt{x-1}$	13. $\sqrt{2x-20}<\sqrt{5x+1}<\sqrt{2x+52}$
7. $(2x-1)^2+3\leq(2x+5)^2-9$	

תרגיל 3 – פתרונות

1. $x<-2$	8. $x\leq-3$
2. $-26<x\leq 1$	9. $1\leq x\leq 7$
3. $\frac{3}{4}<x\leq 1\frac{2}{3}$	10. $x<-10$ או $x>6$
4. $x\leq 2$	11. $-7<x<5$
5. $1\leq x<2$	12. אין פתרון
6. $1\leq x<1\frac{1}{4}$	13. $10\leq x<17$
7. $x\geq-\frac{1}{2}$	

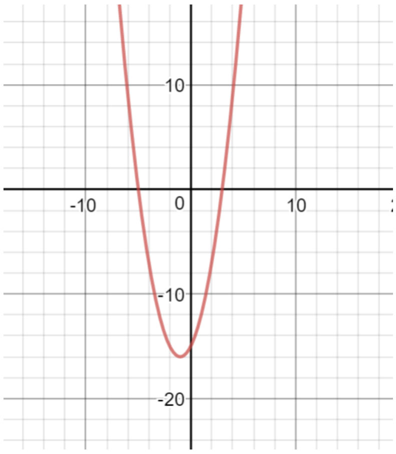
אי שיוויונים ממעלה שנייה

רקע-תיאור גרפי של פרבולה (יש גם הסבר בסרטון)

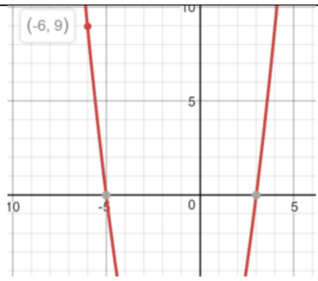
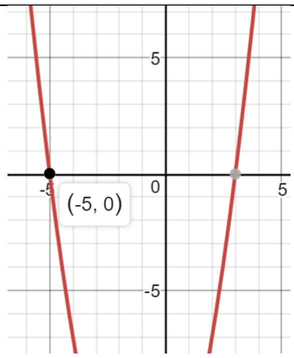
פרבולה היא פונקציה שמכילה בנוסחה שלה x^2 עם מקדם כלשהו
ולא מכילה נעלמים מתחת לשורש או נעלמים במכנה. בפרבולה החזקה הגבוהה ביותר של x היא 2 .
היא יכולה גם להכיל x ומספר. צורתה הכללית היא: $f(x) = a\,x^2 + bx + c$.
ה-b או ה- c (או שניהם) יכולים להיות אפס אך לא ה-a (אחרת נקבל קו ישר ולא פרבולה)

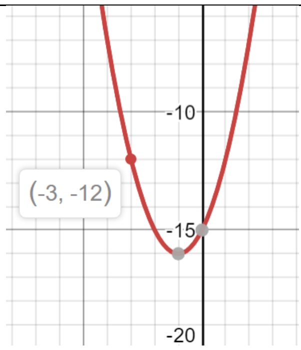
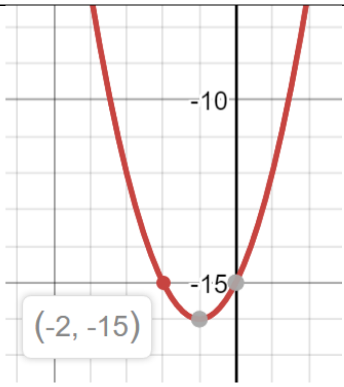
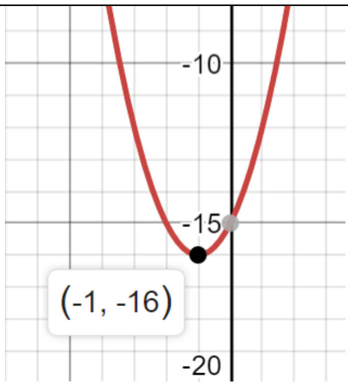
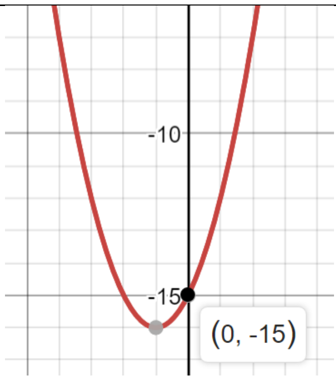
בוא נראה דוגמה:

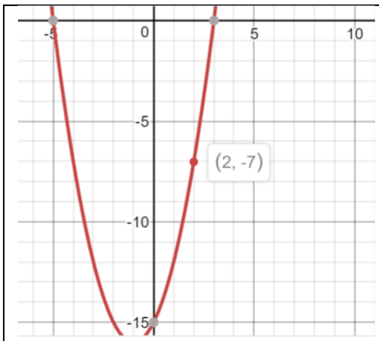
$$f(x) = x^2 + 2x - 15$$

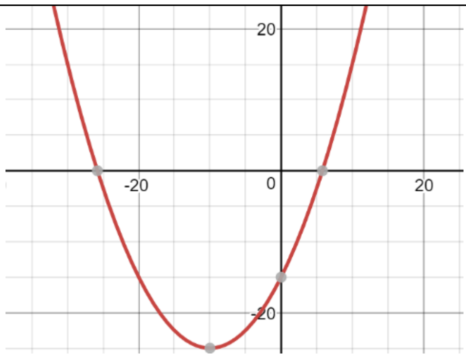
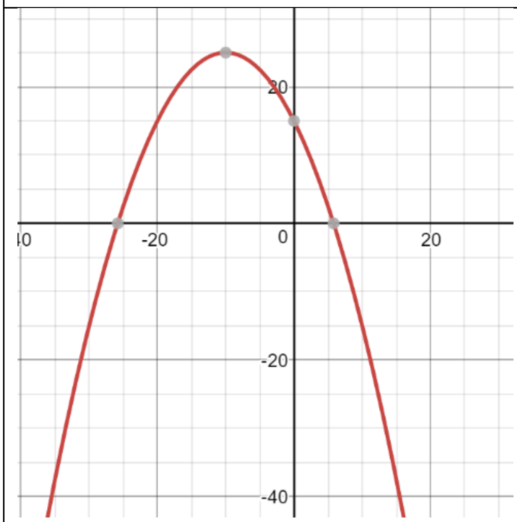


כל פונקציה (לאו דווקא פרבולה) מקבלת ערכי x- ולכל ערך x מתאימה ערך y)

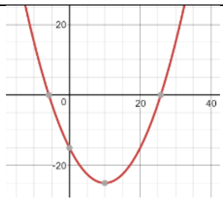
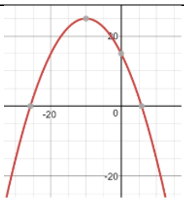
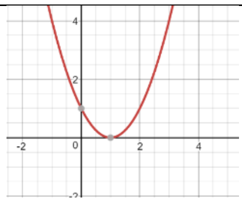
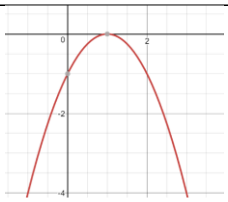
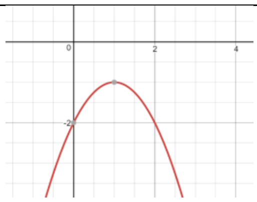
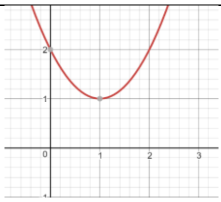
	$f(-6) = (-6)^2 + 2\cdot(-6) - 15 = 9$ $(-6,9)$
	$f(-5) = (-5)^2 + 2\cdot(-5) - 15 = 0$ $(-5,0)$

	$f(-3) = (-3)^2 + 2 \cdot (-3) - 15 = -12$ $(-3, -12)$
	$f(-2) = (-2)^2 + 2 \cdot (-2) - 15 = -15$ $(-2, -15)$
	$f(-1) = (-1)^2 + 2 \cdot (-1) - 15 = -16$ $(-1, -16)$
	$f(0) = (0)^2 + 2 \cdot (0) - 15 = -15$ $(0, -15)$
	$f(1) = (1)^2 + 2 \cdot (1) - 15 = -12$ $(1, -12)$

$f(2) = (2)^2 + 2 \cdot (2) - 15 = -7$ $(2, -7)$	
$f(3) = (3)^2 + 2 \cdot (3) - 15 = 0$ $(3,0)$	
$f(4) = (4)^2 + 2 \cdot (4) - 15 = 9$ $(4,9)$	

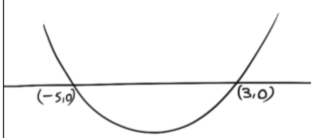
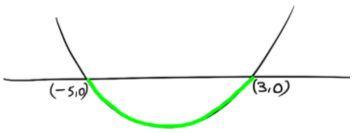
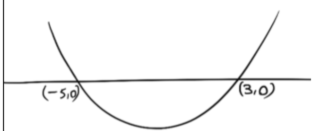
<u>אם a חיובי</u> הפרבולה $f(x) = ax^2 + bx + c$ "מחייכת"	
<u>אם a שלילי</u> הפרבולה $f(x) = ax^2 + bx + c$ "עצובה"	

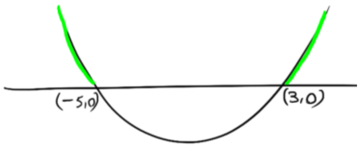
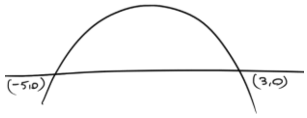
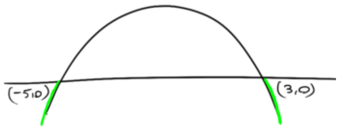
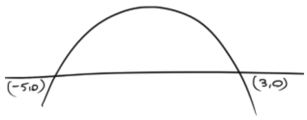
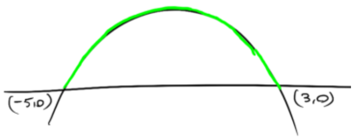
כדי למצוא נקודות חיתוך עם ציר ה-x נשווה את הפרבולה ל-0 ונפתור את המשוואה שקיבלנו.

מקרה	$a > 0$	$a < 0$
אם יש שני פתרונות $(X_2,0)$ $(X_1,0)$ $0 = ax^2 + bx + c$		
אם יש פתרון יחיד (משיק) $(X_1,0)$ $0 = ax^2 + bx + c$		
כלום אם אין פתרונות $0 = ax^2 + bx + c$		

כיצד תיאור גרפי של פרבולה קשור לאי שיוויונים

נסביר עם דוגמאות

מציאת נקודות חיתוך	שרטוט סקיצה	סימון האזורים שגדולים\קטנים\ שווים לאפס (בהתאם לשאלה)
<u>פרבולה מחייכת חותכת "קטן שווה מ-"</u> אם למשל נקבל את אי השוויון $x^2 + 2x - 15 \leq 0$ אז ראשית נחפש את נקודות החיתוך עם ציר ה-x של הפרבולה $f(x) =$ $x^2 + 2x - 15$ על ידי השוואה ל-0: $x^2 + 2x - 15 = 0$ נמצא שהם $(3,0), (-5,0)$ וכעת נוכל לצייר סקיצה של הפרבולה תוך התחשבות כמובן שה-a חיובי ולכן הפרבולה "מחייכת"		$x^2 + 2x - 15 \leq 0$  תשובה סופית: $-5 \leq x \leq 3$
<u>פרבולה מחייכת חותכת "גדול שווה מ-"</u> אם למשל נקבל את אי השוויון $x^2 + 2x - 15 \geq 0$ אז ראשית נחפש את נקודות החיתוך עם ציר ה-x של הפרבולה $f(x) =$ $x^2 + 2x - 15$ על ידי השוואה ל-0: $x^2 + 2x - 15 = 0$		$x^2 + 2x - 15 \geq 0$

נמצא שהם $(3,0),(-5,0)$ וכעת נוכל לצייר סקיצה של הפרבולה תוך התחשבות כמובן שה-a חיובי ולכך הפרבולה "מחייכת"		 תשובה סופית: $x \le -5$ או $x \ge 3$
<u>פרבולה עצובה חותכת "קטן שווה מ-"</u> אם למשל נקבל את אי השוויון $-x^2-2x+15 \le 0$ אז ראשית נחפש את נקודות החיתוך עם ציר ה-x של הפרבולה $f(x)=-x^2-2x+15$ על ידי השוואה ל-0: $-x^2-2x+15=0$ נמצא שהם $(3,0),(-5,0)$ וכעת נוכל לצייר סקיצה של הפרבולה תוך התחשבות כמובן שה-a שלילי ולכך הפרבולה "עצובה"	 	 תשובה סופית: $x \le -5$ או $x \ge 3$
<u>פרבולה חותכת עצובה "גדול שווה מ-"</u> אם למשל נקבל את אי השוויון $-x^2-2x+15 \ge 0$ אז ראשית נחפש את נקודות החיתוך עם ציר ה-x של הפרבולה $f(x)=-x^2-2x+15$ על ידי השוואה ל-0: $-x^2-2x+15=0$ נמצא שהם $(3,0),(-5,0)$ וכעת נוכל לצייר סקיצה של הפרבולה תוך התחשבות כמובן שה-a שלילי ולכך הפרבולה "עצובה"	 	 תשובה סופית: $-5 \le x \le 3$

<table dir="rtl">
<tr>
<td>

<u>פרבולה מרחפת מחייכת "גדול שווה מ-"</u>

אם למשל נקבל את

אי השוויון $x^2+2x+3\geq 0$
אז ראשית נחפש את נקודות החיתוך עם ציר ה-x של הפרבולה $f(x)=x^2+2x+3$ על ידי השוואה ל-0:

$x^2+2x+3=0$

$$x_{1,2}=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\cdot1\cdot3}}{2\cdot1}$$

$$x_{1,2}=\frac{-2\pm\sqrt{-8}}{2}$$

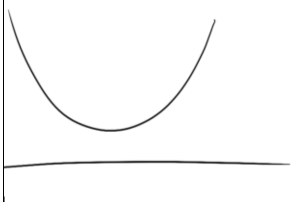
הדלתא שלילית (דלתא=מה שמתחת לשורש-לעיתים נקרא גם דיסקרימיננטה) ולכן אין פתרונות למשוואה:

$x^2+2x+3=0$

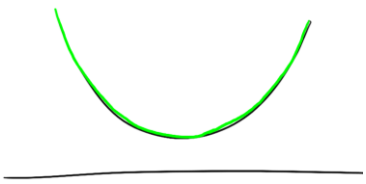
או במילים אחרות **אין** נקודות חיתוך עם ציר ה-x

וכעת נוכל לצייר סקיצה של הפרבולה תוך התחשבות כמובן שה-a חיובי ולכן הפרבולה "מחייכת"

</td>
<td>



</td>
<td>



תשובה סופית: כל x

</td>
</tr>
<tr>
<td>

<u>פרבולה מרחפת מחייכת "קטן שווה מ-"</u>

אם למשל נקבל את

אי השוויון $x^2+2x+3\leq 0$
אז ראשית נחפש את נקודות החיתוך עם ציר ה-x של הפרבולה $f(x)=x^2+2x+3$ על ידי השוואה ל-0:

$x^2+2x+3=0$

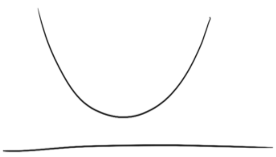
$$x_{1,2}=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\cdot1\cdot3}}{2\cdot1}$$

$$x_{1,2}=\frac{-2\pm\sqrt{-8}}{2}$$

הדלתא שלילית (דלתא=מה שמתחת לשורש-לעיתים נקרא גם דיסקרימיננטה) ולכן אין פתרונות למשוואה:

$x^2+2x+3=0$

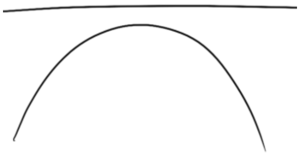
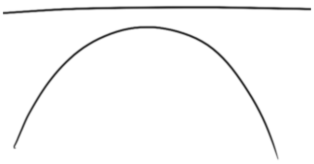
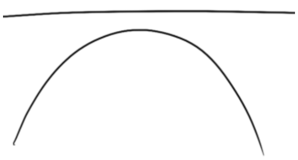
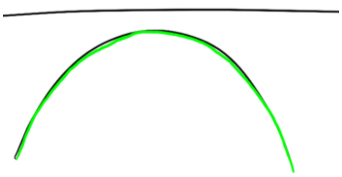
</td>
<td>

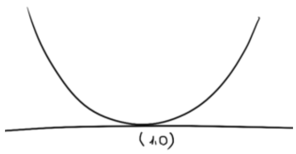
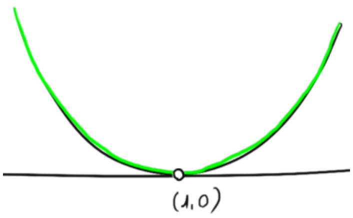
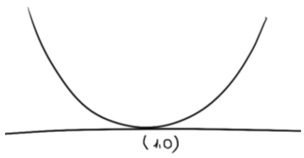
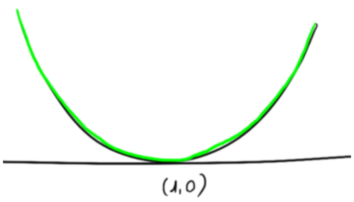


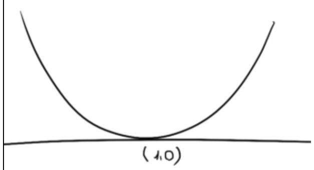
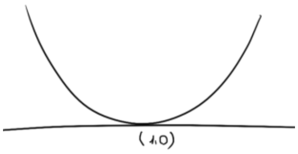
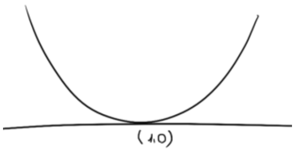
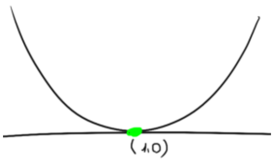
</td>
<td>

תשובה סופית: אין פתרון

</td>
</tr>
</table>

או במילים אחרות **אין** נקודות חיתוך עם ציר ה-x ועכעת נוכל לצייר סקיצה של הפרבולה תוך התחשבות כמובן שה-a חיובי ולכך הפרבולה "מחייכת"		
<u>פרבולה מרחפת עצובה "גדול שווה מ-"</u> אם למשל נקבל את אי השוויון $-x^2-2x-3 \geq 0$ אז ראשית נחפש את נקודות החיתוך עם ציר ה-x של הפרבולה $f(x)=-x^2-2x-3$ על ידי השוואה ל-0: $-x^2-2x-3=0$ $x_{1,2}=\frac{2\pm\sqrt{(-2)^2-4\cdot(-1)\cdot(-3)}}{-2\cdot 1}$ $x_{1,2}=\frac{2\pm\sqrt{-8}}{-2}$ הדלתא שלילית (דלתא=מה שמתחת לשורש-לעיתים נקרא גם דיסקרימיננטה) ולכן אין פתרונות למשוואה: $-x^2-2x-3=0$ או במילים אחרות **אין** נקודות חיתוך עם ציר ה-x ועכעת נוכל לצייר סקיצה של הפרבולה תוך התחשבות כמובן שה-a חיובי ולכך הפרבולה "עצובה"		 תשובה סופית: אין פתרון
<u>פרבולה מרחפת עצובה "קטן שווה מ-"</u> אם למשל נקבל את אי השוויון $-x^2-2x-3 \leq 0$ אז ראשית נחפש את נקודות החיתוך עם ציר ה-x של הפרבולה $f(x)=-x^2-2x-3$ על ידי השוואה ל-0: $-x^2-2x-3=0$ $x_{1,2}=\frac{2\pm\sqrt{(-2)^2-4\cdot(-1)\cdot(-3)}}{-2\cdot 1}$ $x_{1,2}=\frac{2\pm\sqrt{-8}}{-2}$ הדלתא שלילית (דלתא=מה שמתחת לשורש-לעיתים נקרא גם		 תשובה סופית: כל x

דיסקרימיננטה) ולכן אין פתרונות למשוואה: $$-x^2 - 2x - 3 = 0$$ או במילים אחרות **אין** נקודות חיתוך עם ציר ה-x וכעת נוכל לצייר סקיצה של הפרבולה תוך התחשבות כמובן שה-a חיובי ולכך הפרבולה "עצובה"		
<u>פרבולה משיקה מחייכת "גדול מ-"</u> אם למשל נקבל את אי השוויון $x^2 - 2x + 1 > 0$ אז ראשית נחפש את נקודות החיתוך עם ציר ה-x של הפרבולה $$f(x) = x^2 - 2x + 1$$ על ידי השוואה ל-0: $$x^2 - 2x + 1 = 0$$ נמצא שהפתרון היחיד הוא $(1,0)$ וכעת נוכל לצייר סקיצה של הפרבולה תוך התחשבות כמובן שה-a חיובי ולכך הפרבולה "מחייכת"		
<u>פרבולה משיקה מחייכת "גדול שווה מ-"</u> אם למשל נקבל את אי השוויון $x^2 - 2x + 1 \geq 0$ אז ראשית נחפש את נקודות החיתוך עם ציר ה-x של הפרבולה $$f(x) = x^2 - 2x + 1$$ על ידי השוואה ל-0: $$x^2 - 2x + 1 = 0$$ נמצא שהפתרון היחיד הוא $(1,0)$ וכעת נוכל לצייר סקיצה של הפרבולה תוך התחשבות כמובן שה-a חיובי ולכך הפרבולה "מחייכת"		

<u>פרבולה משיקה מחייכת "קטן מ-"</u> אם למשל נקבל את אי השוויון $x^2 - 2x + 1 < 0$ אז ראשית נחפש את נקודות החיתוך עם ציר ה-x של הפרבולה $f(x) = x^2 - 2x + 1$ על ידי השוואה ל-0: $x^2 - 2x + 1 = 0$ נמצא שהפתרון היחיד הוא $(1,0)$ וכעת נוכל לצייר סקיצה של הפרבולה תוך התחשבות כמובן שה-a חיובי ולכך הפרבולה "מחייכת"		 תשובה סופית: אין פתרון
<u>פרבולה משיקה מחייכת "קטן שווה מ-"</u> אם למשל נקבל את אי השוויון $x^2 - 2x + 1 \leq 0$ אז ראשית נחפש את נקודות החיתוך עם ציר ה-x של הפרבולה $f(x) = x^2 - 2x + 1$ על ידי השוואה ל-0: $x^2 - 2x + 1 = 0$ נמצא שהפתרון היחיד הוא $(1,0)$ וכעת נוכל לצייר סקיצה של הפרבולה תוך התחשבות כמובן שה-a חיובי ולכך הפרבולה "מחייכת"		 תשובה סופית: $x = 1$

<table>
<tr>
<td>

<u>אי שיוויון ממעלה שניה ללא b</u>

אם למשל נקבל את

אי השוויון $x^2 \le 9$

טעות נפוצה מאוד היא להוציא שורש ולרשום:

$x \le \pm 3$

שזה גם לא נכון וגם לא כ"כ הגיוני שהרי אם x קטן משלוש וגם ממינוס שלוש אז למה לא פשוט לרשום $x \le -3$ וככה לדאוג לשני התנאי יחד. בכל מקרה זה לא נכון.

הדרך לפתור את תרגיל זה היא להעביר את ה-c צד (במקרה הזה 9) ולשרטט את הפרבולה כפי שעשינו.

$x^2 \le 9$

$x^2 - 9 \le 0$

נשרטט את $f(x) = x^2 - 9$ אבל קודם נמצא את נקודות החיתוך עם ציר ה– x

$x^2 - 9 = 0$

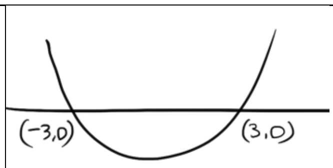
$x^2 = 9$

$x = \pm 3$

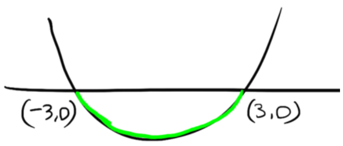
לכן נקודות החיתוך הן

$(3,0), (-3,0)$

</td>
<td>



</td>
<td>



תשובה סופית: $-3 \le x \le 3$

</td>
</tr>
<tr>
<td>

<u>אי שיוויון ממעלה שניה ללא c</u>

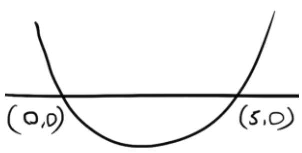
אם למשל נקבל את

אי השוויון $x^2 \ge 5x$

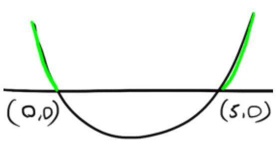
טעות נפוצה מאוד היא לחלק ב-x ולרשום:

$x \ge 5$

</td>
<td>



</td>
<td>



תשובה סופית: $x \ge 5$ או $x \le 0$

</td>
</tr>
</table>

אך אנחנו לא יכולים לעשות זאת היות ואנחנו לא יודעים את סימנו של x ועל כן לא יודעים אם להפוך את אי השיוויון או לא (בנוסף אנחנו מתעלמים מהאפשרות ש-x שווה אפס ואז אנחנו מחלקים באפס).

הדרך הנכונה לפתור את תרגיל זה היא להעביר את bx צד (במקרה הזה 5x), לשרטט את הביטוי שקיבלנו בצד שמאל (פרבולה) ולבדוק מתי היא חיובית ומתי שלילית.

$$x^2 \geq 5x$$

$$x^2 - 5x \geq 0$$

נשרטט את $f(x) = x^2 - 5x$ אבל קודם נמצא את נקודות החיתוך עם ציר ה– x :

$$x^2 - 5x = 0$$

$$x(x-5) = 0$$

כלומר : $x = 0$ או $x = 5$ לכן נקודות החיתוך הן $(0,0)$, $(5,0)$

תרגול אי שיוויונים ממעלה שניה

תרגיל 4

1. $x^2 - 3 \geq 22$	8. $-x^2 < 0$	15. $x^2 + x > 0$
2. $x^2 - 16x \geq -6x$	9. $x^2 \leq x$	16. $9x^2 + 16x - 15 \leq 1 - (6x-2)^2 - x$
3. $-7 < 2 - x^2$	10. $4x^2 - 2x + 6 \leq 0$	17. $5x(3+2x) > 0$
4. $x^2 + 12x \leq -35$	11. $x^2 \leq 0$	18. $\sqrt{-x+7} < \sqrt{-6x+7} \leq \sqrt{2x^2+7x}$
5. $x^2 \leq 5x - 6$	12. $9x^2 - 30x + 25 \leq 0$	19. $\frac{x^2+1}{-7} - \frac{3x+10}{-21} \geq \frac{x^2-2x}{-3}$
6. $x^2 - x + 7 \geq 0$	13. $-\sqrt{5x^2-7x} < -\sqrt{4x^2-2x-6}$	
7. $x^2 - 6x + 9 \leq 0$	14. $-x^2 - 14 < 7(x-2)$	

תרגיל 4 – פתרונות

1. $x \le -5$ או $x \ge 5$	8. $x \ne 0$	15. $x < -1$ או $x > 0$
2. $x \le 0$ או $x \ge 10$	9. $0 \le x \le 1$	16. $-\frac{4}{9} \le x \le \frac{3}{5}$
3. $-3 < x < 3$	10. אין פתרון	17. $x < -1.5$ או $x > 0$
4. $-7 \le x \le -5$	11. $x = 0$	18. $x \le -7$
5. $2 \le x \le 3$	12. $x = 1\frac{2}{3}$	19. $x \le 1$ או $x \ge 1.75$
6. כל x	13. $x \le -1$ או $1.5 \le x < 2$ או $x > 3$	
7. $x = 3$	14. $x < -7$ או $x > 0$	

תרגילים מסכם אי שיוויונים ממעלה ראשונה ושניה

1. $\sqrt{x-3} \le \sqrt{5x-11} < \sqrt{2x^2-18x}$

2. $\frac{x^2-2}{3} - \frac{5x+1}{12} \ge \frac{1-x}{4}$

תרגילים מסכם -פתרון

1. $x > 11$

2. $x \le -1.5$ או $x \ge 2$

אי שוויונים ממעלה שלישית

רקע

למעשה אין הבדל בין אי שוויונים ממעלה שניה, שלישית או אפילו רביעית.
הגישה תהיה בדיוק אותה גישה כפי שנקטו באי שוויונים ממעלה שניה:

- הסתכלנו על הביטוי כפונקציה (פרבולה)
- חיפשנו נקודות חיתוך עם ציר ה-x
- שרטטנו את הפונקציה
- בהתאם לשאלה רשמנו מתי הביטוי\פונקציה חיובי\שלילי\שווה אפס

באי שיוויונים ממעלה שלישית השיטה תהיה **זהה**. ולמעשה אפשר להכליל ולומר שעבור כל פונקציה רציפה נוכל לנקוט בגישה הזאת.
ההבדל היחיד בין מעלה שניה ושלישית הוא שבמעלה שניה אנחנו זוכרים בעל פה את הצורות השונות: (מחייכת\בוכה) ובהתאם משרטטים את הפונקציה. באי שיוויונים ממעלה שלישית אנחנו לא יודעים "בעל פה" כיצד נראית כל פונקציה ולכן לאחר השלב של מציאת נקודות חיתוך אנחנו נבדוק כיצד הפונקציה "מתנהגת" בין נקודות החיתוך:

שלבי עבודה

1. נעביר את כל האיברים לאחד הצדדים של אי השיוויון כך שבצד שני יהיה אפס
2. נסתכל על הביטוי כפונקציה (לא פרבולה)
3. נחפש את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-x על ידי השוואה לאפס
4. נציב ערכי -x שונים הנמצאים בין נקודות החיתוך על מנת לקבוע מתי הפונקציה חיובית \ שלילית
5. נשרטט את הפונקציה בהתאם לנקודות החיתוך ותחומי החיוביות ושליליות
6. בהתאם לשאלה נרשום מתי הביטוי\פונקציה חיובי\שלילי\שווה אפס

דוגמאות

1. $(x-3)(x+1)^2 \le 0$
2. $x^3-5x^2+6x \ge 0$
3. $(x-3)(x+15)(x-2) > 0$
4. $(x-3)(5x^2+6x+12) \le 0$

תרגול

תרגיל 5 – אי שוויונים ממעלה שלישית

1. $x^3-3x \ge 22x$	8. $x^3-10x^2+25x > 0$	15. $x^3+x > 0$
2. $-x^3-16x^2 \ge -6x^2$	9. $x^3 \le x$	16. $(x-1)(x^2+x+15) \le 0$
3. $(x+1)(12-x)^2 > 0$	10. $(x-4)^2(x+3) > 0$	17. $(5+x)(-3x^2+2x-1) > 0$
4. $x^3+12x^2 \le -35x$	11. $x^3 \le 0$	18. $(6+x)^2(5+x) < 0$
5. $x^3 \le 5x^2-6x$	12. $(x-1)(2x^2+x-15) \le 0$	19. $-7x < 2x-x^3$
6. $x^3-x^2+7x \ge 0$	13. $-\sqrt{5x^3-7x^2} < -\sqrt{4x^3-2x^2-6x}$	20. $-x^3 < 0$
7. $x^3-10x^2+25x \le 0$	14. $9x^3-30x^2+25x \le 0$	

תרגיל 5 – פתרונות

1. $-5 \le x \le 0 \text{ או } x \ge 5$
2. $x \le -10 \text{ או } x = 0$
3. $x > -1 \, , x \ne 12$
4. $x \le -7 \text{ או } -5 \le x \le 0$
5. $x \le 0 \text{ או } 2 \le x \le 3$
6. $x \ge 0$
7. $x \le 0 \, , x = 5$
8. $x > 0 \, , x \ne 5$
9. $x \le -1 \text{ או } 0 \le x \le 1$
10. $x > -3 \, , x \ne 4$
11. $x \le 0$
12. $x \le -3 \text{ או } 1 \le x \le 2.5$
13. $1.5 \le x < 2 \text{ או } x > 3$
14. $x \le 0 \text{ או } x = 1\frac{2}{3}$
15. $x > 0$
16. $x \le 1$
17. $x < -5$
18. $x < -5 \, , x \ne -6$
19. $x < -3 \text{ או } 0 < x < 3$
20. $x > 0$

אי שוויונים בשברים

רקע

בתרגילים הבאים נצטרך לקבוע מתי שבר מסוים הוא שלילי או חיובי. על מנת לענות על שאלה זאת אנו צריכים להכיר את 4 המצבים בהם שבר יכול להיות שלילי או חיובי

מתי השבר:	מקרה		דוגמה
חיובי	מקרה 1 (חיובי)	$\frac{\text{מונה חיובי}}{\text{מכנה חיובי}}$	$\frac{3}{7}$
	מקרה 2 (חיובי)	$\frac{\text{מונה שלילי}}{\text{מכנה שלילי}}$	$\frac{-3}{-7}$
שלילי	מקרה 1 (שלילי)	$\frac{\text{מונה חיובי}}{\text{מכנה שלילי}}$	$\frac{3}{-7}$
	מקרה 2 (שלילי)	$\frac{\text{מונה שלילי}}{\text{מכנה חיובי}}$	$\frac{-3}{7}$
חשוב! - גם אם כתוב $\ge \le$ יש לדאוג שהמכנה **לא יהיה שווה אפס** כלומר במקרה הרלוונטי להסיר את השווה			

דוגמאות (צפה בסרטוני הפתרונות)

1. $\frac{(x-3)(x+1)^2}{3x-2} \geq 0$	6. $\frac{x^2-7x+12}{x^2+9x+25} \leq 0$
2. $\frac{-2x-8}{x^2-5x+6} \leq 0$	7. $\frac{-x^2+7x-14}{x^2-7x+10} > 0$
3. $\frac{x^2+x-6}{x^2+4x-5} \geq 0$	8. $\frac{-x^2+6x-11}{x^2+3} > 0$
4. $\frac{12}{x^2+9x+20} \leq 0$	9. $\frac{2x+3}{2+x} > -2$ באי שיוויונים בשברים **אסור** להעלים את המכנה המשותף- אלה אם כן יודעים בוודאות את סימנו ואז משנים או משאירים בהתאם את סימן האי שיוויון
5. $\frac{x^2+x-12}{-3} \leq 0$	

תרגול

תרגיל 6 – אי שוויונים בשברים

1. $\frac{1-3x}{x-4} \leq 3$	6. $3 \leq \frac{x-4}{x+3} \leq 5$	11. $\frac{-5}{-2x+6} \leq 0$
2. $\frac{16}{3x+1} + 2 \geq 0$	7. $\frac{2x-4}{x+3} - \frac{x}{x-3} \leq \frac{30}{9-x^2}$	12. $\frac{3x-1}{x+4} > \frac{5}{2}$
3. $\frac{2x^2-x-10}{x^2+5x-14} \leq 0$	8. $\frac{-4x^2+6x-25}{x+2} > 0$	13. $\frac{31x-83}{x^2+5x+14} - 3 > 0$
4. $\frac{x^2-3x+2}{x^2+2x-8} \geq 0$	9. $\frac{4x}{x-5} > 0$	14. $-1 \leq \frac{x}{x+1} \leq 2$
5. $\frac{x^2-10x+25}{x^2+x-12} > 0$	10. $\frac{-8+3x}{3x-12} > 1$	15. $\frac{5x^2-5x+1}{-3x^2+3x-1} + 2 > 0$

תרגיל 6 – פתרונות

1. $x \leq 2\frac{1}{6}$ או $x > 4$	6. $-6.5 \leq x \leq -4.75$	11. $x < 3$
2. $x \leq -3$ או $x > -\frac{1}{3}$	7. $-3 < x < 3$ או $6 \leq x \leq 7$	12. $x < -4$ או $x > 22$
3. $-7 < x \leq -2$ או $2 < x \leq 2.5$	8. $x < -2$	13. אין פתרון
4. $x < -4$ או $x \geq 1$, $x \neq 2$	9. $x < 0$ או $x > 5$	14. $x \leq -2$ או $x \geq -\frac{1}{2}$
5. $x < -4$ או $x > 3$, $x \neq 5$	10. $x > 4$	15. כל x

מספר פתרונות למשוואה ריבועית $ax^2 + bx + c = 0$

מקרה ראשון- המקדם של x^2 הוא מספר (לא פרמטר).

הסבר

בנוסחת השורשים ($x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$) הביטוי שנמצא מתחת לשורש $(b^2 - 4ac)$ נקרא דלתא או דיסקרימיננטה ומסומן כך Δ.

ישנם 3 מקרים:

1. $\Delta > 0$ למשוואה הריבועית יש שני פתרונות ממשיים.
2. $\Delta = 0$. למשוואה הריבועית יש פתרון ממשי אחד.
3. $\Delta < 0$. למשוואה הריבועית אין פתרון.

תרגול:

1. עבור אילו ערכי k למשוואה $\frac{1}{2}x^2 + kx - 3k = 0$:
   א. יש שני פתרונות.
   ב. יש פתרון אחד.
   ג. אין פתרון.

2. עבור אילו ערכי k למשוואה $-x^2 + kx - 9 = 0$:
   א. יש שני פתרונות.
   ב. יש פתרון אחד.
   ג. אין פתרון.

3. עבור אילו ערכי k למשוואה $3x^2 + kx - \frac{1}{4} = 0$:
   א. יש שני פתרונות.
   ב. יש פתרון אחד.
   ג. אין פתרון.

4. עבור אילו ערכי k למשוואה $-3x^2 + (k-2)x = 0$:
   א. יש שני פתרונות.
   ב. יש פתרון אחד.
   ג. אין פתרון.

5. עבור אילו ערכי k למשוואה $9x^2 - (k+1)x + 1 = 0$:
   א. יש שני פתרונות.
   ב. יש פתרון אחד.
   ג. אין פתרון.

6. עבור אילו ערכי k למשוואה $2x^2 - 8x + 2k = 0$:
   א. יש שני פתרונות.
   ב. יש פתרון אחד.
   ג. אין פתרון.

7. עבור אילו ערכי k למשוואה $x^2-(k+3)x+3k=0$:
   א. יש שני פתרונות.
   ב. יש פתרון אחד.
   ג. אין פתרון.

8. עבור אילו ערכי k למשוואה $x^2-2x-k=0$:
   א. יש שני פתרונות.
   ב. יש פתרון אחד.
   ג. אין פתרון.

9. עבור אילו ערכי k למשוואה $x^2+(k+4)x+\frac{1}{4}=0$:
   א. יש שני פתרונות.
   ב. יש פתרון אחד.
   ג. אין פתרון.

10. עבור אילו ערכי k למשוואה $x^2+(k+\frac{1}{2})x-\frac{1}{4}=0$:
   א. יש שני פתרונות.
   ב. יש פתרון אחד.
   ג. אין פתרון.

פתרונות:

1. פתרון:
   א. יש שני פתרונות כאשר: $k>0$ **או** $k<-6$
   ב. יש פתרון אחד כאשר: $k=0$ **או** $k=-6$
   ג. אין פתרון כאשר: $-6<k<0$

2. פתרון:
   א. יש שני פתרונות כאשר: $k>6$ **או** $k<-6$
   ב. יש פתרון אחד כאשר: $k=6$ **או** $k=-6$
   ג. אין פתרון כאשר: $-6<k<6$

3. פתרון:
   א. יש שני פתרונות עבור כל ערך של k.
   ב. לא קיים ערך של k עבורו למשוואה יש פתרון אחד.
   ג. לא קיים ערך של k עבורו למשוואה אין פתרון.

4. פתרון:
   א. יש שני פתרונות כאשר: $k\neq 2$
   ב. יש פתרון אחד כאשר: $k=2$
   ג. לא קיים ערך של k עבורו למשוואה אין פתרון.

5. פתרון:
   א. יש שני פתרונות כאשר: $k>5$ **או** $k<-7$

ב. יש פתרון אחד כאשר: $k=5$ **או** $k=-7$

ג. אין פתרון כאשר: $-7<k<5$.

6. פתרון:

א. יש שני פתרונות כאשר: $k<4$

ב. יש פתרון אחד כאשר: $k=4$

ג. אין פתרון כאשר: $k>4$

7. פתרון:

א. יש שני פתרונות כאשר: $k\neq 3$

ב. יש פתרון אחד כאשר: $k=3$

ג. לא קיים ערך של k עבורו למשוואה אין פתרון.

8. פתרון:

א. יש שני פתרונות כאשר: $k>-1$

ב. יש פתרון אחד כאשר: $k=-1$

ג. אין פתרון כאשר: $k<-1$

9. פתרון:

א. יש שני פתרונות כאשר: $k>-3$ **או** $k<-5$

ב. יש פתרון אחד כאשר: $k=-3$ **או** $k=-5$

ג. אין פתרון כאשר: $-5<k<-3$.

10. פתרון:

א. יש שני פתרונות עבור כל ערך של k.

ב. לא קיים ערך של k עבורו למשוואה יש פתרון אחד.

ג. לא קיים ערך של k עבורו למשוואה אין פתרון.

מקרה שני - המקדם של x^2 הוא פרמטר.

הסבר

- ראשית כל נתבונן במקדם של x^2 ונבחן כיצד נראית המשוואה כאשר הוא שווה לאפס. כלומר כאשר המשוואה **אינה** ריבועית. במצב הזה נבדוק כמה פתרונות יש למשוואה זאת ללא התייחסות למושג דלתא משום שהמשוואה **אינה** ריבועית.

- רק לאחר מכן נבדוק את המקרה בו המקדם של x^2 **לא** שווה לאפס ואז נבחן את 3 המקרים שכבר הכרנו:
  1. $\Delta > 0$ למשוואה הריבועית יש <u>שני</u> פתרונות ממשיים.
  2. $\Delta = 0$. למשוואה הריבועית יש פתרון ממשי <u>אחד</u>.
  3. $\Delta < 0$. למשוואה הריבועית <u>אין</u> פתרון.

- נסכם את התשובות.

דוגמאות:

<u>דוגמה 1</u>

עבור אילו ערכי k למשוואה $(k-4)x^2+(k+4)x-1=0$:

א. יש שני פתרונות.
ב. יש פתרון אחד.
ג. אין פתרון.

<u>דוגמה 2</u>

עבור אילו ערכי k למשוואה $(k+2)x^2+(k+2)x-1=0$:

א. יש שני פתרונות.
ב. יש פתרון אחד.
ג. אין פתרון.

תרגול:

1. עבור אילו ערכי k למשוואה $kx^2+kx-9=0$:
   א. יש שני פתרונות.
   ב. יש פתרון אחד.
   ג. אין פתרון.

2. עבור אילו ערכי k למשוואה $kx^2+2x+k=0$:
   א. יש שני פתרונות.
   ב. יש פתרון אחד.
   ג. אין פתרון.

3. עבור אילו ערכי k למשוואה $(k-2)x^2+2x+3=0$.
   א. יש שני פתרונות.
   ב. יש פתרון אחד.
   ג. אין פתרון.

4. עבור אילו ערכי k למשוואה $(k-1\frac{2}{3})x^2+2kx+3=0$.
   א. יש שני פתרונות.
   ב. יש פתרון אחד.
   ג. אין פתרון.

5. עבור אילו ערכי k למשוואה $(k+1)x^2+2(k+1)x+1=0$.
   א. יש שני פתרונות.
   ב. יש פתרון אחד.
   ג. אין פתרון.

פתרונות:

1. פתרון:
   א. יש שני פתרונות כאשר: $k>0$ **או** $k<-36$
   ב. יש פתרון אחד כאשר: $k=-36$
   ג. אין פתרון כאשר: $-36<k\le 0$
2. פתרון:
   א. יש שני פתרונות כאשר: $-1<k<1$, $k\neq 0$.
   ב. יש פתרון אחד כאשר: $k=0$, $k=1$, $k=-1$.
   ג. אין פתרון כאשר: $k>1$ או $k<-1$
3. פתרון:
   א. יש שני פתרונות כאשר: $k<2\frac{1}{3}$, $k\neq 2$.
   ב. יש פתרון אחד כאשר: $k=2$, $k=2\frac{1}{3}$.
   ג. אין פתרון כאשר: $k>2\frac{1}{3}$.
4. פתרון:
   א. יש שני פתרונות כאשר: $k\neq 1\frac{2}{3}$.
   ב. יש פתרון אחד כאשר: $k=1\frac{2}{3}$.
   ג. לא קיים ערך k עבורו למשוואה אין פתרון.
5. פתרון:
   א. יש שני פתרונות כאשר: $k>0$ או $k<-1$.
   ב. יש פתרון אחד כאשר: $k=0$.
   ג. אין פתרון כאשר: $-1\le k<0$.